

MPSK에 적용한 Punctured Turbo TCM 부호기 설계 및 성능분석

정희원 신왕석*, 이호경**

The Design and Performance Analysis of Punctured Turbo TCM Encoder Using MPSK

Wang-Seok Seon* , Ho-Kyoung Lee** *Regular Members*

요약

본 논문에서는 AWGN 채널 환경 하에서 구성부호기의 신호를 천공(puncturing)하여 MPSK 심볼로 전송하는 터보 TCM의 부호기 설계 방법을 제시한다. 트렐리스 상에서 자유거리(free distance)를 구할 경우, 동일한 systematic 비트로 이루어진 집합 내에서 천공된 심볼은 all zero 입력 시퀀스에 가장 근접한 심볼로 가정하여 Euclidean 거리를 구한다. 이 점을 고려하여 Search 알고리즘을 제안하고, 각 구성 부호기의 최소 자유거리(minimal free distance)를 최대화하는 부호기를 발견하였다. 부호율이 2/3, 8-PSK 심볼로 매핑하는 시스템을 설정해 실험한 결과, 메모리가 4개일 경우 [2]에서 제시한 부호기보다 더 큰 최소 자유거리를 가지는 부호기를 발견하였다. 또한, 최적 부호기를 사용하고 심볼 MAP 알고리즘을 사용하여 반복 복호하는 시스템의 모의실험 결과를 보였다.

ABSTRACT

This paper introduces an encoder design method of Turbo TCM (Trellis Coded Modulation) with symbol puncturing. TTCM consists of two trellis encoders in parallel and modulator. To design a good trellis encoder, we calculate the free distance with the assumption that the punctured symbol is chosen with the equal probability from the subset that consists of signals with the same systematic bit. We develop a search program to find the component encoder which maximizes the free distance. Especially, for 8-PSK with code rate 2/3, we search for the component codes. We find a new encoder which has better BER (bit error rate) performance than that of Robertson's encoder. We verify the results through the simulation.

1. 서론

채널에러측면에서, 부호화한 출력과 입력을 인터리빙하여 변형된 출력을 동시에 전송함으로써 이중의 부가 정보를 주어 부호화 이득을 향상시키는 터보 Codes^[1]와 대역폭 효율을 증대시키기 위한 변조 기술을 적용한 방식이 터보 TCM이다^[2].

이런 터보 TCM에 대한 서로 다른 접근 방식이 [2],[4]에 나와있다. 가장 간단한 접근방식은 Berrou [4]가 제시한 방법이다. 이 방법의 주된 개념은 대역 효율을 높이기 위해 패리티 비트 일부를 천공한 후에, 터보코드 of 부호화된 비트를 신호배열로 매핑을 하는 것이다. 복호는 전송된 systematic 비트와 패리티 비트의 log likelihood ratio를 계산함

* 홍익대학교 전파통신공학과 디지털통신 연구실(ga0111007@wow1.hongik.ac.kr),

** 홍익대학교 전파통신공학과 디지털통신 연구실(hklee@wow.hongik.ac.kr)

※ 본 연구는 한국과학재단 (1999-1-302-002-5) 지원으로 수행되었습니다.

으로써 수행되고, 기존 터보 코드 복호 알고리즘을 사용한다.

다른 접근 방법은 Robertson^[2]이 제시하고 있다. 이 방법은 두 개의 간단한 트렐리스 부호를 병렬로 연결한다는 것이다. 이 경우 인터리버는 비트단위가 아닌 그룹단위로 작용한다. 복호는 Robertson^[5]이 제시한 복호 알고리즘을 사용한다.

[2]에서 Robertson이 제시한 시스템의 부호기는 부호기 구조의 메모리가 3개일 경우의 성능만을 제시하고 있다. 또한, 메모리가 4개일 경우에는 [2]에서 Robertson이 제시한 터보 TCM 부호기와 [3]에서 Ogiwara가 제시한 부호기가 서로 상이한 것을 알 수 있다. 따라서, 본 논문에서는 구성 부호기의 신호를 천공하여 MPSK 심볼로 전송하는 터보 TCM 부호기 설계에 대해 분석을 하고, 최적의 성능을 가지는 부호기를 증명하려 한다.

