

# 디지털 통신 시스템에서 주파수 오프셋과 반송파 위상의 간단한 동시 추정 알고리즘

홍대기\*, 강성진\*, 주민철\*, 김용성\*, 조진웅\*

## Low-Complexity Joint Estimation Algorithms of Frequency Offset and Carrier Phase for Digital Communication Systems

Hong Dae-Ki, Kang Sung-Jin, Ju Min-Chul, Kim Yong-Sung, Cho Jin-Woong

요 약

본 논문에서는 주파수 오프셋 및 반송파 위상을 간단히 동시에 추정하기 위한 세 가지 알고리즘(low-complexity joint estimation algorithms : LJEAs)을 제안한다. 제안된 LJEAs들의 핵심은 수신 신호의 주파수 및 위상 스펙트럼에서 주엽(main lobe)의 상관값을 이용하여 내분점을 기초로 보간한 후 주파수 오프셋 및 반송파 위상을 추정되 주파수 오프셋을 먼저 추정하고 추정된 주파수 오프셋을 이용하여 반송파 위상을 동시에 추정하는 것이다. 제안된 LJEAs들은 추정 범위( $\Delta f_d \times T_s$ )가  $1/2N_s$  혹은  $1/N_s$ 보다 작으며 이는 기존 알고리즘의 추정 범위와 비슷하다. 그러나 LJEAs들은 오직  $2N_s$  또는  $4N_s$ 의 복소 곱셈만이 필요하므로 기존 알고리즘에 비해서 매우 간단하다. 그럼에도 불구하고 LJEAs들의 추정 성능은 기존 알고리즘의 성능보다도 우수함을 알 수 있다. 제안된 LJEAs들은 위성 통신 시스템과 같은 버스트 모드 디지털 전송을 하는 시스템에서 주파수 오프셋 및 반송파 위상을 동시에 추정하기 위해 사용될 수 있다.

### ABSTRACT

In this paper, we investigate the design of three low-complexity joint estimation algorithms(LJEAs) for frequency offset and carrier phase. The proposed LJEAs are based on the interpolation technique of correlation values of the received signal in frequency and phase domains. With these algorithms, the estimation ranges  $\Delta f_d \times T_s$  are less than  $1/2N_s$  and  $1/N_s$  which are comparable to conventional algorithms. The proposed LJEAs require only  $2N_s$  or  $4N_s$  complex multiplications which are very simple compared with the conventional algorithms. Nevertheless the estimation accuracies of the LJEAs are as good as those of the conventional algorithms. Suitable areas of application include joint estimation of frequency offset and carrier phase in burst-mode digital transmission such as satellite communications.

### I. 서론

참고문헌 [1]에서 Mazzenga와 Corazza는 주파수 오프셋과 반송파 위상을 추정함에 있어서 최소 자승(least-square: LS)방식의 블라인드 동시 추정 알고리즘을 제안한 바가 있다. 이 연구에서 Viterbi & Viterbi 알고리즘[2]은 주파수 오프셋이 발생하지 않았

을 때 LS 최적화의 특별한 경우라는 것을 밝히기도 했다. 그러나 제안되었던 동시 개략 추정(joint coarse estimation) 알고리즘은 실제 구현에 적용될 수 있을 정도로 충분히 정확하지는 않다. 이는 불연속적인 주파수 샘플의 개수가 이산 푸리에 변환(discrete Fourier transform: DFT)의 분해능을 현저히 제한하기 때문이다[3]. 이에 따라 참고문헌 [3]에

\* 전자부품연구원 무선PAN기술사업단(hongdk@keti.re.kr)  
논문번호 : KICS2004-06-045, 접수일자 : 2004년 6월 18일

서는 DFT의 분해능을 개선하기 위해 DFT의 크기를 증가시키지 않는 주파수 및 위상의 보간 알고리즘이 제안되었다. 제안되었던 알고리즘의 개요는 다음과 같다.

완벽한 심볼 타이밍을 가정할 때  $M$ 진 위상 변조(phase shift keying: PSK) 버스트내의 샘플열은 다음과 같이 모델링 될 수 있다.

$$r_n = e^{j\theta_n} e^{j(2\pi n f_d T_s + \phi)} + z_n, \quad (1)$$

단  $n=0, 1, \dots, N_s-1$

여기서  $\theta_n$ 은  $0, 2\pi/M, \dots, (M-1)2\pi/M$  중 하나의 값을 가지는 전송 샘플의 위상이다.  $f_d$ 는 주파수 오프셋이며,  $T_s$ 는 심볼 주기이다.  $\phi$ 는 반송파 위상이다.  $z_n$ 은 가산성 백색 가우시안 잡음(additive white Gaussian noise)이고  $N_s$ 는 버스트의 길이이다.

이때 데이터 비보조(non-data-aided: NDA) 추정을 위한 주파수 오프셋과 반송파 위상 추정 값은 다음과 같이 주어진다[3].<sup>1)</sup>

$$\hat{f} = \frac{\hat{\xi} + \Delta\xi}{MT_s N_s} \quad (2)$$

$$= \frac{1}{MT_s N_s} \left\{ \hat{\xi} + \frac{|\psi(\hat{\xi}+1)|}{|\psi(\hat{\xi})| + |\psi(\hat{\xi}+1)|} \right\}$$

$$\hat{\phi} = \frac{\hat{\chi}(\hat{\xi})}{M} \quad (3)$$

$$= \frac{(1-\Delta\xi)\hat{\chi}(\hat{\xi}) + \Delta\xi\hat{\chi}(\hat{\xi}+1)}{M}$$

여기서 개략적인(coarse) 주파수 오프셋 추정 값  $\hat{\xi} (0, 1, 2, \dots, N_s-1)$ 과  $M$ 배 곱해진 위상 추정 값  $\hat{\chi}(\hat{\xi}) (-\pi \leq \hat{\chi}(\hat{\xi}) \leq \pi)$ 은 아래의 LS 최적화 문제를 풀어냄으로서 얻어질 수 있다.

