

# OFDM 시스템을 위한 고속 주파수 동기 기법

준회원 김수창\*, 정회원 서보석\*, 박진우\*

## Fast Frequency Synchronization Method for OFDM Systems

Su-Chang Kim\* Associate Member, Bo-Seok Seo\*, Jinwoo Park\* Regular Members

### 요약

이 논문에서는 직교 주파수 분할 다중화(orthogonal frequency division multiplexing: OFDM) 시스템을 위한 대략 주파수 오프셋 추정 방법을 제시한다. 제안 방식에서는 훈련 심볼을 이루는 부분송파 사이에 일정한 상관성을 주고, 이 상관성으로부터 상대 주파수 오프셋(relative frequency offset)의 정수배 부분을 추정한다. 오프셋 추정 알고리즘은 비교적 넓은 추정 범위를 가지면서도 기존의 교차상관을 이용한 방법에 비해 훨씬 적은 계산량을 필요로 한다. 모의실험을 통해 기존의 미세 추정기를 거쳐 제안 방식으로 추정된 최종적인 주파수 오프셋 추정치의 분산은 시스템의 통상적인 동작환경인 10 dB 이상의 신호 대 잡음비에서 Cramer-Rao 하계(lower bound)에 다가감을 확인할 수 있었다.

### ABSTRACT

In this paper, we propose a coarse estimation scheme of carrier frequency offset in orthogonal frequency division multiplexing (OFDM) systems. The proposed method uses the correlation between the subcarriers, which is given intentionally to the training symbols, to estimate the integer part of the relative frequency offset. The algorithm can correct relatively wide range of carrier frequency offset with much lower computational complexity compared to the conventional cross-correlation-based methods. Simulation results show that the variance of the final estimates obtained by the proposed coarse estimator including the conventional fine estimator approaches the Cramer-Rao lower bound at reasonable range of signal-to-noise ratios (SNR's)

### 1. 서론

직교 주파수 분할 다중화(orthogonal frequency division multiplexing: OFDM) 변조방식은 동일한 전송률을 나타내는 단일 반송파 변조 (single carrier modulation) 방식에 비해 심볼의 길이를 길게 늘려 전송하기 때문에 지연확산이 발생하는 다중경로 채널에 강한 특성을 가지고 있으며, 또 여러 개의 부분송파를 스펙트럼이 서로 겹치도록 전송하므로 대역 효율성이 높은 장점이 있다. 이와 같은 특성은 특히 고속 전송에 유리하여 ADSL(asymmetric digital subscriber line), DAV(digital audio broadcasting), DVB-T(terrestrial digital video broadcast-

ing), 무선 LAN(local area network) 등의 다양한 유무선 고속 데이터 전송 시스템에서 OFDM 변조 방식을 적용하고 있다. 한편 심볼의 길이가 짧고 스펙트럼이 한 개의 반송파를 중심으로 전체 대역에 분포되어 있는 단일 반송파 변조 방식이 심볼 동기 에 민감하고 주파수 동기에 둔감한 특성을 나타내는 것과 비교할 때, OFDM 변조 방식은 심볼의 길이가 길고 좁은 스펙트럼이 서로 겹쳐있기 때문에 타이밍에 둔감하고 주파수 동기에 크게 민감한 특성을 가진다<sup>[1][2]</sup>. 따라서 주파수 오프셋(offset) 추정기의 성능이 OFDM 시스템 전체의 성능에 큰 영향을 미친다.

주파수 오프셋은 송신기 발진기와 수신기 발진기

\* 고려대학교 전자공학과 (boseok@korea.ac.kr)

논문번호: 020097-0227, 접수일자: 2002년 7월 27일

사이의 발진 주파수의 차이에 의해 주로 발생하며 채널의 시변성에 의한 도플러 편이(Doppler shift)도 주파수 오프셋을 발생시키는 주요 요인이 된다<sup>[3][4]</sup>. 주파수 오프셋을 추정하는 과정은 보통 대략 추정(coarse estimation)과 미세 추정(fine estimation)으로 나누어 두 단계로 진행된다<sup>[2][4][5]</sup>. 대략 추정은 부반송파 간격 이상의 추정 범위를 가지며 보통 주파수 오프셋 중에서 부반송파 간격의 정수배 부분을 추정한다. 이에 비해 미세 추정은 부반송파 간격 이내의 추정 범위를 가지며 보통 주파수 오프셋 중에서 부반송파 간격의 소수배 부분을 추정한다.

한편 연속된(continuous) 형태의 신호를 전송하는 방송 시스템과 달리, 통신 시스템은 군집(burst) 형태의 신호를 주로 전송하므로 빠른 신호처리가 필요하다. 또 시스템이 점차 고속화되면서 전송 대역이 높아짐에 따라 상대적인 주파수 오프셋의 범위가 증가하게 되었다. 이와 같은 시스템을 위해서는 빠르고 추정범위가 넓은 대략 주파수 오프셋 추정이 필요하다. 예를 들어 고속으로 이동하면서 5 GHz 대역에서 5 MHz 정도의 대역폭에 5 Mbps를 전송하고자 하는 ACIS(advanced cellular Internet service) 시스템의 경우 500개 이상의 부반송파를 사용하는 것으로 가정하고 있다<sup>[6]</sup>. 만일 발진기의 정밀도를 20 ppm 정도라고 가정하면 송신기 발진기와 수신기 발진기의 주파수 오프셋은 최대 200 kHz에 이르며, 이것은 부반송파 간격의 약 20배에 해당한다. 전송 대역이 더 높아지거나 부반송파의 수가 증가하면 추정해야 할 주파수 오프셋의 범위는 더 넓어진다.

주파수 오프셋 추정 방법에 대해서 지금까지 많은 논문이 발표되었다<sup>[2][4][5][7-9]</sup>. 그러나 대부분의 경우 주로 미세 추정 방식에 초점을 맞추고 있으며, 대략 추정의 경우 미리 알고 있는 신호와 수신신호와의 상관성을 이용한 교차상관 방법이 주를 이루고 있다<sup>[8]</sup>. 교차 상관을 이용한 방법은 추정 성능이 좋고 추정 범위에 제한이 없지만 추정하고자 하는 범위 이내의 오프셋에 대해 모두 교차 상관치를 구해야 하므로 계산량이 많은 단점이 있다. [9]와 같은 경우 지표 부반송파(pilot subcarrier)를 불규칙적으로 배치한 후 부반송파 크기만 교차 상관을 적용하기 때문에 계산량도 적고 추정 범위도 어느 정도 확대시킬 수 있는 장점이 있지만, 주파수 동기용으로 사용하는 훈련 신호를 심볼 동기나 채널 추정 등 다른 목적을 위해 이용할 수 없어서 또 다른 훈련 심볼을 추가해야 하는 단점이 있다.