최적의 부호기를 설계하기 위해 고려해야 할 가장 중요한 요소는 최소 자유 거리이다. 이 거리를 최대로 만들어 주는 부호기가 최적의 부호기이다. 터보 TCM에서 최소 자유거리는 천공으로 인해 트렐리스 상에서 TCM과 다름을 알 수 있다. 신호성상도 상의 부집합 신호의 최소 제곱 Euclidean 거리를 부집합 거리로 정의하고 전송된 심볼이 천공되었을 경우 부집합 거리가 최소가 되도록 패리티 비트를 가정한다. 트렐리스 상에서 최소 자유거리 (minimum free distance)를 구하는 알고리즘에 위의 개념을 적용하여 최적 부호기를 설계하였다.

본 논문의 구성은 다음과 같다. 2장에서는 터보 TCM의 시스템 모델을 송신단과 수신단을 중심으로 설명한다. 3장에서는 터보 TCM 부호기 설계 시 착안해야 할 점과 최소 자유거리를 최대로 만드는 부호기를 찾기 위한 Search 알고리즘에 대해 기술한다. 4장에서는 메모리에 따른 최적의 부호기를 가지고 모의실험 한 결과를 보이고 있다. 마지막으로 5장에서 본 논문의 결론을 맺는다.

II. 시스템 모델

전형적인 이진 터보 코드의 송신기는 병렬로 연결된 구성 부호기(component encoder)와 인터리버(interleaver)로 이루어져 있다^[1]. 여기에서 구성 부호기는 재귀적 조직형 컨벌루션 코드(recursive systematic convolutional code, RSC code)로 되어 있다. 터보 TCM의 송신기는 이진 터보 코드와 유사하지만 n 비트 단위로 부호화하여 심볼로 매핑하

여 전송하는 시스템이다. 그림 1은 터보 TCM의 송신기 구조를 나타낸다^[2].

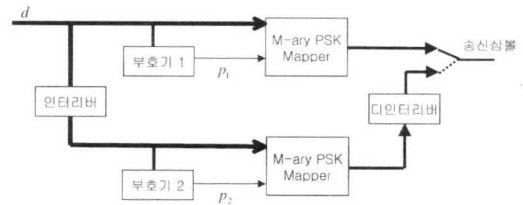


그림 1. TCM 송신기 구조

우선, 입력 데이터 열 d 의 n 비트와 부호기 1에서 발생한 패리티 비트 p_1 을 MPSK 심볼로 매핑한다. d 를 n 비트 단위로 묶어서 인터리빙을 한 후, 그 데이터 열의 n 비트와 부호기 2에서 발생한 패리티 비트 p_2 를 MPSK 심볼로 매핑한다. 여기서 인터리버는 odd-even 랜덤 인터리버를 사용한다. 부호기 2를 통해 발생한 심볼은 디인터리버를 사용해 원래 위치로 전환시켜준다. 그 이유는 정보 데이터 열이 두 번 이상 전송되거나 한번도 전송되지 않는 것을 방지하기 위해서이다. 이렇게 발생한 두 개의 심볼은 번갈아 가며 선택되어 전송되어진다.

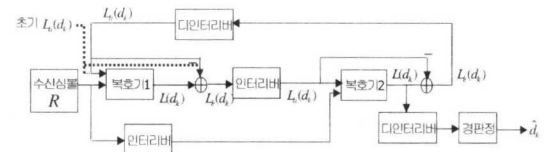


그림 2. TCM 복호기 구조

그림 2는 터보 TCM의 복호기 구조를 정보전달 과정과 함께 도시한 그림이다. 복호를 반복적으로 실시함으로써 인해서 정보 비트열 복원의 신뢰도를 높게 된다.

III. 터보 TCM의 부호기 설계

본 장에서는 부호율이 2/3이고 8-PSK 심볼로 매핑하는 시스템을 예로 들어 부호기 설계 방법을 설명하겠다.

1. 설계 조건

1) 심볼 매핑과 거리 재계산

TCM에서와 마찬가지로 신호 집합 분리(Signal Set Partition)에 의한 Ungerboeck 매핑을 사용한다.