$$(\hat{\xi}, \hat{\chi}) = \arg \left\{ \min_{(k, c)} \sum_{n=0}^{N_s-1} |(r_n)^M - ce^{j2\pi kn/N_s}|^2 \right\} \quad (4)$$

위 식으로부터 LS 오류를 최소화하는 첫 번째 해  $\hat{\xi}$ 는 아래의 방정식을 만족하는  $k$ 값으로 주어진다[3].

$$\frac{d}{dk} |\psi(k)|^2 = 0 \quad (5)$$

두 번째 해  $\hat{\chi}(\hat{\xi})$ 는 다음과 같이 주어진다.

$$\hat{\chi}(\hat{\xi}) = \angle(\psi(k)|_{k=\hat{\xi}}) \quad (6)$$

이때<sup>2)</sup>

$$\psi(k) = \sum_{n=0}^{N_s-1} (r_n)^M e^{-j2\pi kn/N_s} \quad (7)$$

$$= \begin{cases} e^{j(\pi(N_s-1)(k-\hat{\xi}) + M\phi)} \frac{\sin(\pi(k-\hat{\xi}))}{\sin(\pi(k-\hat{\xi})/N_s)} \\ 0 \end{cases}$$

for  $0 \leq k \leq N_s-1$   
for otherwise

이다. 여기서 채널상에서 발생한 주파수 오프셋  $\xi$ 은  $Mf_d T_s N_s$ 과 같다.

위의 첫 번째 식은 수신 샘플에 DFT를 취하는 것으로 해석될 수 있으며, 두 번째 식은 수신 신호의 스펙트럼으로 볼 수 있다. 따라서 개략적인 주파수 오프셋 추정값  $\hat{\xi}$ 은  $\psi(k)$ 의 크기를 최대화 하는  $k$ 값으로 구할 수 있다. 따라서 주파수 스펙트럼에서 주엽내의 두 개의 상관값은 두 개의 연속적인 상관값의 합이 최대일 때의  $k$ 와  $k+1$ 을 구하면 된다. 위 식에서 DFT의 결과는 sinc 함수가 아니다. 이것은 DFT의 크기가 한정되어 있으므로 주파수 영역 상에서 왜곡이 발생했기 때문이다. 만일  $(k-\hat{\xi}) \ll N_s/\pi$ 을 가정할 경우 다음과 같이 sinc 함수를 포함한 식으로 유도될 수 있다.

$$\psi(k) \approx e^{j(\pi(N_s-1)(k-\hat{\xi}) + M\phi)} N_s \text{sinc}((k-\hat{\xi})/N_s) \quad (8)$$

위 식에서 아래 첨자  $N_s$ 는 버스트의 길이 임과 동시에 스펙트럼의 순환 천이(circular shift) 구간이다.

다음으로 미세한(fine) 주파수 오프셋 추정값  $\Delta\xi$ 은 sinc 함수의 주엽(main-lobe)에 있는 두 개의 연속적인 크기 샘플( $\psi(\hat{\xi}), \psi(\hat{\xi}+1)$ )의 내분점을 구하는데 기초를 두고 있으며 이 내분점은 아래의 식(9)로 정리될 수 있다.

$$X = \frac{|\psi(\hat{\xi}+1)|}{|\psi(\hat{\xi})| + |\psi(\hat{\xi}+1)|} \quad (9)$$

1) 데이터 보조(data-aided: DA) 추정일 경우에  $M=1$ 이다.

2) 단 설명의 편의를 위해 잡음 및 간섭은 없다고 가정하였다.

위 식 (9)의 내분점  $X$ 는 아래의 관계식 (10)과 (11)로부터 미세 주파수 옵셋( $\Delta\xi$ )과 동일함을 알 수 있다.

$$X = \frac{|\psi(\hat{\xi}+1)|}{|\psi(\hat{\xi})|+|\psi(\hat{\xi}+1)|} = \left( \frac{\text{sinc}((- \Delta\xi)_{N_s}) + \text{sinc}((1- \Delta\xi)_{N_s})}{\text{sinc}(- \Delta\xi)_{N_s}} \right)^{-1} \quad (10)$$

다시 sinc 함수의 정의로부터,

$$X = \left( \frac{1- \Delta\xi}{\Delta\xi} + 1 \right)^{-1} = \Delta\xi \quad (11)$$

따라서 우리는 (2)와 같은 주파수 옵셋 추정식을 얻을 수 있는 것이다.

또한 반송파 위상 추정값( $M\phi$ )은 위의 내분점  $X$ 를 이용하여 추정될 수 있다. sinc 함수에서 위상의 선형성을 이용하면 위상에 대한 보간은 다음과 같이 얻어질 수 있다.

$$\hat{\chi}(\hat{\xi}) = (1-X)(\hat{\chi}(\hat{\xi})) + X(\hat{\chi}(\hat{\xi}+1)) \quad (12)$$

위 식 (11)에 의해 식 (12)는 다음과 같이 정리될 수 있다.

$$\hat{\chi}(\hat{\xi}) = (1- \Delta\xi)(\angle\psi(\hat{\xi})) + \Delta\xi(\angle\psi(\hat{\xi}+1)) \quad (13)$$

sinc 함수의 정의로부터 원하는 결과를 다음과 같이 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} \hat{\chi}(\hat{\xi}) &= (1- \Delta\xi)(\pi(N_s-1)(\hat{\xi}-\xi) + M\phi + \hat{\xi}-\xi) \\ &+ (\Delta\xi)(\pi(N_s-1)(\hat{\xi}-\xi+1) + M\phi + \hat{\xi}-\xi-1) \\ &= M\phi \end{aligned} \quad (14)$$

따라서 우리는 (3)과 같은 반송파 위상 추정식을 얻을 수 있는 것이다. 지금까지의 결과에 의하면 참고 문헌 [3]에서 제안되었던 기존의 동시 추정 알고리즘은 점근적인 비 바이어스(asym- ptotically unbiased) 추정이라고 할 수 있다.

