

Simulated Annealing의 수렴속도 개선에 관한 연구

정회원 정철곤*, 김중규*

Fast Simulated Annealing Algorithm

Cheolkon Jung, Joongkyu Kim *Regular Members*

요약

본 논문에서는 MRF(Markov Random field)를 이용해 영상을 분할할 때, 에너지 최적화를 위해 사용되는 simulated annealing의 수렴속도를 개선하는 방법을 제안하였다. Simulated annealing은 잡음이 포함된 영상이나, 텍스처 영상에서 좋은 분할 결과를 나타내지만, 수렴속도가 길다는 단점이 있다. 본 논문에서는 수렴속도를 개선하기 위해 픽셀 레이블의 초기값을 픽셀의 intensity에 따라 adaptive하게 부여하여 simulated annealing을 수행하였다. 이 방법으로 모의실험을 수행한 결과, 기존의 방법보다 수렴 속도를 크게 향상시킬 수 있다.

Abstract

In this paper, we propose the fast simulated annealing algorithm to decrease convergence rate in image segmentation using MRF. Simulated annealing algorithm has a good performance in noisy image or texture image. But there is a problem to have a long convergence rate. To find a solution to this problem, we have labeled each pixel adaptively according to its intensity before simulated annealing. Then, we show the superiority of proposed method through experimental results.

1. 서론

현재까지 영상을 분할하는 알고리즘들이 많이 제안되어 왔다. 대표적인 방법으로 히스토그램에 기반한 영상분할, edge에 기반한 영상분할, 영역에 기반한 영상분할, MRF를 이용한 영상분할 방법 등이 있다^{[1][2]}. 이 중에서 MRF를 이용한 영상분할 방법은 실제 영상을 MRF로 모델링하여 영상을 분할하는 방법이다. 이 방법은 공간적인 상관관계를 이용하기 때문에 잡음이 포함된 영상이나, 텍스처 영상에서 뛰어난 성능을 나타낸다. MRF는 깃스 분포를 가진다는 것이 밝혀져 있다. 따라서 MRF로 모델링된 영상은 에너지 최적화 방법을 이용해 영역을 분할하게 된다. 이때 에너지 최적화를 위해 simulated

annealing 방법이 사용된다^[3]. Simulated annealing은 MRF 모델링에 의해 정의된 에너지 함수를 최소화하는 최적의 레이블을 반복 수행에 의해 결정하는 방법이다. 그런데 simulated annealing 방법은 범용 최적화 기법으로 뛰어난 성능을 가지고 있지만 수렴속도가 길다는 단점을 가지고 있다.

본 논문에서는 이러한 simulated annealing의 단점을 해결하기 위해 초기 영상의 레이블 값을 픽셀의 값에 따라 적응적으로 부여함으로써 해결하고자 하였다. 이를 위해 영상의 픽셀 값이 가우시안 분포들의 합으로 표현되어진다고 가정하고, 픽셀의 초기 레이블 값을 결정하였다.

본 논문의 구성은 다음과 같다. 2장에서는 MRF 모델링을 이용한 영상분할에 대하여 설명하였고, 3장에서는 fast simulated annealing을 위한 초기 픽

* 성균관대학교 전기전자 및 컴퓨터공학부 (jkkim@yurim.skku.ac.kr)
논문번호 : 010193-0723, 접수일자 : 2001년 7월 23일

셀 레이블링 알고리즘을 설명하였으며, 4장에서는 실험 영상에 대한 실험결과를, 그리고 끝으로 5장에서는 결론을 맺었다.

2. MRF 모델링을 이용한 영상분할

2.1 MRF

영상에서의 한 픽셀 (x, y) 의 값 z 를 MRF 라고 가정하면, neighborhood system과 이진 클릭은 그림 1.과 같이 표현된다. 여기서 z 의 확률 $P(z)$ 는 Hammersley-Clifford 등가성에 의해 (1)식과 같이 표현되어진다^{[4][8]}.

$$P(z) = Q^{-1} \times e^{-U(z)} \quad (1)$$

여기서 Q 는 분할 함수이고, $U(z)$ 는 에너지 함수이다.