그림 3은 8-PSK 매핑의 경우를 예로 나타낸 것이다. Ungerboeck^[6]의 제시한 식 15b에서, k 번째에서 에러가 발생하여 에러 event의 길이 L의 최소 자유거리는 적어도 하나의 1을 가지는 모든 이진 에러 시퀀스 $e(D) = e_k D^k \dots + e_{k+L} D^{k+L}$ 를 최소화하는

$$d_{free}^2 \geq \Delta_{free}^2 = \min \sum_{i=k}^{k+L} \Delta_{a(e_i)}^2 \quad (1)$$

$$\equiv \min \Delta^2 [e(D)]$$

로 한계가 정해진다고 설명하고 있다. 여기서 $a(e_i)$ 는 e_i 에서 0의 개수이다.

$\Delta_0^2, \Delta_1^2, \Delta_2^2, \dots$ 값은 각 신호 부집합 사이의 최소 Euclidean 거리이고, 전송된 심볼이 천공이 되었을 때는 그림 3에서처럼 $\Delta_0^{*2}, \Delta_1^{*2}, \Delta_2^{*2}, \dots$ 로 대체되어야 한다. 이 재계산된 거리는 각 신호부집합 사이의 거리를 최소화하고 성능을 저하시키는 패리티 비트를 취한다는 가정하에서 계산된다. 그림 3에서 점선으로 된 타원형은 천공이 되었을 때 패리티 비트와 상관없이 정보비트가 같은 부집합을 나타내고 있다. 정보비트가 같다는 점을 이용하여 신호성상도 상의 심볼과 수신기에 수신된 심볼의 거리 메트릭을 발생시켜 사전확률로 사용하는 것이다.

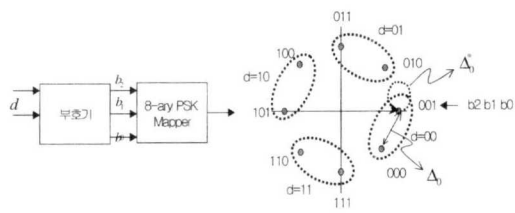


그림 3. 천공을 고려한 8-PSK 신호분리

2) m개의 메모리를 가진 부호기의 연결상태 설정

그림 4에서 부호기의 연결된 형태를 polynomial로 표현하였을 때, 역방향으로 연결되는 Polynomial h_0 를 Primitive Polynomial인 $h_0(D)$ 로 선택한다. 그림 4와 수식 (2)에서 b는 부호기로 들어가는 비트의 개수를 의미한다. 순방향의 연결에 대해서는 다음과 같이 설정을 한다[8].

$$h_{i,0} = h_{i,m} = 0 \quad (i=1, \dots, b) \quad (2)$$

그 이유는 트렐리스 다이어그램에서 한 상태에서 출발하고 한 상태로 중단될 때 신호사이의 분리를

최대화하기 위해서다.

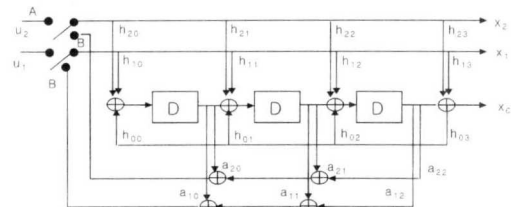


그림 4. 터보 TCM의 부호기 (부호율 b / (b+1))

3) 테일 중단

터보 코드에 인터리버가 존재한다는 것은 프레임(frame) 단위로 코드의 부호화와 복호가 이루어져야 함을 의미한다. 그러나 터보 코드의 부호기 내부에는 메모리가 존재하기 때문에 터보 코드 부호기는 메모리의 초기 상태(initial state)와 최종 상태에 따라 같은 입력 비트에 대해서 다른 출력을 낸다. 그래서, 보통 초기 상태는 처음부터 메모리의 상태를 0으로 시작하고, 부호기의 최종 상태를 일정한 값으로 만드는 방법으로 주로 사용되는 것은 테일 비트(tail bit)를 이용하는 방법이다.

터보 TCM에서 테일 비트는 그림 4에서 보듯이 스위치를 조작함으로써 이루어진다. 계수 $a_{i,0} \dots, a_{i,m-1}$ ($i=1, 2, \dots, b$)는 시간 k에서 입력 u_i^k 에 대한 상태 천이식(식 (3))의 반복적인 사용으로 구할 수 있다[7],[8].

$$S^k(D) = \left[\sum_{i=1}^b u_i^k h_i(D) + DS^{k-1}(D) \right] \text{mod } h_0(D) \quad (3)$$

즉 테일의 중단은 트렐리스에서 메모리 개수(m개)만큼의 시간 간격으로 일정한 입력 계수($a_{i,0} \dots, a_{i,m-1}$)를 넣어 0 상태로 중단시킨다.