기존의 동시 추정 알고리즘의 추정 순서는 다음과 같이 요약될 수 있다.

A. 수신 데이터 열을 얻기 위해 수신 신호를 주기적으로 샘플링 한다.

B. 주파수 스펙트럼을 얻기 위해 DFT를 사용하여 수신 데이터 열을 주파수 영역으로 변환한다.

C. 주파수 영역에서 연속적인 두 개의 샘플 중에서 크기의 합이 가장 큰 것을 고른다.

D. (2)를 이용하여 주파수 옵셋을 추정한다.

E. (3)를 이용하여 반송파 위상을 추정한다.

기존의 동시 추정 알고리즘은 하드웨어 복잡도가 매우 낮고 구현의 난이도 또한 매우 낮으며, 추정범위 또한 매우 넓은 장점을 가지고 있다. 그러나 기존의 알고리즘은 아래와 같은 단점을 가지고 있다.

A. DFT의 복잡도는 일반적인 구현에 있어서 여전히 복잡하다. 따라서 좀 더 간단한 알고리즘이 요구된다.

B. 참고문헌 [3]의 결과에서 보이는 것처럼 기존의 동시 추정 알고리즘은 바이어스의 특성 때문에 추정 성능이 현저히 감소하게 된다. 따라서 바이어스가 작은 새로운 추정 알고리즘이 요구된다.

따라서 복잡도 및 바이어스가 작은 동시 추정 알고리즘(low-complexity joint estimation algorithm : LJE)의 설계가 필요하며 다음 장들에서 이러한 LJE를 제안할 것이다.

## II. 제안된 첫 번째 LJE

그림 1은 잡음과 간섭이 없을 때 변조되지 않은 송신 신호에 대한 수신 샘플열의 다양한 주파수 옵셋에 따른 주파수 스펙트럼의 주엽을 보여주고 있다. 또한 상관값의 스펙트럼 및 첫 번째 LJE를 이용한 주파수 옵셋 추정 알고리즘도 나타나 있다. 그림 2는 양수의 소수배 주파수 옵셋이 발생한 경우의 위상 스펙트럼의 주엽을 보여주고 있다. 또한 상관값의 스펙트럼 및 첫 번째 LJE를 이용한 반송파 위상 추정 알고리즘을 보여주고 있다. 그림 3은 첫 번째 LJE의 절차 흐름도를 보여주고 있다. 첫 번째 LJE를 그림 1, 2 및 3과 함께 설명하면 다음과 같다.

본 논문에서 제안한 첫 번째 LJE는 참고문헌 [3]에서 제안되었던 기존의 동시 추정 알고리즘에 기초를 두고 있다. 먼저 수신 데이터 열을 얻기 위해 수신 신호를 주기적으로 샘플링한 후 샘플링된 신호에서 세 가지 주파수 상관값  $|\psi(N_s-1)|$ ,  $|\psi(0)|$ ,  $|\psi(1)|$ 과 세 가지 위상 상관값  $\angle\psi(N_s-1)$ ,

$\angle\phi(0)$ ,  $\angle\phi(1)$ 을 구한다.

잡음과 간섭이 없다는 가정하에 세 가지 주파수 상관값은 채널에서 발생한 주파수 오프셋의 크기에 따라서 그림 1과 같이 나타날 수 있다. 그림 1에서 다섯 개의 그래프 중 (c)는 주파수 오프셋이 전혀 발생하지 않은 경우이다. 그리고 (a)와 (b)는 음의 주파수 오프셋이 발생한 경우이다. 음의 주파수 오프셋이 발생한 경우  $|\phi(1)|$ 은 sinc 스펙트럼의 오른쪽 부엽(side-lobe)에 포함되어 그 크기가 매우 작아 그림에 표현되지는 않았다. 따라서 음의 주파수 오프셋이 발생한 경우에는  $|\phi(N_s-1)|$ 의 크기가  $|\phi(1)|$ 의 크기보다 항상 큼을 알 수 있다. 따라서 주파수 오프셋은  $|\phi(N_s-1)|$ 와  $|\phi(0)|$ 의 두 가지 값을 이용하여 아래와 같이 보간함으로써 구할 수 있다.

$$\hat{f}_d = -\frac{1}{MT_s N_s} \left\{ \frac{|\phi(N_s-1)|}{|\phi(N_s-1)| + |\phi(0)|} \right\} \quad (15)$$

그리고 (d)와 (e)는 양의 주파수 오프셋이 발생한 경우이다.  $|\phi(N_s-1)|$ 는 sinc 스펙트럼의 왼쪽 부엽에 포함되어 그 크기가 매우 작아 그림에 표현되지는 않았다.

