

가장자리 효과가 고려된 임의의 기복을 가진 완전도체 표면에서의 전자파 산란

준회원 최 동 목*, 정회원 김 재 영*

Electromagnetic Wave Scattering from a Perfectly Conducting Random Rough Surface with Considering the Edge Effect

Dong-muk Choi*, Che-young Kim* *Regular Members*

요 약

본 논문은 임의 형태의 기복을 가진 완전 도체 표면에서 산란된 장을 모멘트 방법에 의해 구하였다. 디지털 컴퓨터를 이용하여 통계적인 특성이 알려진 임의 형태의 기복을 가진 1차원 표면을 생성하였다. 계산에 사용된 표면의 수는 100개였고, 표면의 길이는 80 파장이었다. 표면의 양끝에서 생기는 가장자리 효과를 없애기 위해 가우시안 테이퍼 함수를 사용하였다. 그리고 몬테카를로 기법을 이용하여 양방향 산란계수와 역방향 산란계수를 구하였다. 계산된 결과의 타당성을 검증하기 위해 키르히호프 근사기법을 이용하여 계산된 결과와 비교하였다. 그 결과 양자간의 결과는 서로 잘 일치함을 알 수 있었다.

ABSTRACT

In this paper, the scattered field from a random rough perfectly conducting surface by method of moment(MoM) was computed. A one-dimensional random rough surface predetermined statistical properties was generated by a digital computer. The number of surface realization for the computed field and the width of surface realization are set to be 100, 80λ , respectively. To eliminate the scattering from the ends of the surface, the Gaussian taper function is used. Using Monte Carlo technique, we calculated bi-static scattering and back scattering coefficient. In order to verify the result by MoM we compare the MoM results with those of Kirchhoff approximations, which show good agreement between them.

I. 서 론

최근에 임의 형태의 기복을 가진 표면에 의한 전자파의 산란에 대한 연구가 활발하게 연구가 되어 오고 있다^[1]. 이러한 연구는 주로 원격탐사, 장거리 통신등에 응용되고 있다. 이러한 형태를 가진 표면에 의한 전자파의 산란을 계산하기 위한 방법에는 해석적인 방법과 수치적인 방법이 있다. 대표적인 해석적인 방법에는 키르히호프 근사(Kirchhoff approximation)기법, 소섭동 기법(Small perturbation method)등이 존재한다^[2]. 해석적인 방법의 장점은

표면의 전자기적인 특성과 기하학적인 특성을 알면 산란된 장을 바로 알 수 있다는 것이다. 하지만 이 양은 근사적인 해이므로, 그 값이 타당하다는 영역이 존재한다는 단점이 있다. 즉, 자연적으로 형성된 표면에 의한 전자파의 산란 해석에는 이 방법을 적용하는데 한계가 있다는 것이다. 따라서 이러한 표면에 의한 장을 계산하기 위해서는 수치적인 방법이 이용되어야만 한다. 자연적으로 형성된 표면에 의한 전자파의 산란을 해석하는데 가장 많이 이용하는 수치적인 방법은 모멘트 방법(Moment Method)이다^[3]. 본 논문에서는 모멘트 방법을 이용

* 경북대학교 공과대학 전자공학과
논문번호 : 010259-0925, 접수일자 : 2001년 9월 25일

하여 임의의 형태의 기복을 가진 완전 도체 표면에 의한 양방향(bi-static) 산란계수와 역방향(Back) 산란계수를 계산하였다. 그리고 모멘트방법에 의한 수치적 결과의 타당성을 확인하기 위해 키르히호프 근사 방법에 의한 해와 비교하였다. 그 결과 모멘트 방법에 의한 수치적인 결과는 타당함을 알 수 있었다.