2. 터보 TCM의 자유거리

터보 TCM에서 최소 자유거리는 천공으로 인해 트렐리스 상에서 TCM과 다름을 알 수 있다. 천공을 한 터보 TCM의 자유거리는 홀수번째에서 시작하는 Path와 같은 Path이지만 짝수번째에서 시작하는 Path의 자유거리 (d_{free})를 계산해 보면 다름을 알 수 있다.

이러한 점을 고려하여, 부호기의 연결상태를 변경하면서 최소 자유거리를 최대로 만드는 부호기를 발견할 수 있다. 그림 5는 터보 TCM의 최소 자유거리를 구하는 알고리즘을 도식한 것이다.

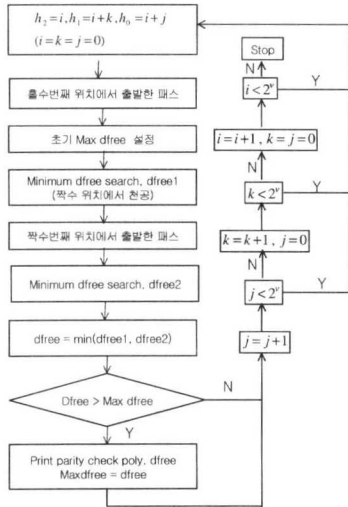


그림 5. 터보TCM의 최소자유거리 Search 알고리즘

위 알고리즘을 부분적으로 설명하면 다음과 같다. $[h_2 h_1 h_0]$ 는 그림 4의 부호기 연결 상태를 나타내는 것으로서 임의의 수 h 를 이진으로 표시하여 1 일 때 연결이 되어 있는 상태를 나타내고 0 인 경우는 연결이 되어 있지 않은 상태를 나타내게 하여 모든 연결 상태에 대해 search하는 것이다. Minimum d_{free} search 단계는 TCM의 최소자유거리를 구하는 알고리즘으로 [9]에 제시되어 있다. 이 알고리즘을 사용하는 과정에서 고려해야 할 사항은 천공시에 거리를 재계산해서 자유거리를 구해야 한다는 점이다. 그리고, 트렐리스 상에서 자유거리를 구할 경우, 출발점의 위치에 따라 자유거리 값이 바뀌게 된다. 예를 들어 짝수 번째에서 천공이 되었다면, 홀수 번째에서 출발한 패스와 짝수 번째에서 출발한 똑같은 패스의 자유거리는 다르게 됨을 알 수 있다. 홀수 번째에서 출발한 알고리즘과 짝수 번째에서 출발한 알고리즘의 최소자유거리 중 최소 값을 찾아 새로운 최소자유거리로 정의하고 알고리즘 출발점으로 귀환한다. 그래서 이전 부호기와는 다른 연결상태로 구성된 부호기를 설정한 다음 동일한 과정을 반복한다. 위의 알고리즘이 모든 부호기에 대해 실행이 종료된 경우, 동일한 최소자유거리를 가지는 부호기가 발생하게 된다. 따라서, 트렐리스에서 최소 자유 거리를 이루는 패스의 평균개수를 의미하는 에러 상수 $N(d_{free})$ 가 가장 작은 부호기를 최적의 부호기로 정하였다^[9].

표 1, 2는 각각 8-PSK로 매핑한 Robertson의 터보 TCM 부호기의 본 논문의 알고리즘을 통한 터보

TCM의 부호기 구조와 최소 자유 거리를 나타낸다. 여기서 $H^i(D)$ 는 그림 4에서 i 번째 연결 상태를 $[h_{im} \dots h_{i2} h_{i1} h_{i0}]$ 로 표현하여 이를 8진수 표기 형태를 사용하여 표현한 것이다. 여기서 m 은 메모리의 수를 의미한다.