따라서 양의 주파수 오프셋이 발생한 경우에는 항상  $|\phi(1)|$ 의 크기가  $|\phi(N_s-1)|$ 의 크기보다 큼을 알 수 있다. 따라서 주파수 오프셋은  $|\phi(1)|$ 와  $|\phi(0)|$ 의 두 가지 값을 이용하여 아래와 같이

보간함으로써 구할 수 있다.

$$\hat{f}_d = \frac{1}{MT_s N_s} \left\{ \frac{|\phi(1)|}{|\phi(0)| + |\phi(1)|} \right\} \quad (16)$$

(15)식과 (16)식을 하나의 식으로 나타내면 다음과 같이 표현될 수 있다.

$$\hat{f}_d = \begin{cases} \frac{1}{MT_s N_s} \left\{ \frac{|\phi(1)|}{|\phi(0)| + |\phi(1)|} \right\}, & |\phi(1)| \geq |\phi(N_s-1)| \\ -\frac{1}{MT_s N_s} \left\{ \frac{|\phi(N_s-1)|}{|\phi(N_s-1)| + |\phi(0)|} \right\}, & |\phi(1)| < |\phi(N_s-1)| \end{cases} \quad (17)$$

위 식을 주의 깊게 살펴보면 1장에서 설명한 기존의 주파수 오프셋 추정 알고리즘에서 단지 연속적인 두 개의 샘플 중에서 크기의 합이 가장 큰 것을 고르는 작업(크기 비교 알고리즘)을 배제한 것이다. 이 작업을 배제한 이유는 주파수 스펙트럼에서 모든 스펙트럼을 계산하는 일과 크기 비교 알고리즘에 의한 하드웨어 복잡도의 증가량을 줄이기 위해서이다.

위의 첫 번째 LJEA를 이용한 주파수 오프셋 추정 알고리즘이 점근적으로 비 바이어스 추정이라는 것은 1장에서 설명한 바와 같이 증명될 수 있으며 또한, 본 알고리즘의 성능은 1장에서 설명한 기존의 추정 알고리즘의 성능과 같다는 것도 쉽게 알 수 있다. 그럼에도 불구하고 제안된 알고리즘은  $2N_s$ 의 복소 곱셈의 복잡도를 가지며 기존의 DFT를 이용한 방법에 비해서 그 복잡도가 매우 작다는 장점이 있다.

다만 첫 번째 LJEA를 이용한 주파수 오프셋 추정 알고리즘은 추정할 수 있는 주파수 오프셋의 범위가 감소한다는 단점이 있다. 그러나 이러한 추정범위의 감소는 실제 통신 시스템에서 수용할 수 있는 수준이며 기존에 제안되어 있는 다른 여러 가지 주파수 오프셋 추정 알고리즘의 추정 범위에 비해서도 그다지 작지 않다. 추정 범위의 비교는 5장의 복잡도 및 추정 범위 비교에 잘 나타나 있다. 첫 번째 LJEA에서 주파수 오프셋 추정범위와 시스템의 복잡도는 서로 trade-off의 관계가 있다. 만일 응용에 따라서 2배 더 넓은 주파수 오프셋 추정 범위를 요구하는 시스템이 있다면 세 가지 주파수 상관값이 아닌 다섯 가

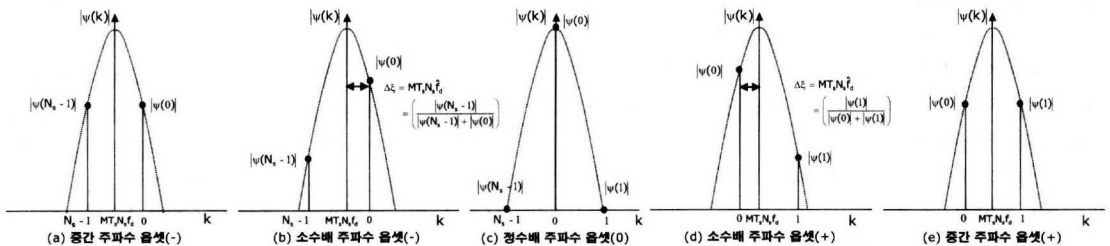


그림 5. 다양한 주파수 오프셋에 따른 주파수 스펙트럼의 주엽과 상관값의 스펙트럼 및 제안된 첫 번째 LJEA

지의 주파수 상관값  $|\psi(N_s-2)|$ ,  $|\psi(N_s-1)|$ ,  $|\psi(0)|$ ,  $|\psi(1)|$ ,  $|\psi(2)|$ )을 이용하면 된다. 하지만 추가적인 하드웨어와 크기 비교 알고리즘이 필요하다.

위에서 제안된 LJE에 의해 추정된 주파수 오프셋은 반송파 위상의 추정에 이용될 수 있다. 먼저 추정된 주파수 오프셋을  $\hat{f}_d$ 라고 하자. 그림 2에 나타난 바와 같이 수신 샘플열로부터 위상 상관값  $\angle\psi(N_s-1)$ ,  $\angle\psi(0)$ ,  $\angle\psi(1)$ 을 구하고 주파수 오프셋 추정 방법과 비슷하게 아래와 같은 식을 이용하여 반송파 위상을 추정할 수 있다.

$$\hat{\phi} = \begin{cases} \frac{(1-M\hat{f}_d T_s N_s)\angle\psi(0) + M\hat{f}_d T_s N_s\angle\psi(1)}{M}, & |\psi(1)| \geq |\psi(N_s-1)| \\ \frac{(1-M\hat{f}_d T_s N_s)\angle\psi(N_s-1) + M\hat{f}_d T_s N_s\angle\psi(0)}{M}, & |\psi(1)| < |\psi(N_s-1)| \end{cases} \quad (18)$$

위의 LJE를 이용한 반송파 위상 추정 알고리즘이 점근적으로 비 바이어스 추정이라는 것은 1장에서 설명한 바와 같이 증명될 수 있으며 따라서, 본 알고리즘의 성능은 1장에서 설명한 기존의 추정 알고리즘의 성능과 같다.

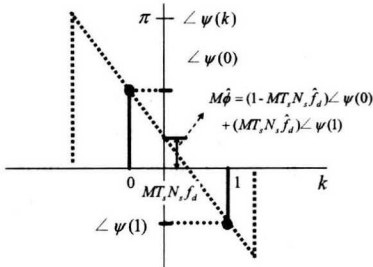


그림 6. 양수의 소수배 주파수 오프셋에서 위상 스펙트럼의 주엽과 상관값의 스펙트럼 및 첫번째 LJE

첫 번째 LJE는 그림 3과 더불어 아래와 같이 요약될 수 있다.