II. 임의의 형태의 기복을 가진 1차원 표면의 생성

전자파의 산란을 계산하기 위하여, 임의의 형태의 기복을 가진 표면을 만들어야 한다. 생성된 표면은 전체길이 $L = N\Delta x$, 간격 Δx 이고, N 개의 표면수로 구성된다. 아래의 식을 사용하여 $x_n = n\Delta x$ 에서의 원하는 형태의 표면함수 $y = f(x)$ 을 다음과 같은 방법으로 생성한다^{4,5)}.

$$f(x_n) = \frac{1}{L} \sum_{j=-N/2}^{N/2-1} F(K_j) e^{K_j x_n} \quad (1)$$

여기서, $j \geq 0$ 인 경우에 $F(K_j)$ 는 다음과 같이 주어진다.

$$F(K_j) = [2\pi L W(K_j)]^{1/2} \begin{cases} [N(0, 1) + iN(0, 1)]/\sqrt{2}, & j \neq 0, N/2 \\ N(0, 1), & j = 0, N/2 \end{cases} \quad (2)$$

$j < 0$ 인 경우에는 $F(K_j)$ 는 다음과 같이 주어진다.

$$F(K_j) = [2\pi L W(K_j)]^{1/2} \begin{cases} [N(0, 1) - iN(0, 1)]/\sqrt{2}, & j \neq -N/2 \\ N(0, 1), & j = -N/2 \end{cases} \quad (3)$$

식(2), (3)에서 $i = \sqrt{-1}$ 이고, $K_j = 2\pi j/L$ 이다. 그리고 $N(0, 1)$ 은 샘플개수가 N 이고, 평균이 0이고, 표준편차가 1인 가우시안 분포를 가지는 임의의 수(random number)이다. 식(1)은 FFT에 의해 계산되어진다. 본 논문에서 사용한 표면 스펙트럼은 다음과 같다.

$$W(K_j) = \left(\frac{lh^2}{2\sqrt{\pi}}\right) e^{-\left(\frac{K_j l}{2}\right)^2} \quad (4)$$

여기서 l 은 상관길이(correlation length), h^2 는 평균제곱 표면높이(mean-square surface height)이다. 이것에 대응되는 상관함수(correlation function)는 다음과 같다.

$$\rho = \int_{-\infty}^{\infty} W(K) e^{iKx} dK = h^2 e^{-(x/l)^2} \quad (5)$$

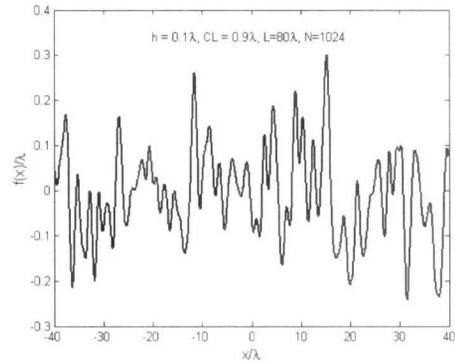


그림 1. 가우스 분포를 가지는 표면

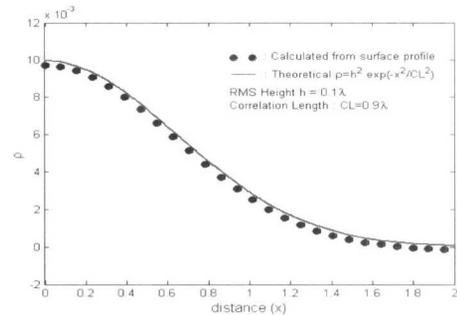


그림 2. 자기상관 함수의 수치적 결과와 이론적 결과와의 비교

그림 1은 $h = 0.1\lambda, l = 0.9\lambda, L = 80\lambda, N = 1024$ 일때 생성된 표면(surface realization)을 보여주고 있다. 그림 2는 컴퓨터 코드에 의해 생성된 표면으로부터 계산된 상관함수와, 식 (5)에 보여진 이론식에 의한 상관함수를 보여주고 있다. 수치값과 이론치는 거의 일치하고 있음을 보여주고 있다.