표 1. Robertson이 제시한 터보 TCM의 최적 부호기와 자유거리 ($H^i(D)$ 는 Octal notation)

Code	b	$H^0(D)$	$H^1(D)$	$H^2(D)$	d_{free}^2
8-PSK,8state	2	11	02	04	1.7573
8-PSK,16state	2	23	02	10	1.7573

표 2. Search 알고리즘을 통한 터보 TCM의 최적 부호기와 자유거리 ($H^i(D)$ 는 Octal notation)

Code	b	$H^0(D)$	$H^1(D)$	$H^2(D)$	d_{free}^2	$N_{d_{free}}$
8-PSK,8state	2	13	06	04	1.7573	0.31250
8-PSK,16state	2	31	12	10	2.3431	0.47265
8-PSK,32state	2	45	16	34	2.9289	0.52368

본 논문의 부호기의 모델로 정한 Robertson부호기는 8상태, 16상태에 대한 부호기 구조만을 제시하고 있다. 16상태 부호기의 경우, Robertson 부호기는 최소 제곱 자유거리가 8 상태와 같은 1.7573 로 기술하고 있다. Search 알고리즘으로 실험한 결과에서는 최소제곱자유거리가 2.3431로서 8상태 거리보다 증가함을 알 수 있다.

최소 자유거리만으로 볼 때, 16상태에서 Robertson이 제시한 부호기보다 최소자유거리가 증가한 부호기를 사용하는 것이 더 낮은 에러율을 보일 것이라는 가정을 하고 모의실험을 통해 실험을 한 결과, 가정과 동일한 결과를 얻을 수 있었다.

표 3에서 제시된 부호기에 사용되는 테일 비트 구성표는 다음과 같다.

표 3. 터보 TCM 의 테일비트 (Octal notation)

Code	# of input bit	$a_1(D)$	$a_2(D)$
8-PSK,8state	2	4	2
8-PSK,16state	2	13	02
8-PSK,32state	2	30	06

IV. 모의 실험

본 논문에서는 본문에서 제시한 터보 TCM 의

부호기의 성능을 분석하기 위해서 모의실험을 한다. 채널환경은 AWGN을 가정하고, 프레임 크기는 4096으로 설정한다. 인터리버는 랜덤으로 발생하는 Odd-Even 인터리버를 사용하고, 천공을 사용하기 때문에 한 심볼당 2 비트를 전송하는 시스템이 된다. 또한 [2]에서 제시한 터보 TCM 복호기 모델을 설계한 후, 심볼 MAP 복호 알고리즘을 적용하여 복호를 수행한다. 테일 비트는 표 1에 기재된 것을 사용해서 0의 상태로 중단되도록 한다.

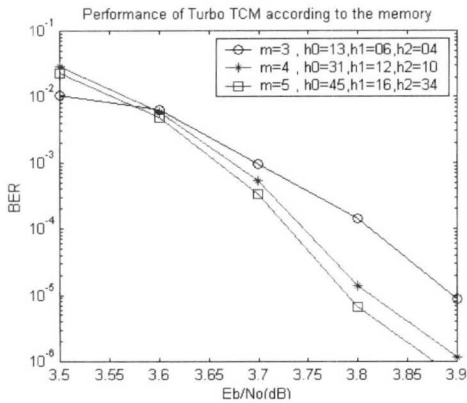


그림 6. 메모리에 따른 터보 TCM의 성능분석

그림 6은 표 3에 제시된 부호기를 사용하여 메모리를 증가시키면서 나타나는 성능을 분석한 것이다. 프레임 크기는 4096이고 반복 복호 횟수는 9회로 설정한다. Search 프로그램을 이용하여 찾아낸 최소 제공 자유거리가 메모리가 증가함에 따라 증가하듯이, 모의실험 결과도 같은 결과를 나타내고 있다. 메모리가 4개 일 경우 3.8dB에서 10^{-5} 의 비트오율을 보이고 있다.

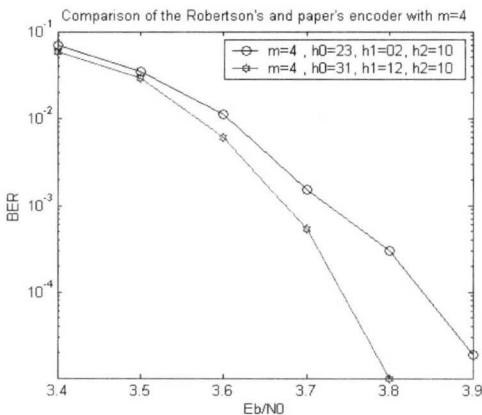


그림 7은 메모리 4개로 구성된 Robertson의 부호기와 본 논문에서 제시한 부호기의 성능을 비교한 그림이다.