- (1) 수신 데이터 열을 얻기 위해 수신 신호를 주기적으로 샘플링 한다.
- (2) 주파수 스펙트럼의 주엽의 샘플을 얻기 위해  $|\psi(N_s-1)|$ ,  $|\psi(0)|$ ,  $|\psi(1)|$ 과  $\angle\psi(N_s-1)$ ,  $\angle\psi(0)$ ,  $\angle\psi(1)$ 를 구한다.
- (3) 주어진 첫 번째 주파수 추정 방법을 이용하여 주파수 오프셋을 추정한다.
- (4) 추정된 주파수 오프셋과 주어진 위상 보간 방법을

이용하여 반송파 위상을 추정한다.

첫 번째 LJE의 바이어스 특성을 분석해 보면 다음과 같다. 그림 1의 (c)는 주파수 오프셋이 0 근방에서 발생한 경우 주파수 스펙트럼의 주엽과 상관값  $|\psi(N_s-1)|$ ,  $|\psi(0)|$ ,  $|\psi(1)|$ 의 스펙트럼이 표시되어 있다. 이때 첫 번째 LJE에서는  $|\psi(N_s-1)|$ 과  $|\psi(1)|$ 크기를 비교할 경우 약간의 잡음만이 발생하더라도 오류가 발생할 가능성이 매우 높다. 이러한 오류는 잡음의 크기에 상관없이 추정 성능의 현저한 감소를 가져오게 된다. 이는 크기 비교 과정에서의 오류이므로 이런 바이어스를 0(정수배 주파수) 주파수 오프셋 근방에서는 모든 평균 비트 에너지 대 잡음 스펙트럼 밀도(average bit energy to noise spectral density ratio:  $E_b/N_0$ )에 관계없이 높은 탐색 바이어스를 갖는다고 말한다. 이러한 바이어스는 매우 바람직하지 않다.

그림 1의 (b)와 (d)에서는 소수배의 주파수 오프셋이 발생하였을 때 주파수 스펙트럼의 주엽과 상관값  $|\psi(N_s-1)|$ ,  $|\psi(0)|$ ,  $|\psi(1)|$ 의 스펙트럼이 표시되어 있다. 이럴 경우에는  $|\psi(N_s-1)|$ 과  $|\psi(1)|$ 의 크기 비교 시 발생하는 탐색 바이어스가 그다지 크지 않다. 그러나 잡음의 크기가 크면 클수록 크기 비교 오류는 커지게 된다. 또한 이상적인 sinc 함수(식 (8))와 실제 주파수 스펙트럼(식 (7)) 사이의 오차가 매우 커지게 된다. 따라서 보간시 발생하는 보간 바이어스가 커진다. 이런 바이어스를 우리는 소수배 주파수 오프셋에서는 낮은  $E_b/N_0$ 에 대해서 높은 탐색 바이어스와  $E_b/N_0$ 에 무관한 높은 보간 바이어스를 갖는다고 말한다. 이 또한 문제가 있다,

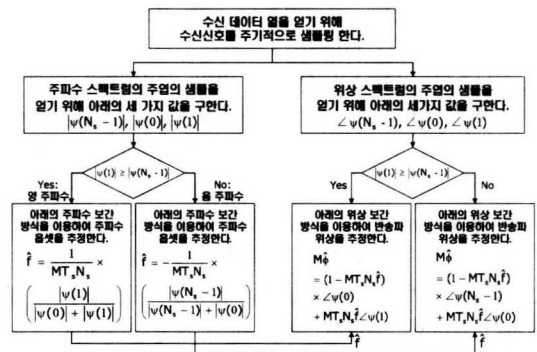


그림 7. 제안된 첫 번째 LJE의 절차 흐름도

그림 1의 (a)와 (e)에서는 마지막으로 정수배 오프

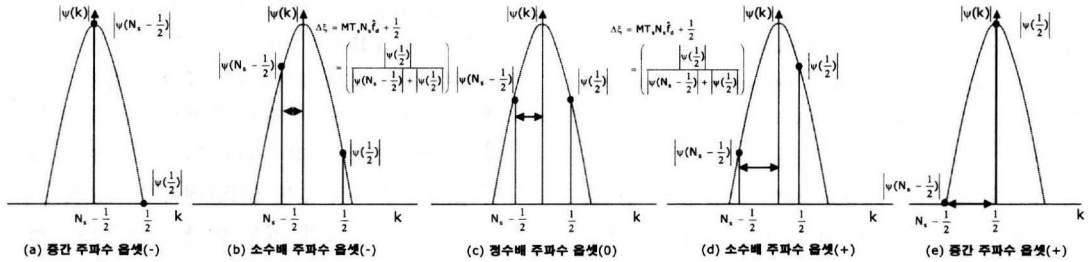


그림 8. 다양한 주파수 오프셋에 따른 주파수 스펙트럼의 주엽과 상관값의 스펙트럼 및 제안된 두 번째 LJEА

셋 사이의 중간 주파수 오프셋이 발생하였을 때 주파수 스펙트럼의 주엽과 상관값  $|\psi(N_s - 1)|$ ,  $|\psi(0)|$ ,  $|\psi(1)|$ 의 스펙트럼이 표시되어 있다. 그림 1의 (a)에서는  $|\psi(1)|$ (그림 1의 (e)에서는  $|\psi(N_s - 1)|$ )이 부엽에 위치하기 때문에 표시되지 않았다. 또한  $|\psi(1)|$ 의 크기도 매우 작다. 따라서  $|\psi(N_s - 1)|$ 과  $|\psi(1)|$ 의 크기 비교시 발생하는 탐색 바이어스가 거의 없다. 그리고 선택된 두개의 상관값을 보간하는 과정에서 발생하는 보간 바이어스도 매우 작다. 이 경우의 성능은 추정 성능의 한계인 CRB(Cramer-Rao bound)에 근접한다. 이런 바이어스를 우리는 중간 주파수 오프셋에서는 탐색 바이어스와 보간 바이어스가 없다고 말한다. 따라서 이러한 경우는 매우 바람직하다.