대략 추정에서의 관건은 얼마나 넓은 범위의 오프셋을 낮은 오율로 추정할 수 있는가 하는 것이고, 미세 추정의 경우는 얼마나 정확하게, 즉 얼마나 작은 분산값을 가지고 추정하는가 하는 것이다. 왜냐하면 시스템이 통상적으로 동작하는 신호대 잡음비(signal-to-noise ratio: SNR) 수준에서 대략 추정 오류 확률이 낮다면 전체 주파수 오프셋 추정기의 성능은 미세 추정기에 의해 결정되기 때문이다. 이 논문에서는 이와 같은 대략 추정기의 요구 조건을 고려하여 시스템을 동작시키는 통상적인 SNR 수준에서 전체 추정기의 성능 악화에 거의 영향을 미치지 않으면서도 계산량을 크게 감소시키고 추정 범위를 확대시킬 수 있는 대략 주파수 오프셋 추정 방식을 제안한다. 제안 방식의 훈련 심볼은 [2]와 유사한 구조를 가지지만, 차이점은 [2]가 대략 주파수 오프셋 추정을 위해 인접한 두 OFDM 심볼의 동일 대역에 위치하는 부반송파 간의 상관을 이용하는 반면, 제안 방식은 동일 OFDM 심볼 내에서 부반송파 상호 간의 상관성을 이용한다. 또 [2]는 대략 오프셋 추정을 위해 가능한 오프셋 구간 내에서 모든 상관치를 구하고 또 그로부터 최대 상관치를 나타내는 오프셋 값을 선택해야 하지만, 제안 방식은 한 개의 상관치만을 계산하고 이 상관치의 위상으로부터 직접 주파수 오프셋을 추정한다. 훈련 심볼은 [2]와 마찬가지로 주파수 동기뿐만 아니라 심볼 동기와 채널 추정에도 이용할 수 있는 구조를 가지고 있다.

이 논문의 구성은 먼저 2장에서 제안한 주파수 오프셋 추정 방법을 위한 훈련 신호의 발생 방법과 심볼의 구조 등 OFDM 신호 모델에 대해 설명하고, 3장에서 제안한 대략 주파수 오프셋 추정 방법을 포함한 전체 주파수 오프셋 추정 방법에 대해 설명한다. 4장에서는 주파수 오프셋 추정기의 성능을 해석적인 방법과 모의실험을 통해 살펴보고, 마지막 5장에서 결론을 맺는다.

## II. OFDM 신호 모델

OFDM 신호는 일반적으로 훈련 신호와 데이터 신호로 구성된다. 훈련 신호는 신호 검출, 심볼 및 주파수 동기, 채널 추정 등에 사용하기 위해 수신기 측에서 미리 알고있는 신호를 전송하는 것으로 데이터 신호 이전에 먼저 전송한다. 이 논문에서는 훈련 신호 중에서 주파수 동기를 위해 사용하는 훈련 신호만을 고려하며, 이 신호는 2개의 OFDM 심볼로 구성된다. 각각의 OFDM 심볼은 시간 영역에서

유용구간(useful period)과 보호구간(guard interval)의 합으로 이루어지며, 유용구간은 PSK (phase-shift keying) 심볼  $X_l(k)$ 를 다음 식과 같이 역 이산 푸리에 변환(inverse discrete Fourier transform: IDFT)하여 나타낼 수 있다.

$$x_l(n) = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} X_l(k) e^{j2\pi \frac{nk}{N}}, \quad n = 0, 1, \dots, N-1, \quad l = 0, 1 \quad (1)$$

여기서  $N$ 은 IDFT의 크기이며,  $X_l(k)$ 는  $l$ 번째 OFDM 심볼의  $k$ 번째 부반송파를 나타낸다. 실제로 전송하는 OFDM 심볼은 지연확산(delay spread)이 발생하는 채널에서 부반송파 간의 직교성을 유지하고 심볼간 간섭(intersymbol interference)이 발생하지 않도록 다음과 같이 마지막  $N_G$ 개의 표본을 앞에 덧붙여 총  $N + N_G$ 개의 표본으로 구성한다.

$$\{x_l(N - N_G), \dots, x_l(N - 1), x_l(0), \dots, x_l(N - 1)\} \quad (2)$$

보호구간  $N_G$ 의 길이는 심볼간 간섭의 영향을 제거할 수 있도록 채널의 충격응답(impulse response)보다 길게 결정하며, 수신기에서 심볼 동기를 포착한 후 제거한다.

훈련 심볼은 홀수 번째 부반송파를 0으로 놓고, 짝수 번째 부반송파는  $M$ -PSK 변조하여 구성한다. 즉  $X_l(k)$ 를 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$X_l(k) = \begin{cases} e^{j\frac{2\pi}{M} m_l(k)}, & k = 0, 2, \dots, N-2 \\ 0, & k = 1, 3, \dots, N-1 \end{cases} \quad (3)$$

여기서  $m_l(k) \in \{0, 1, \dots, M-1\}$ 로서, 첫 번째와 두 번째 훈련 심볼은 각각 다음의 (4)식과 (5)식을 만족하도록 결정한다.

$$m_1(k+4) - 2m_1(k+2) + m_1(k) = 1, \quad k = 0, 2, \dots, N-6 \quad (4)$$

$$m_2(k+4) - 2m_2(k+2) + m_2(k) = -1, \quad k = 0, 2, \dots, N-6 \quad (5)$$

위 두 식은  $\{m_l(k+4) - m_l(k+2)\} - \{m_l(k+2) - m_l(k)\} = \pm 1$ 로 다시 표현할 수 있으며, 2개 떨어진 두 부반송파 사이의 위상차의 변화

를 의미한다. 이 식은 이 논문의 기본이 되는 착상으로 반송파의 주파수 오프셋이 발생한 경우 인접한 부반송파 사이의 위상차가 주파수 오프셋에 비례함을 이용한 것이다. 주파수 오프셋이 0인 경우 수신신호는 위 관계식을 만족하지만, 주파수 오프셋이 0이 아닌 경우 인접 (2개 떨어진) 부반송파 사이의 위상차의 변화는 절대치가 1보다 큰 값이 나타나게 된다. 두 심볼에 대해 위상차의 부호를 서로 반대로 놓은 것은 뒤에서 설명하겠지만 채널과 타이밍 오차의 영향을 상쇄시키기 위함이다.  $\{m_l(k)\}$ 는 초기치  $m_l(0)$ 과  $m_l(2)$ 에 따라 다르게 결정된다. 그러나 초기치와 무관하게 동일한 성능을 나타내는 것을 확인할 수 있었다. 이 논문에서는 두 심볼에 대해  $m_1(0) = m_2(N-2) = 0$ ,  $m_1(2) = m_2(N-4) = M/2$ 으로 놓았다.