표 2와 표 3에서, 메모리 4개로 구성된 부호기의 최소 제공 자유거리는 본 논문에서 발견한 부호기가 더 크게 나와있다. 그림 7의 그래프에서, $h_0=31, h_1=12, h_2=10$ 부호기가 Robertson이 제시한 $h_0=23, h_1=02, h_2=10$ 부호기보다 10^{-5} 의 BER에서 0.1 dB 정도 더 좋은 성능을 보이고 있다.

V. 결론

본 논문에서는 터보 TCM의 부호기 설계방법에 관하여 기술하고 있다. 트렐리스 상에서 천공이 된 경우를 고려하여 최소자유거리를 정의하는 알고리즘을 제시하였다. 이 알고리즘을 적용한 Search 프로그램을 이용하여 모든 부호기의 최소 자유 거리를 최대로 만드는 부호기를 찾고, 동일한 거리를 갖는 부호기는 $N(\delta_{d_{min}})$ 값이 최소인 부호기를 최적부호기로 정의하였다. 부호율이 2/3이고 8-PSK 심볼로 전송하는 시스템을 가정하여 실험을 하였다. 그 중, 메모리 4개로 구성된 부호기 구조 [$h_0=31, h_1=12, h_2=10$]가 Robertson이 제시한 부호기보다 최소 자유 거리가 1.3배 증가하였으며 10^{-5} 의 BER에서 0.1dB 이득이 발생함을 알 수 있다.

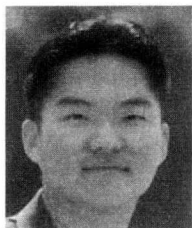
참고문헌

- [1] C.Berrou, A.Glavieux, and P.Thitimajshima, "Near Shannon limit error correcting coding and decoding : turbo codes," *Proc. ICC'93*, pp. 1064-1070, Geneva, Switzerland, May 1993.
- [2] P. Robertson, T. Woz, "Bandwidth - Efficient Turbo Trellis Coded Modulation Using Punctured Component Codes." *IEEE Journal on selected areas in communications*, Vol. 16, No. 2, February 1998.
- [3] Haruo Ogiwara, Masaaki Yano, "Improvement of Turbo Trellis & Coded Modulation System." *IEICE TRANS. Fundamentals*, Vol. E81-A, No. 10, October 1998.
- [4] S. Le Goff, A. Glavieux, and C. Berrou, "Turbo codes and high spectral efficiency modulation,"

- Proc. ICC'94*, pp. 645-649, May 1994.
- [5] P. Robertson, "Illumination the structure of code and decoder of parallel concatenated recursive systematic (turbo) codes," *Proc. IEEE GLOBECOM Conf.*, pp. 1298-1303, 1994.
- [6] G.Ungerboeck, "Channel coding with multilevel/phase signals," *IEEE Trans. Inform. Theory*, vol. IT-28, pp. 55-67, Jan. 1982
- [7] S. Benedetto, D.Divsalar, G.Montorsi, and F.Pollara, "Parallel concatenated trellis coded modulation," *Proc. ICC'96*, pp. 974-978, June 1996
- [8] D. Divsalar and F. Pollara, "On the Design of Turbo Codes", *JPL TDA Progress Report 42-123*, Nov 15. 1995.
- [9] S. Benedetto and Ezio Biglieri, "Principles of Digital Transmission With Wireless Applications", *KLUWER ACADEMIC / PLENUM PUBLISHERS*, pp 666-670.

선 왕 석(Wang-Seok Seon)

정회원



2000년 2월 : 홍익대학교 전자
전기제어공학과 (공학사)
2002년 2월 : 홍익대학교 전파
공학과 (공학석사)
2002년 3월~현재 : 맥스텔레콤
소프트웨어팀 연구원

<주관심 분야> 채널코딩, 이동통신

이 호 경(Ho-Kyoung Lee)

정회원



1981년 2월 : 서울대학교 전자
공학과 졸업(공학사)
1987년 2월 : Northrop Univ.
전자공학과 석사(공학석사)
1994 8월 : University of
Southern California(공학박사)
1994년 8월~현재 : 홍익대학교
전자전기공학부 부교수

<주관심 분야> 채널 코딩, TCM, Turbo TCM, 이
동 통신, 위성 통신