위의 고찰을 요약하면 다음과 같다.

- (1) 0(정수배 주파수) 주파수 오프셋 근방에서는 모든  $E_b/N_0$ 에 대해서 높은 탐색 바이어스를 갖는다.
- (2) 소수배 주파수 오프셋에서는 낮은  $E_b/N_0$ 에 대해서 높은 탐색 바이어스와  $E_b/N_0$ 에 무관한 높은 보간 바이어스를 갖는다.
- (3) 중간 주파수 오프셋에서는 탐색 바이어스와 보간 바이어스가 없다.<sup>3)</sup>

(1), (2), (3)에서 언급한 바와 그림 7에 의하면 첫 번째 LJEА는 심각한 문제점을 갖고 있는데 이는 바로 0 주파수 오프셋이 발생한 상태에서의 바이어스가 매우 크다는 것이다. 일반적으로 주파수 오프셋 추정기는 초기 동기(initial synchronization)에서 만 쓰이고 추가적으로 오실레이터를 계속적으로 조절하는 동기 추적(tracking) 설비가 필요하다. 이때 동기 추적이 충분히 잘될 경우 정상상태에서 오실레이터의 주파수는 기저대역이라 가정하면 거의 0

이 될 것이다. 따라서 0주파수에서 주파수 오프셋 추정기의 추정 오차가 클 경우에는 문제가 된다. 따라서 0주파수에서 추정 오차가 작은 새로운 LJEА의 설계가 요구된다.

### III. 제안된 두 번째 LJEА

그림 4는 임의의 주파수 오프셋에서 주파수 축에서 이동된 수신신호의 주파수 스펙트럼의 주엽과 상관값의 스펙트럼 및 제안된 두 번째 LJEА를 이용한 주파수 오프셋 추정 알고리즘을 보여주고 있다. 또한 그림 5에서는 제안된 두 번째 LJEА의 절차 흐름도를 보여주고 있다. 그림 4와 5를 이용하여 두 번째 LJEА의 원리를 설명하면 다음과 같다.

II장의 바이어스 분석에서 언급한 대로 제안된 첫 번째 LJEА에서 바이어스의 근본적인 원인중 하나는 탐색 바이어스이며 탐색 바이어스를 해결하는 가장 큰 방법은 상관값 간의 비교 탐색 동작을 없애는 것이다. 본 장에서 제안되는 두 번째 LJEА는 이러한 개념에 기초한 것이다. 두 번째 LJEА를 이용한 주파수 오프셋 추정 알고리즘에서는 수신 신호를 주기적으로 샘플링한 후 수신 샘플의 상관값을 구하기 전에 주파수 오프셋을 무조건 양수로 만들어 주기 위해 고의적으로 수신 샘플에 중간 주파수 오프셋  $1/2T_s N_s$ 을 가한 후에 주파수 상관값  $|\psi(N_s - 0.5)|$ ,  $|\psi(0.5)|$ 을 구하게 된다. 그 후 보간을 수행하여 아래의 식과 같이 주파수 오프셋을 추정한다. 따라서 두 번째 LJEА를 이용한 주파수 오프셋 추정 알고리즘에서는 비교 탐색

$$\hat{f}_d = \frac{1}{MT_s N_s} \left[ \left\{ \frac{|\psi(0.5)|}{|\psi(N_s - 0.5)| + |\psi(0.5)|} \right\} - 0.5 \right] \quad (19)$$

동작이 필요하지 않게 되므로 탐색 바이어스가 없

3) 그림 7에 첫 번째 LJEА의 주파수 오프셋 추정 성능이 나타나 있다.

$$\hat{f}_d = \begin{cases} \frac{1}{MT_s N_s} \left\{ \frac{|\phi(1)|}{|\phi(0)| + |\phi(1)|} \right\}, & \|\phi(0) - \phi(1)\| \leq \|\phi(N_s - 0.5) - \phi(0.5)\| \text{ and } |\phi(1)| \geq |\phi(N_s - 1)| \\ -\frac{1}{MT_s N_s} \left\{ \frac{|\phi(N_s - 1)|}{|\phi(N_s - 1)| + |\phi(0)|} \right\}, & \|\phi(0) - \phi(1)\| \leq \|\phi(N_s - 0.5) - \phi(0.5)\| \text{ and } |\phi(1)| < |\phi(N_s - 1)| \\ \frac{1}{MT_s N_s} \left[ \left\{ \frac{|\phi(0.5)|}{|\phi(N_s - 0.5)| + |\phi(0.5)|} \right\} - 0.5 \right], & \|\phi(0) - \phi(1)\| > \|\phi(N_s - 0.5) - \phi(0.5)\| \end{cases}$$

어지게 된다. 또한 주파수 옵셋이  $1/2T_s N_s$ 만큼 이동하게 되므로 0 주파수에서 추정 오차가 매우 작아지게되어 동기 추적에 적절한 시스템이 된다. 그림 7에는 이와 같은 고찰에 대한 결과가 나타나 있다.