각 픽셀의 z 에 대한 최종 레이블 l^* 은 (2)식과 같이 MAP(maximum a posteriori criterion) 이론에 의해 결정한다.

$$l^* = \arg \max_l P(l|z) \quad (2)$$

각 픽셀의 z 와 l 사이의 관계를 베이스 이론에 의해 나타내면 (3)식과 같다.

$$P(l|z) = \frac{P(z|l)P(l)}{P(z)} \quad (3)$$

여기서 $P(l|z)$ 는 z 가 고정된 경우 레이블 l 이 일어날 사후조건부확률을 의미하고, $P(z|l)$ 는 레이블 l 에 대하여 z 가 일어날 조건부확률을 의미한다. 또한 $P(l)$ 는 레이블 l 이 일어날 확률, 즉 사전 확률을 의미하고, $P(z)$ 는 사후확률로서 상수이다. $P(z)$ 가 상수이므로 (4)식과 같이 나타낼 수 있다.

$$l^* = \arg \max_l P(l|z) = \arg \max_l (P(z|l) \cdot P(l)) \quad (4)$$

(1)식에 의해 (4)식은 (5)식이 된다.

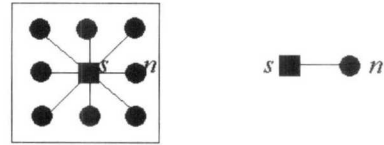


그림 1. Neighborhood system 과 이진 클릭
(s : 중심 픽셀 n : 이웃 픽셀)

$$\max_l (P(l|z)) = \min_l (U(l|z)) \quad (5)$$

따라서 최종 레이블 l^* 은 에너지의 최소값을 갖는 레이블과 같다.

2.2 에너지 함수의 최소화

(5)식의 에너지 함수는 (6)식과 같이 된다^[8].

$$U(l|z) = U_a(z|l) + U_m(l) \quad (6)$$

$U_a(z|l)$ 은 레이블과 데이터를 연결하는 연결 에너지로서 (7)식과 같이 표현되어진다.

$$U_a(z|l) = \frac{1}{2\sigma^2} \sum_l (z - m_l)^2 \quad (7)$$

여기서 σ^2 은 잡음의 분산이다.

또한 $U_m(l)$ 은 모델 에너지로서 잡음에 의해 생긴 불필요한 영역을 제거하고, 움직이는 객체에 의한 영역에 공간적인 유사성을 부여한다. $U_m(l)$ 은 (8)식처럼 그림 1.의 이진 클릭들의 포텐셜 함수 $V_c(l_s, l_n)$ 의 합이다. (l_s : s 의 레이블, l_n : n 의 레이블)

$$U_m(l) = \sum_c V_c(l_s, l_n) \quad (8)$$

여기서 β 를 양의 상수라고 하면, 포텐셜 함수 $V_c(l_s, l_n)$ 는 (9)식과 같다.

$$V_c(l_s, l_n) = \begin{cases} -\beta, & \text{if } l_s = l_n \\ +\beta, & \text{if } l_s \neq l_n \end{cases} \quad (9)$$

2.3 Simulated annealing

Geman 은 (6)식의 에너지 함수 $U(l|z)$ 를 최소화하는 방법으로 simulated annealing 방법을 사용하였다⁵⁾. Simulated annealing은 국부 최소점을 찾는 ICM(iterated condition mode)을 개선한 범용의 최적화 기법이다. Simulated annealing을 통한 최적의 픽셀 레이블 값을 찾는 과정은 다음과 같다⁶⁾.

- 1) 초기 온도 T 를 설정한다.
- 2) 영상의 각 픽셀에 임의로 레이블 f 를 부여한다.
- 3) 영상의 임의의 한 픽셀에 대하여 새로운 레이블 f' 를 부여한 후 이로부터 에너지 함수값의 변화 $\Delta E = E_{f'} - E_f$ 를 계산한다.
- 4) $\Delta E < 0$ 이면 새로운 레이블 f' 를 받아들인다. $\Delta E > 0$ 이면 0부터 1사이의 값을 갖는 임의의 값 ε 을 생성하고 $e^{-\frac{\Delta E}{T}} > \varepsilon$ 일 경우에만 새로운 레이블을 받아들인다.
- 5) 영상의 모든 픽셀에 대하여 3), 4)의 과정을 거친 다음, 온도 T 를 임의의 비율만큼 낮추어 준 다음 다시 3), 4)의 과정을 반복한다.
- 6) 에너지 함수값이 안정화되어 더 이상 감소하지 않으면 반복을 중단하고 그때의 레이블을 픽셀의 최종 레이블로 받아들인다.