대역통과(bandpass) 채널을 통과한 후 이산 푸리에 변환(discrete Fourier transform: DFT)을 하기 위해 입력되는 수신 신호의 복소 포락선(complex envelope)은

$$y_l(n) = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} H(k) X_l(k) e^{j2\pi \frac{(n+\delta)(k+\epsilon)}{N}} + w_l(n), \quad n = 0, 1, \dots, N-1 \quad (6)$$

로 표현할 수 있다. 여기서  $H(k)$ 는  $k$ 번째 부채널(subchannel)에서의 채널의 전달함수(transfer function)를 나타내며, 다음과 같이 충격응답을 DFT한 것이다.

$$H(k) = \sum_{n=0}^{N-1} h(n) e^{-j2\pi \frac{nk}{N}} \quad (7)$$

$\delta$ 는 심볼 타이밍(symbol timing) 오프셋이고,  $\epsilon$ 은 수신기와 반송파 사이의 주파수 오프셋을 부반송파 간격에 대해 정규화한 상대 주파수 오프셋이며,  $w(n)$ 은 가산성 백색 가우스 잡음(additive white Gaussian noise: AWGN)으로 평균은 0이고 분산은  $E[|w_l(n)|^2] = 2E[\text{Re}^2\{w_l(n)\}] = 2E[\text{Im}^2\{w_l(n)\}] = \sigma_w^2$ 이다. 따라서 수신기의 A/D 변환기 출력에서 정의되는 SNR은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\text{SNR} \equiv \frac{E|x(n)|^2}{E|w(n)|^2} = \frac{E|X(k)|^2/N}{\sigma_w^2} = \frac{1}{2N\sigma_w^2} \quad (8)$$

여기서  $E|X(k)|^2 = 1/2$ 을 이용하였다. 채널은 최소

한 두 OFDM 심볼 이내에서는 그 특성이 변하지 않는 저속 시변(slowly time-varying) 채널이라 가정한다. (6)식의 입력에 대해 DFT 출력은 다음과 같다.

$$Y_l(k) = \sum_{n=0}^{N-1} y_l(n) e^{-j2\pi \frac{nk}{N}}, \quad k = 0, 1, \dots, N-1 \quad (9)$$

### III. 주파수 오프셋 추정

#### 1. 미세 주파수 오프셋 추정

두 혼련 심볼이 (3)식을 만족하도록 부반송파를 결정하고 IDFT하면 시간 영역에서 각 심볼의 유용 구간 동안 두 번 반복하는 주기신호가 된다. 보호구간이 다중경로 채널의 충격응답보다 긴 경우 한 심볼 내에 포함되는 두 주기 신호는 채널에 의해 서로 동일한 영향을 받는다. 따라서 수신 신호열로부터 보호구간을 제거했을 때 (6)식으로부터 다음과 같은 관계를 만족한다.

$$\begin{aligned} y_l(n) &= \hat{x}_l(n) + w_l(n) \\ y_l(n+N/2) &= \hat{x}_l(n) e^{j\pi\epsilon} + w_l(n+N/2) \end{aligned} \quad n=0, 1, \dots, N/2-1, \quad l=0, 1 \quad (11)$$

여기서  $\hat{x}_l(n)$ 은 각 심볼의 앞 절반 신호를 나타내는 것으로

$$\hat{x}_l(n) = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} H(k) X_l(k) e^{j2\pi \frac{(n+\delta)(k+\epsilon)}{N}} \quad (12)$$

이다.

(11)식의 관계로부터 미세 주파수 오프셋의 MLE(maximum likelihood estimate)는 다음과 같이

구할 수 있다<sup>[2]</sup>.

$$\hat{\epsilon}_F = \frac{1}{\pi} \arg \left\{ \sum_{l=0}^{N/2-1} \sum_{n=0}^{N/2-1} y_l^*(n) y_l(n+N/2) \right\} \quad (13)$$

(11)식에서 알 수 있는 바와 같이 한 심볼구간 내에 포함된 두 신호열의 관계는 잡음을 제외한 경우 표본화 순간의 오프셋 (즉 표본화 간격 이내에서 발생하는 오프셋) 및 DFT 구간의 시간 오프셋 (즉 표본화 간격 단위의 오프셋)과 무관하게 주파수 오프셋만의 함수로 표현된다. 따라서 (13)식으로 구한 미세 추정치는 심볼간 간섭이 발생하지 않는 한 타이밍 오프셋의 영향을 받지 않는다.

#### 2. 대략 주파수 오프셋 추정

시간 영역에서 주파수 오프셋의 미세 추정을 마치면 그림 1과 같이 신호에 반대의 위상을 곱해 주파수 오프셋의 소수 부분을 보정하고, 이어 DFT를 하여 주파수 영역으로 변환한다. 주파수 오프셋의 짝수 부분을 추정하는 대략 추정은 주파수 영역에서 수행한다.

혼련 신호와 그에 해당하는 수신 신호에 대해 [10]에서 정의한 상관식과 유사한 상관식을 다음과 같이 정의한다.

$$P_l \equiv \frac{2}{N} \sum_{k \in K} Y_l^*(k) Y_l((k+2)_N) C_l^*(k) \quad (14)$$

여기서  $K = \{0, 2, \dots, N-2\}$ 이고, 아래 첨자  $N$ 은 모듈로(modulo)  $N$  연산을 의미한다. 이하부터는 표기를 간단하게 하기 위해 모듈로 연산을 의미하는 첨자  $N$ 을 생략하기로 한다. 또

$$C_l(k) = X_l^*(k) X_l(k+2), \quad k=0, 1, \dots, N-1 \quad (15)$$

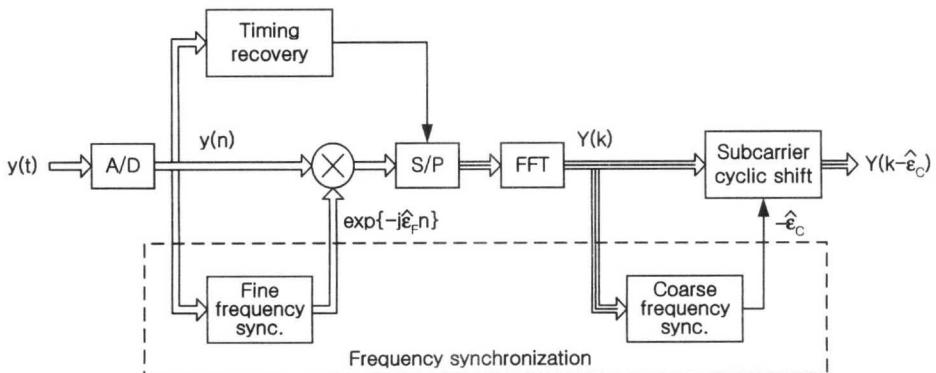


그림 1. OFDM 수신기의 구조

로서 2개 떨어진 부반송파 사이의 위상차에 의해 결정된다.  $C_l(k)$ 는 [2]에서 (41)식의  $v_k$ 와 유사하지만, [2]에서는 인접한 OFDM 심볼간의 위상차로 정의하고 있는 점이 다르다. 한편 대략 추정치를 구하기 위해 이용하는 [2]의 (41)식은 가능한 주파수 오프셋의 범위에 대해 상관치를 모두 계산해야 하지만, (14)식은 상관치를 한 번만 계산하면 된다. 주파수 오프셋의 짝수 부분은 다음 식으로부터 추정한다.

$$\widehat{\epsilon}_C = \text{even} \left[ \frac{M}{2\pi} \{ \arg(P_2) - \arg(P_1) \} \right] \quad (16)$$

여기서  $\text{even}[x]$ 는  $x$ 에 가장 가까운 짝수를 의미한다.