III. 생성된 표면에 의한 산란된 장의 계산 및 고찰

표면구간이 $-\infty$ 에서 ∞ 인 표면 $y(x)$ 는 랜덤 프로세스 $\phi(\xi, x)$ 의 표본표면(sample realization)이다. 여기서 ξ 는 표면을 생성하는 샘플공간(sample space)의 한 요소(element)이다. 즉, 표면을 생성하는 실험 ξ_1 에 대응하는 프로세서의 표본 표면이 $f_1(x)$ 이라고 하면, ξ_2 에 대응하는 표본표면은 $f_2(x)$ 이다. 같은 방법으로 ξ_n 에 대응하는 표본표면은 $f_n(x)$ 이 된다. 생성된 표면 $f_1(x), f_2(x), \dots, f_n(x), \dots$ 는 같은

통계량을 가지지만, 서로 다른 표면이다. 임의 형태의 기록을 가지는 표면 $f(x)$ 에 의한 전자파의 산란에 관한 기본 가정은 해석하고자 하는 표면의 특성이 에르고딕(ergodic)이라는 것이다^[1]. 즉, 이 표면의 공간적인(spatial) 평균과 앙상블(ensemble) 평균이 같다는 것이다. 이러한 표면에 의하여 산란된 장 역시 에르고딕 랜덤 프로세서의 성질을 가진다. 표면에 의해 산란된 장을 해석하기 위하여 각각의 샘플 표면을 N개의 조각으로 나눈다. 표면의 에르고딕 성질에 의하여, 임의로 선택된 한 개의 샘플표면에 존재하는 N개의 조각에 의한 원거리에서의 산란된 장의 평균은 서로 다른 N개의 샘플표면에서 동일한 조각을 선택한 표면에 의해 생성된 산란된 필드양의 평균과 같다는 것이다. 본 논문에서는 후자를 이용하여 산란된 장을 구하였다. 임의 형태의 기록을 가진 전자파의 산란문제를 해석하기 위한 구조가 그림 3이다.

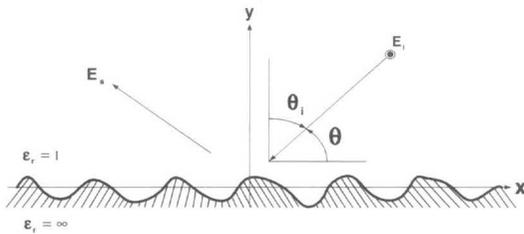


그림 3. 전자파 산란 구조

표면의 길이가 $L \gg \lambda$ 인 임의의 조각에 의한 산란된 장을 계산하기 위해서는, 그 표면에 유기된 전류 $J(x)$ 를 계산해야 한다. 입사파가 수평편파(TE)인 경우에 대하여, 입사파는 다음과 같이 주어진다.

$$\vec{E}^i = \hat{z} e^{j(kx \cos \theta + ky(x) \sin \theta)} \quad (6)$$

전자기파는 다음과 같이 주어지는 맥스웰 방정식을 만족한다.

$$\nabla \times \vec{E} = -j\omega\mu\vec{H}, \quad \nabla \times \vec{H} = j\omega\epsilon + \vec{J} \quad (7)$$

식 (7)로부터 다음과 같은 식을 유도할 수 있다.

$$\nabla^2 \vec{E}_z + k^2 \vec{E}_z = j\omega\mu J_z \quad (8)$$

여기서 $k = \omega\sqrt{\mu\epsilon} = 2\pi/\lambda$ 이다. 식 (8)로부터 전원점 $\vec{r} = x'\hat{x} + y'\hat{y}$ 에 존재하는 전류 J_z 에 의한 장점 $\vec{r} = x\hat{x} + y\hat{y}$ 에서의 산란장 E_z^s 의 해는 다음과 같이

주어진다^[6].

$$E_z^s(\vec{r}) = -\frac{kn}{4} \int_C J_z(\vec{r}') H_0^{(2)}(k|\vec{r} - \vec{r}'|) dl' \quad (9)$$