3. Fast simulated annealing을 위한 초기 레이블링 알고리즘

3.1 기존의 알고리즘

이전까지 simulated annealing에서는 초기 레이블을 부여하기 위한 특별한 과정을 거치지 않았다. 이로 인해 최종 레이블 값을 찾아내는데 걸리는 수렴 시간이 많이 길어지는 단점을 가지고 있었다. 이에 E. Bratsolis는 영상의 각 픽셀에 대한 초기 레이블을 부여하는 방법으로 식 (10)을 사용하였다⁷⁾.

$$l = \text{int} \left(\frac{z - m}{M - m} (q - 1) \right) \quad (10)$$

여기서 z 는 영상의 각 픽셀 값이고, $M = \max(z)$ 이며, $m = \min(z)$ 이다. 그리고 $q = \{q | q \in L\}$ 는 최

대 레이블 값을 의미한다. 각 픽셀의 레이블 값은 그 픽셀 값에 의해 결정되어진다.

하지만 이 방법은 영상의 픽셀 값 분포에 따라 많은 제약조건을 가지게 된다. 예를 들어 영상의 픽셀 값들이 고르게 분포되지 않은 경우는 수렴하는데 많은 시간이 소요된다. 이러한 문제를 해결하기 위해 본 논문에서는 영상의 픽셀 값에 따라 적응적으로 초기 레이블을 부여하는 방법을 제안하였다.

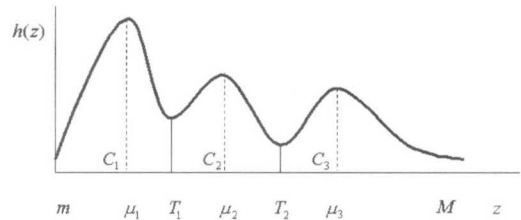


그림 2. z의 분포

3.2 제안된 알고리즘

영상에서의 한 픽셀 (x, y) 의 값 z 는 그림 2와 같은 분포를 나타낸다. 그림 2와 같은 분포를 가지는 영상에서 한 픽셀의 값 z 의 분포 $h(z)$ 는 K 개의 가우시안 확률밀도 함수의 합으로 모델링 할 수 있다. 확률밀도함수가 가우시안 분포를 나타낸다고 가정하면 $h(z)$ 는 (11)식과 같이 표현되어진다³⁾.

$$h(z) = \sum_{l=1}^q \frac{P_l}{\sigma_l \sqrt{2\pi}} \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{z - \mu_l}{\sigma_l} \right)^2 \right] \quad (11)$$

여기서 P_l 은 각 확률밀도 함수들이 가지는 사전 확률을 의미하며, μ_l 과 σ_l 은 각 확률밀도 함수의 평균과 표준편차이다.

소속된 클러스터의 레이블을 결정하기 위해 최적의 문턱값 $T_n (n=1, 2, \dots, K-1)$ 을 결정해야 한다. 각 분포의 표준편차 $\sigma_1 = \Delta = \sigma_l = \sigma$ 라고 가정하면, 최적의 문턱값 T_n 은 다음 식에 의해 결정된다⁹⁾.

$$T_n = \frac{\mu_n + \mu_{n+1}}{2} + \frac{\sigma^2}{\mu_n - \mu_{n+1}} \ln \frac{P_{n+1}}{P_n} \quad (12)$$

(12)식에서 $P_n = P_{n+1}$ 이라고 가정하면, 문턱값 T_n

은 $\frac{\mu_n + \mu_{n+1}}{2}$ 이 된다.

(12)식에 의해 결정된 T_n 을 이용하여 픽셀의 초기 레이블 l 을 결정할 수 있다. 영상에서 한 픽셀 (x,y) 의 초기 레이블 필드 $L(x,y)$ 라고 하면, (13)식과 같이 각 픽셀의 초기 레이블 l 은 소속된 클러스터 C_l 의 색인과 같다^[10].

$$L(x,y) = l, \quad z(x,y) \in C_l \quad (13)$$

4. 실험결과

이 장에서는 제안된 알고리즘의 성능을 평가하기 위해 모의실험을 수행한 결과를 기술하였다. 실험환경은 P-III 733MHz CPU, 256MB의 메모리를 가지는 IBM호환 PC상에서 수행하였으며 OS는 Windows 98, 개발툴은 Visual C++ 6.0을 사용하였다. 실험에 사용된 영상은 176×144의 해상도를 갖는 raw format의 영상이다.

그림 3.은 첫번째 실험영상에 대한 분할결과를 나타낸다. (a)는 실험에 사용된 원래 영상으로서 픽셀 값이 0과 255인 이진 영상이다. 이 영상에 평균이 0이고 분산이 2500인 가우시안 잡음을 첨가하여 (b)를 만들었다. 따라서 (10)식에서 q 는 2이다. (c)는 (10)식과 같은 기존의 분할 방법에 의해 얻어진 결과이고, (d)는 본 논문에서 제안된 방법에 의해 얻어진 결과이다.