이제 (16)식의 타당성을 살펴보기로 한다. 미세 추정 단계에서 주파수 오프셋의 소수 부분을 정확하게 추정하여 완전히 제거한 경우, (9)식으로 표현되는 수신 신호의 각 부반송파는 상대 주파수가 짝수 배만큼 이동하여 부반송파간의 인접 채널 간섭 (interchannel interference)이 발생하지 않는다. 즉 수신신호의  $k$ 번째 부반송파는

$$Y_l(k) = H(k - \epsilon_C) X_l(k - \epsilon_C) + W_l(k) \quad (17)$$

가 된다. 여기서  $W_l(k) = \sum_{n=0}^{N-1} w_l(n) e^{-j2\pi nk/N}$ 로  $k$ 번째 부반송파에 포함된 잡음 성분을 나타낸다. 잡음이 없는 이상적인 채널을 가정한 경우, (17)식을 (14)식에 대입하고 (4)식의 관계를 이용하면 첫 번째 혼련 심볼에 대한 상관식을 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\begin{aligned} P_1 &= \frac{2}{N} \sum_{k \in K} X_1^*(k - \epsilon_C) X_1(k + 2 - \epsilon_C) C_1^*(k) \\ &= e^{j2\pi(-\epsilon_C/2)/M} \end{aligned} \quad (18)$$

마찬가지로 두 번째 혼련 심볼에 대해서도 (5)식의 관계를 이용하여 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\begin{aligned} P_2 &= \frac{2}{N} \sum_{k \in K} X_2^*(k - \epsilon_C) X_2(k + 2 - \epsilon_C) C_2^*(k) \\ &= e^{j2\pi(+\epsilon_C/2)/M} \end{aligned} \quad (19)$$

여기서 (4)와 (5)식으로부터 유도한  $\{m_l(k+2) - m_l(k)\} - \{m_l(k+2 - \epsilon_C) - m_l(k - \epsilon_C)\} = \pm \epsilon_C/2$ 의 관계를 이용하였다. 따라서 (18)식과 (19)식으로부터 대략 추정치를 (16)식과 같이 구할 수 있으며, 대략 추정 범위가  $|\epsilon_C| < M$  임

#### IV. 주파수 오프셋 추정기의 성능

앞에서 주파수 오프셋의 짝수 부분을 추정하는 (16)식의 타당성을 보이기 위해 잡음이 없는 이상적인 채널 환경에서 심볼 동기를 정확하게 포착한 경우로 가정하였다. 이 장에서는 다중경로 채널 또는 AWGN 채널에서 심볼 동기 오차가 있는 경우 대략 추정기에 미치는 영향을 살펴보고, 그 다음 미세 추정기를 포함하는 전체 주파수 오프셋 추정기의 성능을 살펴본다.

##### 1. 대략 주파수 오프셋 추정기의 성능

대략 추정기의 성능을 살펴보기 위해 주파수 오프셋의 소수 부분  $\epsilon_F$ 는 완전히 제거되고 짝수 부분  $\epsilon_C$ 만 남았다고 가정한다. 또  $\epsilon_C = 0$ 인 특별한 경우만 고려해도 일반적인 경우로 확대할 수 있으므로  $\epsilon_C = 0$ 이라 가정한다. 이 경우 (9)식의 DFT 출력이 다음과 같이 됨을 유도할 수 있다.

$$Y_l(k) = H(k) X_l(k) e^{j2\pi \frac{\epsilon_C k}{N}} + W_l(k) \quad (20)$$

이 식을 (14)식에 대입하여 첫 번째 혼련 심볼에 대한 상관식을 구하면

$$P_1 = H_o e^{j(4\pi\delta/N + \phi_n)} + V_1 \quad (21)$$

로 나타낼 수 있다. 여기서

$$H_o e^{j\phi_n} = \frac{2}{N} \sum_{k \in K} H^*(k) H(k+2) \quad (22)$$

로 놓았다. (21)식의 우변 첫 항이 추정하고자 하는 주파수 오프셋의 짝수 부분(지금의 경우  $\epsilon_C = 0$ )을 포함하고 있으며,  $V_1$ 은 잡음에 의해 상관식의 분산을 유발하는 성분으로 다음과 같이 세 부분으로 이루어져 있다.

$$\begin{aligned} V_1 &= \frac{2}{N} \sum_{k \in K} H^*(k) X_1^*(k) X_1(k) \\ &\quad \cdot X_1^*(k+2) W_1^*(k+2) e^{-j2\pi \frac{\epsilon_C k}{N}} \\ &\quad + \frac{2}{N} \sum_{k \in K} H(k+2) X_1(k+2) X_1(k) \\ &\quad \cdot X_1^*(k+2) W_1^*(k) e^{j2\pi \frac{\epsilon_C(k+2)}{N}} \\ &\quad + \frac{2}{N} \sum_{k \in K} X_1(k) X_1^*(k+2) W_1^*(k) \\ &\quad \cdot W_1(k+2) \end{aligned} \quad (23)$$

마찬가지 방법으로 두 번째 혼련 심볼에 대해 상관식을 구하면

$$P_2 = H_o e^{j(4\pi\delta/N + \phi_n)} + V_2 \quad (24)$$

가 되고,  $V_2$ 는  $V_1$ 과 동일한 확률적 특성을 가진다.  $V_1$ 의 분산을 부록에서 계산하였다.