제안된 두 번째 LJEA를 이용한 주파수 옵셋 추정 알고리즘을 다른 관점으로 설명하면 다음과 같다. 분모의 첫 번째 항

$|\phi(N_s - 0.5)| = \left| \sum_{n=0}^{N_s-1} (r_n)^M e^{j\pi n/N_s} e^{-j2\pi n/N_s} \right|$ 은 주파수 축에서 이동된 수신 샘플  $(r_n)^M e^{j\pi n/N_s}$ 의 0 주파수 성분의 크기를 의미하며 분모의 두 번째 항

$|\phi(0.5)| = \left| \sum_{n=0}^{N_s-1} (r_n)^M e^{j\pi n/N_s} e^{-j2\pi n/N_s} \right|$ 은 주파수 축에서 이동된 수신 샘플  $(r_n)^M e^{j\pi n/N_s}$ 의 첫 번째 정수 주파수 성분의 크기를 의미한다. 따라서 두 번째 LJEA에서 주파수 추정의 원리는 수신 신호가 주파수 축으로 이동된 두 상관값 사이의 보간에 기초한다. 최종적으로 주파수 축으로 이동된 주파수 값의 보정을 위해서는 추정값에서  $1/2T_s N_s$ 을 빼 주게 된다.

반송파 위상은 (19)를 통해 추정된 주파수 옵셋과 샘플간의 위상 상관값  $\angle\phi(N_s - 0.5)$ ,  $\angle\phi(0.5)$ 을 구한 후 아래식과 같은 위상 보간 알고리즘을 이용하여 추정할 수 있다.

$$\hat{\phi} = \frac{(0.5 - Mf_d T_s N_s) \angle\phi(N_s - 0.5)}{M} + \frac{(0.5 + Mf_d T_s N_s) \angle\phi(0.5)}{M} \quad (20)$$

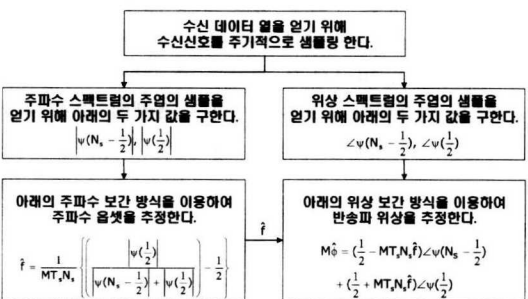


그림 10. 제안된 두 번째 LJEA의 절차 흐름도

두 번째 LJEA에서 위상 추정 알고리즘의 원리는 다음과 같이 설명될 수 있다. 분자의 첫 번째 항  $(1 - Mf_d T_s N_s - 0.5)$ 은 추정된 주파수 옵셋과 0 주파수의 차이이고 분자의 두 번째 항은 주파수 축으로 이동된 0 주파수 성분의 위상이며 분자의 세 번째 항  $(Mf_d T_s N_s + 0.5)$ 은 추정된 주파수 옵셋과 첫 번째 정수 주파수 성분의 위상이다. 따라서 두 번째 LJEA를 이용한 반송파 위상 추정 알고리즘은 수신 신호의 주파수 축으로 이동된 두 위상 상관값 사이의 보간을 의미한다. 다만 위상은 주파수에 무관하므로  $1/2T_s N_s$ 을 빼 주는 동작은 필요하지 않다.

두 번째 LJEA는  $2N_s$ 의 복소 곱셈만이 요구되므로 간단한 하드웨어를 요구하는 시스템에 적절하다. 그러나 두 번째 동시 추정 방법은 탐색 바이어스를 극복하기 위한 추정 방법으로서 보간 바이어스는 여전히 극복하지 못하고 있다. 따라서 보간 바이어스를 극복하기 위한 새로운 방법이 요구된다.

#### IV. 제안된 세 번째 LJEA

세 번째 LJEA는 상기의 첫 번째와 두 번째의 LJEA가 혼합된 형태로서 그림 6에 절차 흐름도가 잘 나타나 있다. 세 번째 LJEA는 먼저 수신 데이터 열을 얻기 위해 수신 신호를 주기적으로 샘플링 한 후 샘플링 된 신호에서 다섯가지 주파수 상관값  $|\phi(N_s - 1)|$ ,  $|\phi(N_s - 0.5)|$ ,  $|\phi(0)|$ ,  $|\phi(0.5)|$ ,  $|\phi(1)|$ 과 다섯 가지 위상 상관값  $\angle\phi(N_s - 1)$ ,  $\angle\phi(N_s - 0.5)$ ,  $\angle\phi(0)$ ,  $\angle\phi(0.5)$ ,  $\angle\phi(1)$ 을 구한다. 구해진 주파수 상관값의 크기에 따라 그림 6과 같이 세 가지의 범위로 나눌 수 있다. 각 범위에 따른 주파수 옵셋 및 반송파 위상 추정 알고리즘은 다음 쪽 상단의 식으로 나타낼 수 있다.

세 번째 LJEA는 다음과 같은 원리에 기초를 두고 있다. 첫 번째 LJEA의 경우에는 0 주파수 옵셋(그림 1 (c))에서 바이어스가 많이 생겨서 추정 성능의 열화가 많이 발생하지만 반대로 중간 주파수 옵셋(그림 1 (a), (e))에서는 바이어스가 거의 생기

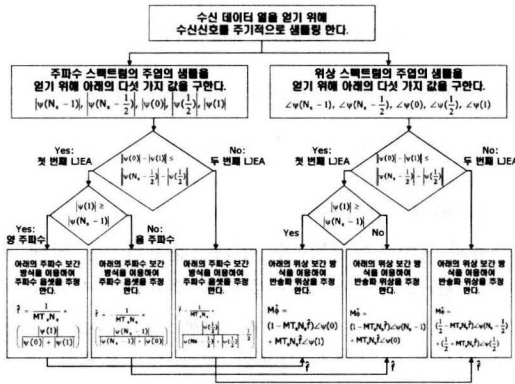


그림 11. 제안된 세 번째 LJE의 흐름도

지 않아 성능이 CRB에 근접하게 된다. 이러한 결과는 그림 7의 결과에서도 확인할 수 있다. 따라서 중간 주파수 주변의 오프셋이 발생할 경우에는 첫 번째 LJE를 사용하는 것이 유리하다.