여기서 $\eta = \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} \approx 120\pi$ 이다. 식(9)에서 구해진 E_z 는 전류 J_z 에 의해 생성된 산란된 필드이다. 도체표면에서 경계조건을 적용하면

$$E = E_z^i + E_z^s = 0 \quad \text{on } C \quad (10)$$

여기서 E_z^i 입사장 이고, E_z^s 는 산란장 이다. 식 (10)을 이용하면 도체 표면에서 입사장은 다음과 같이 주어진다.

$$E_z^i(\vec{r}) = \frac{kn}{4} \int_C J_z(\vec{r}') H_0^{(2)}(k|\vec{r} - \vec{r}'|) dl' \quad (11)$$

여기서 $dl' = \sqrt{1 + f_x'^2(x')} dx'$, $f_x(x) = \frac{\partial f(x)}{\partial x}$,

$f_x(x') = \frac{\partial f(x')}{\partial x'}$ 이다. 식 (11)를 다시 쓰면 다음과 같다.

$$E_z^i(\vec{r}) = \frac{kn}{4} \int_{-L/2}^{L/2} J_z(x') H_0^{(2)}(k|\vec{r} - \vec{r}'|) \cdot \sqrt{1 + f_x'^2(x')} dx' \quad (12)$$

전류밀도 J_z 를 펄스 전개함수로 전개하고, 시험함수를 임펄스로 하는 점 정합법(point matching)을 이용하면 식 (12)로부터 다음과 같은 식이 유도된다.

$$[Z_{mn}^{TE}][I_n] = [V_m^{TE}] \quad (13)$$

$$[Z_{mn}^{TE}] = \begin{cases} \frac{kn}{4} H_0^{(2)}\{k[(x_m - x_n)^2 + (y_m - y_n)^2]\} \Delta d, & m \neq n \\ \frac{kn}{4} [1 - j(\frac{2}{\pi}) \ln(\frac{\gamma k \Delta d}{4e})] \Delta d, & m = n \end{cases} \quad (14)$$

여기서 $\gamma = 1.781$, $e = 2.718$, $\Delta d = \sqrt{1 + f_x'^2(x_n)} \Delta x$ 이다.

$$[V_m^{TE}] = E_m^i(x_m) = e^{jk(x_m \cos \theta + y_m \sin \theta)} \quad (15)$$

따라서 j번째 조각에 의한 원 거리에서의 산란장은 다음과 같다.

$$E_j^s(\theta) = \frac{\eta k e^{-j(kR + 3\pi/4)}}{\sqrt{8\pi k R}} \int_{-L/2}^{L/2} J_z(x') e^{jk(x' \cos \theta + y(x') \sin \theta)} \cdot \sqrt{1 + f_x'^2(x')} dx' \quad (16)$$

여기서 $R = \sqrt{[x-x']^2 + [f(x) - f(x')]^2}$ 이다. 입사파가 수직편파(TM)일 경우 유기전류 J_z 는 다음의 적분방정식을 만족한다⁷⁾.

$$H^i(x) = \frac{1}{2} J(x) + \int_{-L/2}^{L/2} \frac{\partial G(\bar{r}, \bar{r}')}{\partial \bar{n}'} J(x') \sqrt{1 + f_x'^2(x')} dx' \quad (17)$$

여기서 $G(\bar{r}, \bar{r}') = \frac{1}{4j} H_0^{(2)}\{k|\bar{r} - \bar{r}'|\}$ 이다. 식 (17)을 다시 쓰면 다음과 같다.

$$H^i(x) = \frac{1}{2} J(x) + \frac{k}{4j} \int_{-L/2}^{L/2} (\hat{n}' \cdot \hat{R}) H_1^{(2)}(kR) \times J(x') \sqrt{1 + f_x'^2(x')} dx' \quad (18)$$

여기서

$$\hat{n}' = \frac{-\hat{x}f_x'(x') + \hat{y}}{\sqrt{1 + f_x'^2(x')}} ,$$

$$\hat{R} = \frac{\hat{x}(x-x') + \hat{y}(f(x) - f(x'))}{\sqrt{(x-x')^2 + (f(x) - f(x'))^2}}$$