먼저 AWGN 채널에서 타이밍 오프셋이 없는 (즉  $H_o e^{j\phi_n} = 1$  이고  $\delta = 0$ ) 경우를 살펴본다. 이 경우 (21)식과 (24)식은 다음과 같이 된다

$$P_i = 1 + V_i \quad (25)$$

따라서  $P_i$ 은 평균이 1이고 실수부 및 허수부의 분산이 각각 부록의 (A.3)식과 (A.4)식으로 주어진 비대칭 분포를 하는 Gauss 불규칙 변수로 볼 수 있다. 한편 일반적인 동작 환경에서  $1/\text{var}(V_{lr}) \gg 1$  이고, (A.3)식과 (A.4)식으로부터  $\text{var}(V_{lr}) \gg \text{var}(V_{li})$ 이므로

$$\arg\{P_i\} = \arg\{1 + V_i\} \approx V_{li} \quad (26)$$

로 놓을 수 있다<sup>[11]</sup>. 즉  $P_i$ 의 위상은 잡음 성분  $V_i$ 의 허수부에 의해서만 결정된다. 따라서 주파수 오프셋의 대략 추정치는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\hat{\epsilon}_C \approx \text{even} \left[ \frac{M}{2\pi} (V_{2i} - V_{1i}) \right] \quad (27)$$

여기서

$$\arg\{P\} \approx \arg\{P_2\} - \arg\{P_1\} \quad (28)$$

로 근사화시키고  $P = P_r + jP_i$ 로 놓으면,  $P$ 의 평균이 1일 때  $P_r$ 의 분산  $\sigma_r^2$  및  $P_i$ 의 분산  $\sigma_i^2$ 은 다음과 같이 된다.

$$\sigma_r^2 = \text{var}(P_{lr}) = \frac{2}{N(\text{SNR})} + \frac{1}{4N(\text{SNR})^2} \quad (29)$$

$$\sigma_i^2 = 2 \text{var}(P_{li}) = \frac{1}{2N(\text{SNR})^2} \quad (30)$$

여기서  $P_{lr} = \text{Re}\{P_i\}$ ,  $P_{li} = \text{Im}\{P_i\}$ 이다. 위상은  $P$ 의 허수부에 의해 결정되므로,  $P$ 의 실수부의 분산은  $P_i$ 의 실수부의 분산과 동일하고, 허수부의 분산은  $P_i$ 에 비해 2배 증가한다. 이 결과 결합 확률 분포 함수(joint probability distribution function)는 다

음과 같이 나타낼 수 있다.

$$f(p_r, p_i) = \frac{1}{2\pi\sigma_r\sigma_i} \exp \left\{ -\frac{(p_r-1)^2}{2\sigma_r^2} - \frac{p_i^2}{2\sigma_i^2} \right\} \quad (31)$$

$P$ 의 위상이 일정 범위를 벗어나는 경우 주파수 오프셋의 대략 추정시 오류가 발생한다. 따라서 대략 추정 오류는 PSK 전송방식에서 잡음의 실수부와 허수부의 분포가 서로 비대칭인 경우의 심볼 오류를 구하는 방법과 동일하다. (16)식으로부터 대략 추정치가  $|\hat{\epsilon}_C| \geq 1$ 인 경우 (왜냐하면  $|\hat{\epsilon}_C - \epsilon_C| \geq 1$ 인 경우인데 앞에서  $\epsilon_C = 0$ 으로 가정했으므로), 즉  $|\arg\{P\}| \geq 2\pi/M$ 인 경우 대략 추정 오류가 발생하므로 오류는 다음과 같이 나타낼 수 있다<sup>[12]</sup>.

$$P_E = 1 - \int_{-\theta_c}^{\theta_c} \left\{ \int_0^{\infty} f(r, \theta) dr \right\} d\theta \quad (32)$$

여기서

$$\theta_c = \tan^{-1} \left( \frac{\sigma_r}{\sigma_i} \tan \frac{2\pi}{M} \right)$$

이고, 불규칙 변수  $R$ ,  $\theta$ 는 다음과 같이 정의된다.

$$R = \sqrt{\sigma_i^2 P_r^2 + \sigma_r^2 P_i^2} \quad (33)$$

$$\theta = \tan^{-1} \left( \frac{\sigma_r P_i}{\sigma_i P_r} \right) \quad (34)$$

또 확률 변수  $R$ ,  $\theta$ 에 대한 결합 분포 함수는 (31)식으로부터 다음과 같이 유도할 수 있다.

$$f(r, \theta) = \frac{r}{2\pi\sigma_r\sigma_i} \cdot \exp \left\{ -\frac{r^2 - 2\sigma_i r \cos \theta + \sigma_i^2}{2\sigma_r^2 \sigma_i^2} \right\} \quad (35)$$

다음은 다중경로 채널에서 타이밍 오프셋이 존재하는 (즉  $H_o e^{j\phi_n} \neq 1$ 이고  $\delta \neq 0$ ) 경우를 살펴본다. 이 경우 상관식은 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$P_i \approx H_o e^{j(4\pi\delta/N + \phi_n + V_{li}/H_o)} \quad (36)$$

한편  $\sum_{k \in K} |H(k)|^2 \approx N/2$ 이고,  $H(k)$ 와  $H(k+2)$ 간의 상관성이 큰 경우 (22)식으로부터

$$H_o \approx 1 \quad (37)$$

라 놓을 수 있다. 따라서 AWGN 채널인 경우와 마찬가지로 대략 추정치는 다음과 같이 나타낼 수 있

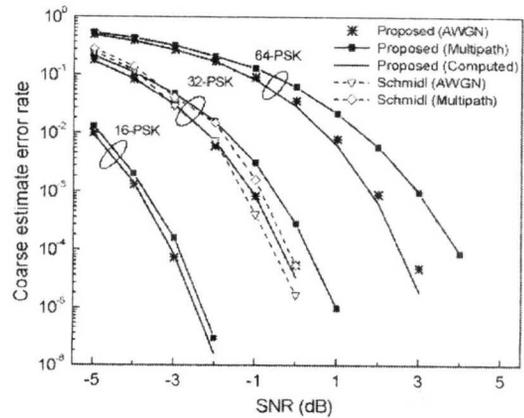
다.

$$\hat{\epsilon}_C \approx \text{even} \left[ \frac{M}{2\pi} (V_{2i} - V_{1i}) \right] \quad (38)$$

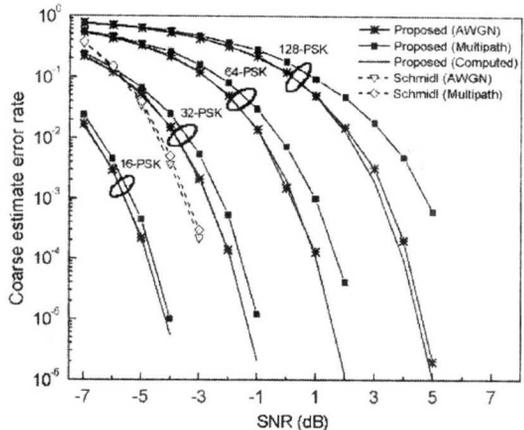
이식은 AWGN 채널인 경우와 동일한 형태를 나타낸다. 이 결과로부터 다중 경로와 타이밍 오차에 의해 발생하는 위상 성분은 두 혼련 심볼에서 서로 상쇄되어 대략 추정치에 영향을 미치지 않음을 알 수 있다. 그러나 AWGN 채널인 경우와 비교하면 부록 (A.8)식과 (A.9)식으로부터  $V_i$ 의 실수부의 분산이 크게 증가한다. 특히 주파수 영역에서의 채널의 변화가 큰 경우, 즉  $H(k)$ 와  $H(k+2)$ 의 상관성이 크지 않은 경우 (A.5)식의 우변 첫 두 항이 서로 상쇄되지 않아  $V_i$ 의 허수부의 분산을 증가시킨다. 한편 앞에서 상대 주파수 오프셋이  $\epsilon_C=0$ 이라 가정했으므로 주로 잡음 성분의 허수부가 위상에 영향을 미친다. 따라서 대략 추정기는 심볼 타이밍 오프셋에는 둔감하지만 다중경로 채널의 영향을 일부 받게 된다.