그림 4.는 simulated annealing을 수행할 경우 수렴하기까지 걸리는 수렴회수를 나타낸다. 총 실험을 수행한 횟수는 30 차례이고 각 차례에 대하여 수렴하기까지 걸리는 수렴회수를 그림에서 나타내었다. 평균한 결과, 기존의 방법은 수렴하기까지 수렴회수가 65회이며, 제안된 방법은 42회이다. 또한 실험에서 (9)식의 β 는 1.5이다. 따라서 제안된 방법이 기존의 방법에 비하여 23회 정도 더 빠른 속도로 수렴함을 알 수 있다.

그림 5.는 두 번째 실험영상에 대한 분할결과를 나타낸다. 첫 번째 실험영상에서와 같이 (a)는 그레이 레벨이 0과 255인 이진 영상이다. 이 영상에 평균이 0이고 분산이 2500인 가우시안 잡음을 첨가하여 (b)를 만들었다. (c)는 (14)식과 같은 기존의 분할 방법에 의해 얻어진 결과이고, (d)는 본 논문

에서 제안된 방법에 의해 얻어진 결과이다.

그림 6.은 simulated annealing을 수행할 경우 수렴하기까지 걸리는 수렴회수를 나타낸다. 총 실험을 수행한 횟수는 30 차례이고 각 차례에 대하여 수렴하기까지 걸리는 수렴회수를 그림에서 나타내었다. 평균한 결과, 기존의 방법은 수렴하기까지 수렴회수가 51회이며, 제안된 방법은 26회이다. 또한 (9)식의 β 는 1.5로 설정하였다. 제안된 방법이 기존의 방법에 비하여 25회 정도 더 빠른 속도로 수렴함을 알 수 있다.

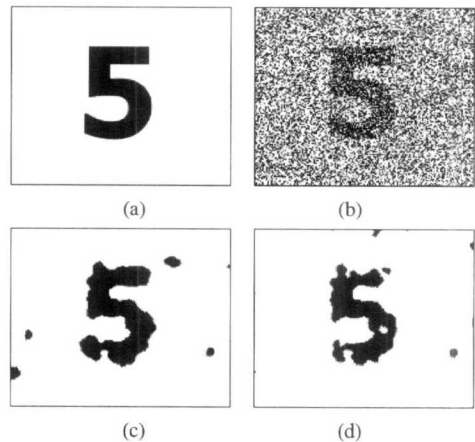


그림 3. 분할 결과
(a) 원영상 (b) 잡음이 포함된 영상
(c) 기존의 SA (d) 제안된 SA

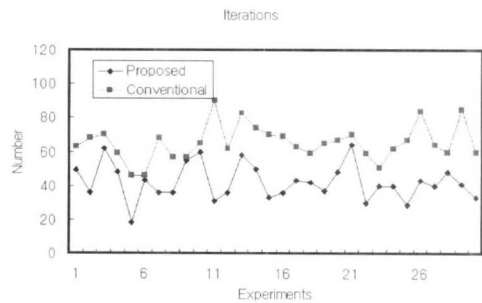
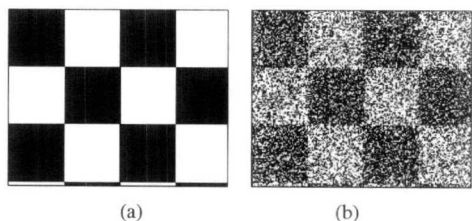


그림 4. 수렴 횟수



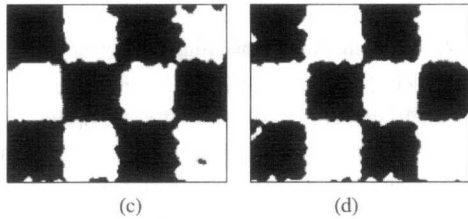


그림 5. 분할 결과
(a) 원영상 (b) 잡음이 포함된 영상
(c) 기존의 SA (d) 제안된 SA

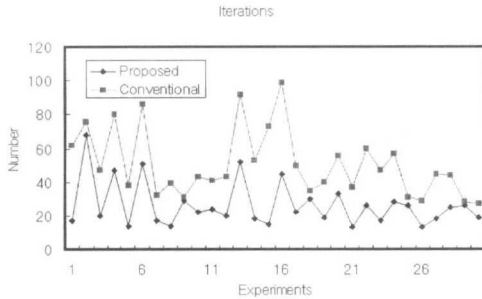


그림 6. 수렴횟수

표 1.은 각각의 실험영상에 대하여 수렴회수 및 복원률을 나타낸 결과이다. 복원률은 원영상과 분할된 영상 사이에 복원의 정도를 백분율로 나타낸 것이다. 표에서 보는 바와 같이 복원률은 큰 차이가 없지만, 수렴 속도를 개선함을 확인할 수 있다. 이는 제안된 방법이 기존의 방법에 비해 우수한 결과를 나타냄을 알 수 있다.