이다. 식 (18)을 전류밀도 J_z 를 펄스 전개함수로 전개하고, 시험함수를 임펄스로 하는 점 정합법을 이용하면 다음과 같은 식이 유도된다⁹⁾.

$$[Z_{mn}^{TM}][I_n] = [V_m^{TM}] \quad (19)$$

$$[Z_{mn}^{TM}] = \begin{cases} \frac{jk}{4} \frac{[f(x_m) - f(x_n) - (x_m - x_n)f_x'(x_n)]H_1^{(2)}(kR_{mn})}{R_{mn}} \times \Delta x, & m \neq n \\ \frac{1}{2} + \frac{f_{xx}(x_n)}{4\pi(1 + f_x'^2(x_n))} \Delta x, & m = n \end{cases} \quad (20)$$

$$[V_m^{TM}] = H_z^i(x_m) = \frac{1}{\eta} e^{jkx_m \cos \theta + y_m \sin \theta} \quad (21)$$

여기서 $R_{mn} = \sqrt{(x_m - x_n)^2 + (f(x_m) - f(x_n))^2}$,

$f_{xx}(x_n) = \frac{\partial^2 f(x)}{\partial x^2} |_{x=x_n}$ 이다. 따라서 j번째 조각에 의한 원 거리에서의 산란장은 다음과 같다.

$$H_j^s(\theta) = \frac{ke^{-j(kR + 3\pi/4)}}{\sqrt{8\pi kR}} \int_{-L/2}^{L/2} J(x') (\hat{n}' \cdot \hat{R}) \times e^{jk(x' \cos \theta + y(x') \sin \theta)} \sqrt{1 + f_x'^2(x')} dx' \quad (22)$$

식 (13)-(15), (19)-(21)에서 구한 전류밀도는 입사장

이 평면파일 때 영역 $[-L/2, L/2]$ 에서 구한 값이다. 이 영역의 양 끝점으로부터 산란효과, 즉 가장자리(Edge effect) 효과를 없애기 위해서 테이퍼 함수(Taper function)를 입사장에 곱한다. 테이퍼 함수와 곱해진 입사장은 다음과 같이 주어진다⁵⁾.

$$E_z^i = \exp\{jk(x \cos \theta + f(x) \sin \theta)(1 + w(\bar{r})) - (x - f(x) \cot \theta)^2 / g^2\} \quad (23)$$

여기서 $w(\bar{r}) = [2(x - f(x) \cot \theta)^2 / g^2 - 1] / (kg \sin \theta)^2$ 로 주어진다. 여기서 상수 g 는 조각의 가장자리에서 입사장의 크기가 1과 비교하여 아주 작은 값이 되도록 선택한다. 산란계수 $\alpha(\theta)$ 는 평균 레이다 단면적에 샘플 표면길이(L)를 나눈 것으로 다음과 같이 정의한다⁸⁾. 수평편파(TE)인 경우

$$\alpha(\theta) = \frac{2\pi R}{L} \frac{1}{N} \sum_{j=0}^N E_j^s E_j^{s*} \quad (24)$$

으로 주어진다. 수직편파(TM)일 경우, 산란계수 $\alpha(\theta)$ 는

$$\alpha(\theta) = \frac{2\pi R}{L} \frac{1}{N} \sum_{j=0}^N H_j^s H_j^{s*} \quad (25)$$

으로 주어진다. 여기서 N은 표면의 개수이고 * 표시는 공액 복소수를 의미한다. L, N이 값이 크면 클수록 수치계산된 $\alpha(\theta)$ 의 정확도가 증가한다. 하지만 계산시간을 고려하여 적절한 값을 선택해야만 한다. 본 논문에서는 $L = 80\lambda$ 으로 하고, 표면의 개수 N은 100으로 하여 $\alpha(\theta)$ 를 계산하였다. 모멘트 방법을 이용하여 계산된 $\alpha(\theta)$ 값의 타당성을 확인하기 위하여 키르히호프 근사에 의해 계산된 $\alpha(\theta)$ 값과 비교하였다. 이 방법에 의한 근사값 $\alpha(\theta)$ 는 코히어런트(Coherent) 부분과 비 코히어런트(Non-coherent) 부분으로 나누어진다. 코히어런트 부분에 대한 해는 다음과 같이 주어진다²⁾.