그림 2는 제안 방식 및 제안방식과 혼련심볼의 구조가 유사한 Schmidl 방법<sup>[2]</sup>을 적용하여 주파수 오프셋을 대략 추정할 때 오류가 발생할 확률을 나타낸 것이다. [2]의 방법은 동일한 조건에서의 비교를 위해 두 번째 혼련 심볼을 제안 방식과 동일하게 홀수 번째의 부반송파는 0으로 놓았다. 사용한 부반송파의 수는 256과 512이며, 보호구간은 모두 유용구간의 1/8로 하였다. 채널은 순수 AWGN 채널과 다중경로에 AWGN이 포함된 채널 두 경우에 대해 비교하였다. 다중경로 채널의 경우 충격응답의 크기는  $|h(n)| = e^{-n/\tau}$ 으로 채널 이득이 지연시간에 대해 지수함수적으로 감소한다. 또  $\tau = N_G/4$ 이고, 각 경로의 지연시간은  $n = mN_G/8$ ,  $m=0, 1, \dots, 6$ 이다. 각 경로 이득에 대한 위상은  $[-\pi, \pi]$  구간에서 균일분포를 가지는 불규칙 변수가 되도록 매 실험마다 다르게 발생시켰다. 그림 2에서 제안 방법과 Schmidl 방법은 AWGN 및 다중경로 채널에 대해 실험하였으며, 제안방식의 경우 (32)식을 수치적분 방식으로 계산한 값도 나타내었다 (Computed로 표시). 대략 추정기의 성능만을 확인하기 위하여 주파수 오프셋은 16, 32, 64, 128-PSK 변조방식에 대해 각각 최대 추정 가능치의 3/4인 12, 24, 48, 96으로 하였으며, 미세 추정을 수행하지 않았다. 부반송파의 수가 256인 경우와 512인 경우 모두 Schmidl 방식은 제안방식의 32-PSK 변조한 경우, 즉 주파수

오프셋 추정범위가 -32 ~ +32인 경우와 비슷한 추정 오율을 나타낸다. 그러나 제안방식은 Schmidl 방식에 비해 필요한 계산량이 훨씬 적다. 한편 대략 추정 오율이 낮을 때 전체 주파수 오프셋 추정기의 성능에 미치는 영향이 미미하므로, 그림으로부터 일반적인 적용환경인 10 dB 이상의 SNR에서는  $-N/2 \sim +N/2$  범위의 상대 주파수 오프셋까지도 전체 주파수 오프셋 추정기의 성능에 미치는 영향이 거의 없음을 예측할 수 있다. 다중경로 채널의 경우 부록의 (A.8)식과 (A.9)식에서 살펴본 바와 같이 잡음성분의 분산이 증가하기 때문에 AWGN 채널인 경우에 비해 추정 오율이 약간 증가한다.



(a) N=256인 경우



(b) N=512인 경우

그림 2. 대략 추정기의 추정 오율

그림 3은 타이밍 오차의 영향을 보기 위한 것으로 보호구간의 10% (즉 N=256인 경우  $\delta=3$ , N=512인 경우  $\delta=6$ ) 만큼 타이밍 오차가 발생했을 때 다중경로 채널에서 대략 추정기의 오율을 나타

낸다. 곡선 위의 숫자는 PSK 변조 단계 수  $M$ 을 나타낸다. 앞서 설명한 바와 같이 심볼간 간섭이 발생하지 않는 경우 타이밍 오차의 영향은 크지 않음을 확인할 수 있다.

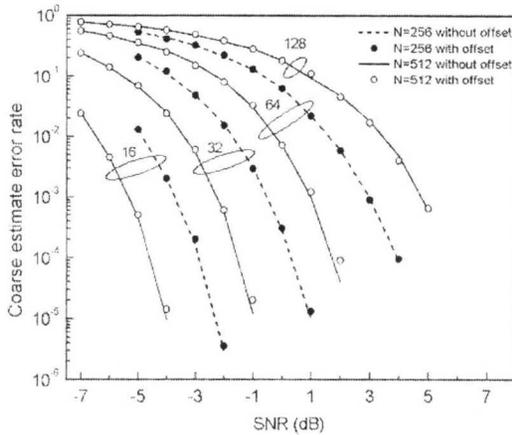


그림 3. 타이밍 오차가 있는 경우 대략 추정기의 추정 오류

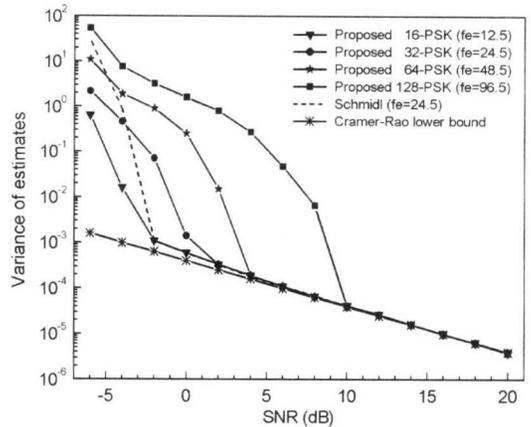
2. 전체 주파수 오프셋 추정기의 성능

대략 주파수 오프셋 추정기의 오류가 낮을 때 전체 주파수 오프셋 추정기의 성능은 미세 추정기의 성능에 의해 결정된다. 미세 추정치는 두 개의 훈련 심볼로부터 계산하므로 [2]에서 보인 추정치의 분산인 Cramer-Rao 下界(lower bound)는 다음 식과 같이 바꾸어 표현할 수 있다.