표 1. 수렴회수 및 복원률

첫 번째 영상	수렴회수(회)	복원율(%)
Proposed	42	97.4
Conventional	65	96.4

두 번째 영상	수렴회수(회)	복원율(%)
Proposed	26	93.2
Conventional	51	95.7

5. 결론

에너지 함수의 에너지 최소화를 위해 사용되어 온 simulated annealing 방법은 범용 최적화 기법으로 영상분할에 우수한 성능을 나타내지만, 수렴속도가 길다는 단점을 가지고 있다. 본 논문에서는 이러한 simulated annealing의 수렴속도를 개선하는 방법을 제안하였다. 초기 픽셀 레이블 값을 픽셀 값에 맞게 적응적으로 부여함으로써 수렴속도를 개선할

수 있었다. 실제 이진 영상에 대하여 모의실험을 수행한 결과 기존의 방법에 비해 수렴속도가 20-30회 정도 수렴회수가 줄어드는 것은 확인할 수 있었다.

References

- [1] K. Haris, S. N. Efstratiadis, N. Maglaveras, and A. K. Katsaggelos, "Hybrid Image Segmentation Using Watersheds and Fast Region Merging," *IEEE Trans. on Image Processing*, 7(12), pp. 1684-1699, Dec. 1998.
- [2] R. C. Dubes, A. K. Jain, S. G. Nadabar, and C. C. Chen, "MRF Model-Based Algorithms for Image Segmentation, Pattern Recognition, Proceedings," *10 th International Conference*, 1, pp. 808-814, 1990.
- [3] A. M. Tekalp, *Digital Video Processing*, Prentice Hall, 1995.
- [4] M. Zimanyi, "Reconstruction of Tomographic Data by Markov Random Fields," *Central European Seminar on Computer Graphics*, 1998.
- [5] S. Geman and D. Geman, "Stochastic Relaxation, Gibbs Distributions, and the Bayesian Restoration of Images," *IEEE trans. on P.A.M.I.*, 6(6), pp. 721-741, Nov. 1984.
- [6] 김일영, 고병기, 양현승, "Markov Random Field를 이용한 효과적인 영상 Labeling," *한국정보과학회 논문지*, 18(2), Mar. 1991.
- [7] E. Bratsolis and M. Sigelle, "Solar image segmentation by use of mean field fast annealing," *Astron. Astrophys. Suppl. Ser.*, 131, pp. 371-375, Aug. 1998.
- [8] F. Luthon, A. Caplier, and M. Lievin, "Spatiotemporal MRF approach to video segmentation: Application to motion detection and lip segmentation," *Signal Processing*, 76, pp. 61-80, 1999.
- [9] R. C. Gonzalez and R. E. Woods, *Digital image processing*, Addison Wesley, 1992.
- [10] C. Jung, J. K. Kim, and C. Ahn, "Automatic segmentation of non-rigid object in image sequences," *Korean Institute of Communication Sciences*, 26, pp. 1419-1427, Oct. 2001.

정 철 곤(Cheolkon Jung)

정회원



1995년 2월 : 성균관대학교 전
자공학과 학사

1997년 2월 : 성균관대학교 전
자공학과 석사

1997년~현재 : 성균관대학교
전기전자 및 컴퓨터공학부
박사과정

<주관심 분야> 레이더신호처리, 영상처리, 컴퓨터비
전, 컴퓨터그래픽스, 디지털비디오처리

김 중 규(Joongkyu Kim)

정회원



1980년 : 서울대학교 전자공학과
학사

1982년 : 서울대학교 전자공학과
석사

1989년 : The University of
Michigan, Ann Arbor,
Department of

Electrical and Computer Engineering Ph.D.

1980년~1981년 한국전자통신연구소 위촉연구원

1989년~1990년 University of Michigan, Post
Doctoral

1990년~1991년 삼성전자 선임연구원

1992년~현재 성균관대학교 전기전자및컴퓨터공학
부 교수

<주관심 분야> 적응신호처리, 레이더신호처리, 의학
영상신호처리, 음향신호처리, 디지털비디오
처리