$$\sigma^c = 4\pi k_0^2 |R|^2 \cos^2 \theta_i \exp[-4k_0^2 h^2 \cos^2 \theta_i] \quad (26)$$

여기서 θ_i 는 입사각이고, R은 입사파의 편파방향에 따라 R^{TE} 또는 R^{TM} 으로 주어진다. R^{TE} 과 R^{TM} 은 다음과 같이 주어지는 프레넬 반사계수(Fresnel reflection coefficient)이다.

$$R^{TE} = \frac{\cos \theta_i - \sqrt{\epsilon_r - \sin^2 \theta_i}}{\cos \theta_i + \sqrt{\epsilon_r - \sin^2 \theta_i}},$$

$$R^{TM} = \frac{\epsilon_r \cos \theta_i - \sqrt{\epsilon_r - \sin^2 \theta_i}}{\epsilon_r \cos \theta_i + \sqrt{\epsilon_r - \sin^2 \theta_i}} \quad (27)$$

비 코히어런트 부분에 대한 해는 다음과 같이 주어진다. 이 해를 만족시키기 위한 조건은 다음과 같다.

$$k_0 l = 6, \quad l^2 = 2.76 h \lambda, \quad s < 0.25 \quad (28)$$

여기서 s 는 $\sqrt{2}h/l$ 로 주어지는 값이다. 식 (28)의 조건 하에서 구해진 비 코히어런트 부분의 근사해는 다음과 같이 주어진다^[2].

$$\sigma^{nc} = \left(\frac{|a_0| k_0 l}{2} \right)^2 \exp(-q_z^2 h^2) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(q_z^2 h^2)^n}{(n!n)} \exp\left[-\frac{(q_x^2 + q_y^2) l^2}{4n} \right] \quad (29)$$

여기서 $q_x = k_0(\sin \theta_s \cos \theta_s - \sin \theta_i)$,
 $q_y = k_0 \sin \theta_s \sin \theta_s$, $q_z = k_0(\cos \theta_s + \cos \theta_i)$,
 a_0 는 다음과 같이 주어진다.

$$a_0 = \begin{cases} -R^{TE}(\cos \theta_i + \cos \theta_s) \cos \phi_s : TE \\ R^{TM}(\cos \theta_i + \cos \theta_s) \cos \phi_s : TM \end{cases} \quad (30)$$

따라서 전체 $\alpha(\theta)$ 값은 σ^c 와 σ^{nc} 의 합으로 표현된다. 그림 4.5는 입사장이 수평(TE), 수직(TM)일 때 모멘트 방법에 의한 계산결과와 키르히호프 근사에 의해 계산된 양방향 산란계수 $\alpha(\theta)$ 를 보여주고 있다. 이때 입사각(θ_i)은 -45° 로 두고, 산란각(θ_s)을 -90° 에서 90° 까지 가변시켜 가면서 구한 양방향 산란계수를 그림 4,5가 보여주고 있다. 키르히호프 근사의 경우 입사파는 평면파이고, 모멘트 방법에 의한 경우는 가우시안 빔의 형태이다. 이러한 점을 고려하면 σ 의 형태는 -90° 와 90° 근처의 각을 제외하고는 비교적 잘 일치함을 알 수 있다. 산란각이 45° 일 때 최대값이 존재하는데, 이를 코히어런트 성분이라고 하고 나머지 부분을 비 코히어런트 성분이라고 한다. 그림 6은 h 를 가변시켰을 때 양방향 σ 의 패턴을 보여주고 있다. 예측한대로 h 값이 커질수록 코히어런트 성분의 크기는 감소하고, 비 코히어런트 성분은 감소함을 알 수 있다. h 값이 어느정도 커지면 코히어런트 성분은 소멸됨을 예측할 수가 있다. 다음은 역방향 산란계수에 대해 고찰하고자 한다. 그림7, 8는 입사각을 0° 에서 40° 로 가변시켜 가면서 구한 역방향 산란계수를 보여주고 있다. 모멘트 방법에 의해 구한 값과 키르히호프 근사