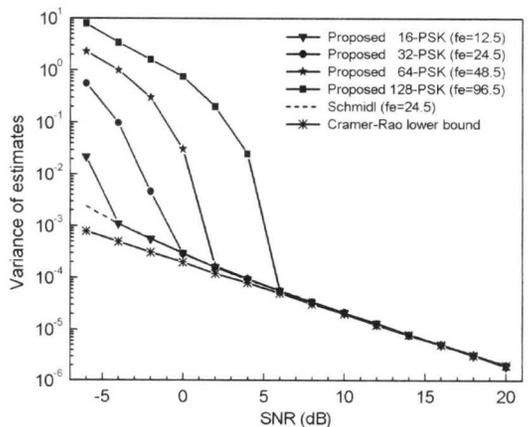
$$\text{var}(\hat{\varepsilon}) \approx \text{var}(\hat{\varepsilon}_F) = \frac{1}{\pi^2 N(SNR)} \quad (39)$$

그림 4는 미세 추정기도 포함시킨 전체 추정기의 최종 주파수 오프셋 추정치의 분산을 다중경로 채널에 대해 나타낸 것이다. 그림에서  $f_e$ 는 상대 주파수 오프셋을 나타낸다. 제안 방식의 경우 상대 주파수 오프셋을 훈련 심볼의 부반송파 변조방식이  $M$ -PSK일 때  $3M/4 + 0.5$ 로 놓았으며, Schmidl 방식은 제안방식의 32-PSK에 맞춰 24.5로 고정하였다. Cramer-Rao 하계를 나타내는 곡선은 (39)식을 계산한 값이다. 그림 2와 그림 4를 비교해 보면 대략추정 오류가 약  $10^{-4}$  정도부터 최종 추정치의 분산이 Cramer-Rao 하계에 다가간다. 즉 대략추정 오류가  $10^{-4}$  이하가 되면, 전체 추정기의 성능이 미세 추정기에 의해 주로 결정된다. 부반송파의 수가 256인 경우 10 dB 이상의 SNR에서는 전구간의 주파수 오프셋을 추정할 수 있는 128-PSK를 적용할 수 있음을 볼 수

있다. 또 부반송파 수에 대한 추정 범위의 비율이 동일할 때, 부반송파 수가 두 배 증가하면 분산치가 하계에 다가가는 SNR은 약 2 dB 증가한다 (예를 들어  $N=256$ 일 때 추정 범위가 전체의 1/2이 되는 64-PSK에 대해 SNR=4 dB 정도에서 분산이 하계에 근접하고,  $N=512$ 일 때는 128-PSK에 대해 SNR=6 dB 정도에서 분산이 하계에 근접한다). 실제 시스템에서 주파수 오프셋의 범위가 전체 대역의 1/10 내외인 것을 고려하면 (예를 들어 무선 LAN 표준 규격인 HiperLAN/2의 경우 전체 대역의 1/16을 가정하고 파라미터를 결정하였다<sup>[13]</sup>), 부반송파의 수가 수천 개에 이르기까지 약 10 dB 이상의 SNR에서 대략 추정기가 전체 추정기의 성능에 거의 영향을 미치지 않음을 예측할 수 있다.



(a) N=256인 경우



(b) N=512인 경우

그림 4. 전체 추정기에 의해 구한 최종 주파수 오프셋 추정치의 분산



## V. 결론

이 논문에서는 혼련 심볼을 이루는 부반송파 상호간의 상관성을 이용한 대략 주파수 오프셋 추정 방식을 제안하였다. 추정하고자 하는 주파수 오프셋 범위에서 오프셋의 최대치 정수부분을  $\epsilon_{C,MAX}$ 라고 할 때, 제안한 방식의 계산량은 기존의 교차상관을 이용하는 방식에 비해 근사적으로  $2/\epsilon_{C,MAX}$ 로 감소한다. 주파수 오프셋의 추정 가능 범위는 교차상관 방식에 비해 감소하지만, 실험 결과 부반송파의 수가 256, 512개인 경우 모두 약 6 dB 이상의 SNR에서 추정범위를 전체 대역의 1/2 정도까지 넓힐 수 있음을 알 수 있었다. 실제 시스템이 약 10 dB 이상의 SNR에서 동작시키고, 주파수 오프셋의 범위가 전체 대역의 1/10 내외인 발진기의 정밀도를 고려하면, 실제 사용 환경에서 기존의 교차상관 방식과 거의 동일한 추정 성능을 나타낸다고 할 수 있다.

최근 새롭게 제안되고 있는 셀룰러망을 이용한 인터넷 서비스 시스템은 전송 대역이 수 GHz이고 부반송파의 수가 수천에 이를 것으로 예상된다. 이 경우 주파수 오프셋이 부반송파 간격의 수십 배에 이를 것이므로 제안 방식과 같은 고속의 대략 추정기가 필요할 것으로 예상된다.

### 부록 A: (23)식 $V_1$ 의 분산

먼저 AWGN 채널에서 타이밍 복원이 완전한 (즉  $\delta=0$ ) 경우, (23)식은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$V_1 = \frac{2}{N} \sum_{k \in K} \{ X_1^*(k+2) W_1(k+2) + X_1(k) W_1^*(k) \} + \frac{2}{N} \sum_{k \in K} X_1(k) X_1^*(k+2) \cdot W_1^*(k) W_1(k+2) \quad (A.1)$$

(A.1)식 우변의 첫 항에서 중괄호 내부의 두 항은 부반송파 간격이 서로 2만큼 편이하여 있을 뿐 모두 공통인 지수를 포함하고 있다. 따라서 공통 지수를 가지는 항의 허수 성분은 서로 상쇄된다. 또 (A.1)식 우변의 두 번째 항에서  $X_1(k)$ 는 단순히 잡음 성분의 위상만 변화시킬 뿐 잡음의 확률적인 특성은 그대로 유지시킨다. 따라서  $V_1$ 은 다음과 같이 간단히 표현할 수 있다.

$$V_1 = \frac{4}{N} \sum_{k \in K} \text{Re}\{ X_1(k) W_1^*(k) \} + \frac{2}{N} \sum_{k \in K} W_1^*(k) W_1(k+2) \quad (A.2)$$

$V_1$ 을  $V_1 = V_{1r} + jV_{1i}$ 과 같이 실수부와 허수부로 표현할 때 (A.2)의 분산은 다음과 같이 쉽게 구할 수 있다.

$$\text{var}\{V_{1r}\} = \frac{2}{N(\text{SNR})} + \frac{1}{4N(\text{SNR})^2} \quad (A.3)$$

$$\text{var}\{V_{1i}\} = \frac{1}{4N(\text{SNR})^2} \quad (A.4)$$

여기서 SNR은 신호대 잡음비로 본문 (8)식에서 정의한  $\text{SNR} = 1/2N\sigma_w^2$ 이다.  $V_{1r}$ 과  $V_{1i}$ 는 중앙 극한 정리(central limit theorem)에 의해 각각 Gauss 분포를 가지고 평균이 0인 불규칙 변수로 볼 수 있다. 다음으로 다중경로 채널에서 심볼 타이밍 복원이 불완전(즉  $\delta \neq 0$ )한 경우 (23)식은

$$V_1 = \frac{2}{N} \sum_{k \in K} H^*(k) X_1^*(k+2) W_1(k+2) e^{-j2\pi \frac{\delta k}{N}} + \frac{2}{N} \sum_{k \in K} H(k+2) X_1(k) W_1^*(k) e^{j2\pi \frac{\delta(k+2)}{N}} + \frac{2}{N} \sum_{k \in K} X_1(k) X_1^*(k+2) W_1^*(k) W_1(k+2) \quad (A.5)$$