에 의한 값은 비교적 잘 일치함을 알 수 있다. 수직 입사에 의한 성분을 코히어런트 성분이라고 하고, 그 이외의 부분을 비 코히어런트 성분이라고 한다. 그림 9는 h 를 가변시켰을 때 역방향 σ 의 패턴을 보여주고 있다. 예측한대로 그림 9에서 비 코히어런트 성분은 h 가 커짐에 따라 점차 커지는 것을 알 수 있다.

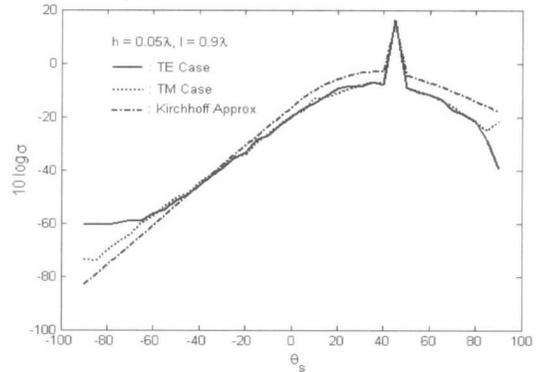


그림 4. $\theta_i = -45^\circ$, $h = 0.05\lambda$, $l = 0.9\lambda$ 일 때 양방향 산란계수

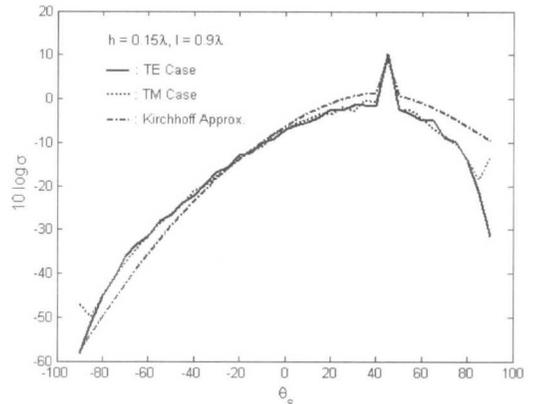


그림 5. $\theta_i = -45^\circ$, $h = 0.15\lambda$, $l = 0.9\lambda$ 일 때 양방향 산란계수

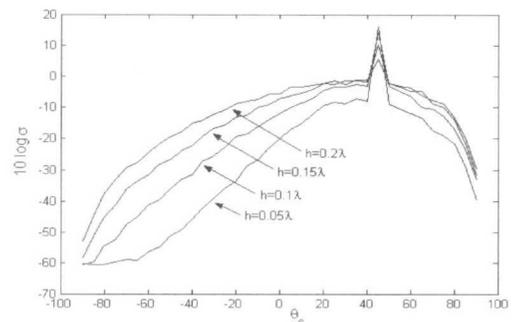


그림 6. h 의 크기에 따른 양방향 산란계수의 패턴(TE:MoM)