여기서 주파수 영역에서의 채널 변화가 크지 않다고 하면  $H(k) \approx H(k+2)$ 로 놓을 수 있다. 이 경우 (A.5)식은 근사적으로

$$V_1 \approx \frac{2}{N} \sum_{k \in K} \left\{ H^*(k) X_1^*(k) W_1(k) e^{-j2\pi \frac{\delta(k-2)}{N}} + H(k) X_1(k) W_1^*(k) e^{j2\pi \frac{\delta(k+2)}{N}} \right\} + \frac{2}{N} \sum_{k \in K} X_1(k) X_1^*(k+2) W_1^*(k) W_1(k+2) \quad (A.6)$$

이 때 우변의 중괄호로 묶인 항은 다음 식과 같이 간단히 표현할 수 있다.

$$V_1 \approx \frac{4}{N} e^{-j4\pi \frac{\delta}{N}} \sum_{k \in K} \left\{ H^*(k) X_1^*(k) W_1(k) \cdot \cos\left\{ \frac{2\pi(k\delta - \phi)}{N} \right\} \right\} + \frac{2}{N} \sum_{k \in K} X_1(k) X_1^*(k+2) W_1^*(k) W_1(k+2) \quad (A.7)$$

여기서  $\phi = \arg\{H^*(k) X_1^*(k) W_1(k)\}$ 이다. 위 식에서  $E|H(k)|^2 = 1$  이고, 주파수 오프셋 추정에 앞서 심볼

타이밍 옵셋을 추정하므로 경우  $\delta/N \ll 1$ 라고 할 수 있다. 즉 (A.7)식 우변의 첫 항은 주로 실수 성분을 포함하게 된다. 따라서  $V_1$ 의 실수부 및 허수부의 분산을 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\text{var}\{V_{1r}\} \leq \frac{4}{N(SNR)} + \frac{1}{4N(SNR)^2} \quad (A.8)$$

$$\text{var}\{V_{1i}\} \approx \frac{1}{4N(SNR)^2} \quad (A.9)$$

위 두 식을 AWGN 채널에서 타이밍 옵셋이 없는 경우인 (A.3)식 및 (A.4)식과 비교할 때 잡음 성분의 실수부가 거의 2배로 크게 증가하게 된다. 그러나 주파수 옵셋의 추정치는  $V_1$ 의 허수부에 의해 크게 영향을 받으므로 주파수 옵셋 추정기에 미치는 영향은 그리 크지 않게 된다.

### 참 고 문 헌

- [1] T. Pollet, M. Van Bladel, M. Moeneclaey, "BER Sensitivity of OFDM Systems to Carrier Frequency Offset," *IEEE Trans. Commun.*, vol. COM-43, no. 2/3/4, pp. 191-193, Feb./Mar./Apr. 1995.
- [2] T. M. Schmidl, D. C. Cox, "Robust Frequency and Timing Synchronization for OFDM," *IEEE Trans. Commun.*, vol. COM-45, no. 12, pp. 1613-1621, Dec. 1997.
- [3] L. J. Cimini Jr., "Analysis and Simulation of A Digital Mobile Channel Using Orthogonal Frequency-Division Multiplexing," *IEEE Trans. Commun.*, vol. COM-33, no. 7, pp. 665-675, July 1985.
- [4] P. H. Moose, "A Technique for Orthogonal Frequency Division Multiplexing Frequency Offset Correction," *IEEE Trans. Commun.*, vol. COM-42, no. 10, pp. 2908-2914, 1994.
- [5] F. Classen, H. Meyr, "Frequency Synchronization Algorithms for OFDM Systems Suitable for Communication over Frequency Selective Fading Channels," *Proc. VTC '94*, pp. 1655-1659, 1994.
- [6] J. Chuang, N. R. Sollenberger, "Beyond 3G: Wideband Wireless Data Access Based on OFDM and Dynamic Packet Assignment," *IEEE Commun. Mag.*, vol. 38, no. 7, pp. 78-87, July 2000.
- [7] J. J. van de Beek, M. Sandell, P. O. Borjesson, "ML Estimation of Time Frequency Offset in OFDM Systems," *IEEE Trans. Signal Processing*, vol. SP-45, no. 7, pp. 1800-1805, July 1997.
- [8] M. Morelli, A. N. D'Andrea, U. Mengali, "Frequency Ambiguity Resolution in OFDM Systems," *IEEE Commun. Letters*, vol. 4, no. 4, pp. 134-136, April 2000.
- [9] H. Nogami, T. Nagashima, "A Frequency and Timing Period Acquisition Technique for OFDM Systems," *Proc. PIMRC '95*, pp. 1010-1015, 1995.
- [10] Bo-Seok Seo, Su-Chang Kim, Jinwoo Park, Jong-Tae Ihm, "Fast and Low-Complex Frequency Synchronization for OFDM", *Proc. VTC 2001 Fall*, vol. 2, pp. 1120-1124, 2001.
- [11] S. A. Tretter, "Estimating the Frequency of a Noisy Sinusoid by Linear Regression," *IEEE Trans. Inform. Theory*, vol. IT-31, no. 6, pp. 832-835, 1985.
- [12] J. G. Proakis, *Digital Communications*, 3rd ed. McGRAW-Hill, 1995.
- [13] ETSI, *Broadband Radio Access Networks (BRAN); HIPERLAN Type 2; Physical (PHY) layer*, Technical Specification, TS 101 475 V1.1.1 (2000-04).

김 수 창(Su-Chang Kim)

준회원



1999년 2월 : 고려대학교  
전자공학과 학사  
2002년 7월 : 고려대학교  
전자공학과 석사

<주관심 분야> 무선 LAN,  
MIMO

서 보 석(Bo-Seok Seo)

정회원



1987년 2월 : 서울대학교  
전자공학과 학사  
1989년 2월 : 서울대학교  
전자공학과 석사  
1997년 2월 : 서울대학교  
전자 공학과 박사

1999년~현재 고려대학교 정보통신기술공동연구소  
조교수

<주관심 분야> OFDM, 통신 신호 처리

박진우(Jinwoo Park)

정회원



1979년 2월 : 고려대학교

전자공학과 학사

1983년 8월 : 클렘슨대학교

전기전자공학과 석사

1987년 11월 : 버지니아 주립대

전기전자공학과 박사

1989~현재 : 고려대학교 전자공학과 교수

<주관심 분야> 광통신, 통신 신호 처리