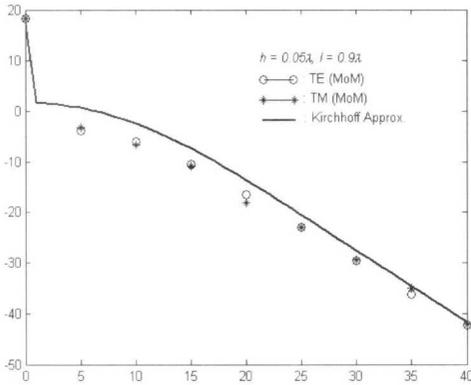


그림 7. $h=0.05\lambda$, $l=0.9\lambda$ 일때 역방향 산란계수

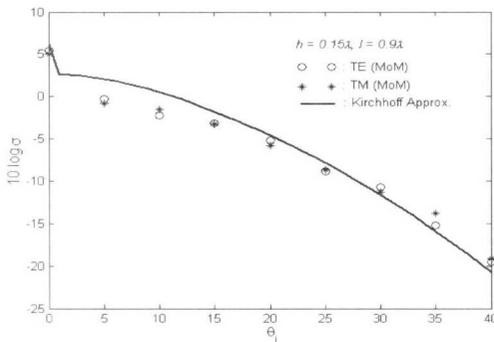


그림 8. $h=0.15\lambda$, $l=0.9\lambda$ 일때 역방향 산란계수

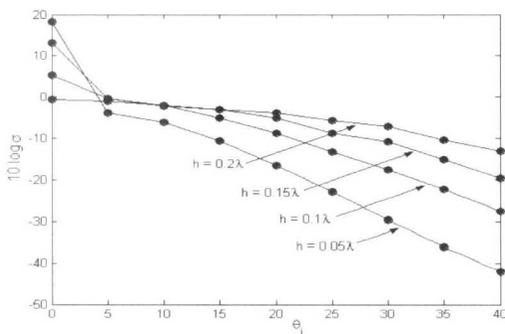


그림 9. h의 크기에 따른 역방향 산란계수 패턴(TE : MoM)

VI. 결론

본 논문에서는 몬테카를로 기법을 이용하여, 양방향 산란계수와 역방향 산란계수를 계산하였다. 가장자리 효과(Edge effect)를 줄이기 위해 가우시안 테이퍼 함수를 적용하였다. 입사파의 편파로는 수평편파

(TE)와 수직편파(TM)를 사용하였고 모멘트방법을 사용하였다. 계산된 수치해의 타당성을 검증하기 위해 키르히호프 근사에 의해 구한 값과 비교하였다. 그 결과 양자간의 결과는 서로 잘 일치하였다. 본 논문의 결과는 임의의 거칠기를 가진 지표면, 바다 표면의 해석에 도움을 주리라고 생각된다.

참고 문헌

- [1] J. A. Ogilvy, *Theory of Wave Scattering from Random Rough Surfaces*, New York, pp. 1-37, 1991.
- [2] Fawwaz T. Ulaby, Richard K. Moore, Adrian K. Fung, *Microwave Remote Sensing*, vol. II, Addison-Wesley Publishing, 1982, ch. 12.
- [3] A.J. Poggio and E.K. Miller, *Integral equation method of three dimensional scattering problems in Computer Techniques for Electromagnetics*. New York : Pergamon, 1973, ch. 4.
- [4] Dennis L. Knepp, "Multiple phase-screen calculation of the temporal behavior of stochastic waves", *Proceedings of the IEEE*, vol. 71, no. 6, pp. 722-737, June 1983.
- [5] Ericl. Thorsos, "The validity of the kirchhoff approximation for the rough surface scattering using a Gaussian roughness spectrum," *J. Acoust. Soc. Am.*, vol. 83, no. 1, pp. 78-92, January 1989.
- [6] R. Harrington, *Field Computation by Moment Methods*. New York : IEEE Press, pp. 41-47, 1993.
- [7] K. K. Mei, and J. G. Van Bladel. "Scattering by perfectly-conducting rectangular cylinders," *IEEE Trans. Antennas and Propagation*, vol. 11, no. 2, pp. 185-192, March 1963.
- [8] R. M. Axline, and A. K. Fung, "Numerical computation of scattering from a perfectly conducting random surface," *IEEE Trans. Antennas and Propagation*, vol. 26, pp. 482-488, May 1978.
- [9] Jakov V. Topokov, Roger T. Marchand, Gary S. Brown, "On the discretization of the integral equation describing scattering by rough conducting surfaces," *IEEE Trans. Antennas*