두 번째 LJE의 경우에 0 주파수 오프셋에서는 바이어스가 거의 발생하지 않아 성능이 CRB에 접근하지만 반대로 중간 주파수 오프셋에서는 바이어스가 많이 생겨 성능의 열화가 발생한다. 이러한 결과는 그림 7의 결과에서도 확인할 수 있으며 0 주파수 주변의 오프셋이 발생할 경우 두 번째 LJE를 사용하는 것이 좋다.

따라서 첫 번째와 두 번째의 동시 추정 방법을 혼합하여 0 주파수 주변에서는 두 번째 동시 추정 방법을 사용하고 중간 주파수 오프셋 주변에서는 첫 번째 동시 추정 방법을 사용하면 성능이 우수한 추정기를 구성할 수 있다.

그러나 마지막으로 해결해야 할 문제는 0 주파수 근방에서 주파수 오프셋이 발생하는지, 또는 중간 주파수 오프셋 근방에서 주파수 오프셋이 발생하는지를 어떤 방법으로 판단할 것인가에 관한 것이다. 이를 위해서는 상관값의 크기를 이용하면 된다. 즉 첫 번째 LJE를 위해 구한 주엽의 두 상관값의 차이  $\|\phi(0)\| - \|\phi(1)\|$  ( $|\phi(1)| > \|\phi(N_s - 1)\|$  일때) 또는  $\|\phi(N_s - 1)\| - \|\phi(0)\|$  ( $|\phi(1)| < \|\phi(N_s - 1)\|$  일때)가 두 번째 LJE를 위해 구한 주파수 축에서 이동된 주엽의 두 상관값의 차이  $\|\phi(N_s - 0.5)\| - \|\phi(0.5)\|$ 보다 작

다면 중간 주파수 오프셋이 발생했다는 증거이므로 첫 번째 LJE를 이용하고, 크다면 0 주파수 주변에서 오프셋이 발생했다는 증거이므로 두 번째 LJE를 이용하면 된다. 상단의 식에 이와 같은 조건이 포함되어 있으며 이에 대한 결과는 그림 7에 나타나 있다. 세 번째 LJE는 상기의 두 가지의 추정 방법 사이에서 다이버시티(diversity) 이득을 얻는 형태로도 볼 수 있다.

### V. 실험 및 결과 분석

본 장에서는 제안된 세 가지 LJE들의 성능을 여러 가지 실험 결과를 통하여 설명하도록 한다. 송신기에서 변조 방식은 4진 위상 변조(quadrature PSK)를 사용하였으며 수신기에서는 DA 추정 방식을 사용하였다. 버스트의 길이  $N_s$ 는 32 혹은 128로 하였다. 제안된 LJE들에 대해 관찰해 보아야 할 중요한 항목은 아래의 세 가지로 구분해 볼 수 있다.

- A. 세 가지 LJE들의 바이어스의 경향
- B. 제안된 세 가지 LJE들의 주파수 오프셋 및 반송파 위상 추정 성능 비교 및 최적 성능인 CRB와의 성능 비교
- C. 기존의 알고리즘과 제안된 LJE들의 복잡도 및 추정 범위 비교

#### 1. 바이어스 특성 분석

그림 7에는 정규화 된 주파수 오프셋에 따른 세 가지 LJE들을 이용한 DA 주파수 오프셋 추정 알고리즘의 평균 자승 오차(mean squared error,  $E[(f_d - \hat{f}_d)T_b]^2$ ) 성능이 나타나 있다. 그림 7에서  $E_b/N_0$ 는 20dB로 고정하였다. 최적 성능과의 비교를 위해 CRB도 같이 나타나 있다.

II장의 바이어스 분석 결과에 의하면 첫 번째 LJE를 이용한 주파수 오프셋 추정 알고리즘은 0 주파수 부근에서 큰 탐색 바이어스 및 보간 바이어스가 발생한다. 따라서 0 주파수 부근에서 큰 성능의 저하가 발생한다. 그러나 주파수 오프셋이 중간 주파수( $\pm 0.5$ )로 접근함에 따라 탐색 및 보간 바이어스



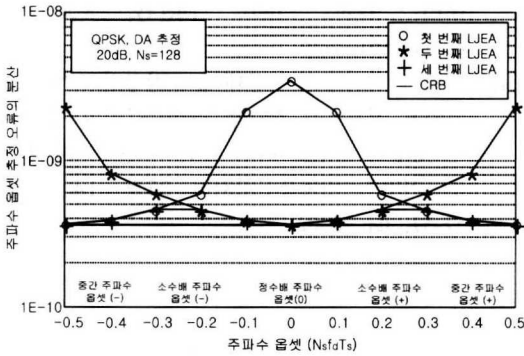


그림 7. 정규화된 주파수 오프셋에 따른 DA 주파수 오프셋 추정 성능의 변화

가 줄어들어 추정 성능이 개선된다. 이는 앞서 설명한 바이어스 특성의 분석결과와 일치한다.

이번에는 두 번째 LJE를 이용한 주파수 오프셋 추정 알고리즘의 성능을 분석해 본다. III장에서 설명한 바와 같이 0 주파수 부근에서 탐색 및 보간 바이어스가 전혀 없다. 따라서 0 주파수 부근에서는 거의 CRB에 근접함을 알 수 있다. 그러나 주파수 오프셋이 중간 주파수( $\pm 0.5$ )로 접근함에 따라 보간 바이어스 때문에 성능이 열화됨을 볼 수 있다.

마지막으로 IV장에서 설명한 바와 같이 세 번째 LJE는 첫 번째와 두 번째 LJE가 합성된 형태이므로 성능 곡선 또한 두 LJE가 혼합된 형태로 나타난다. 중요한 것은 두 LJE의 좋은 성능만을 따라가고 있으며 전반적으로 모든 주파수 오프셋의 범위에서 바이어스가 거의 발생하지 않고 CRB에 근접한다는 사실이다. 따라서 세 번째 LJE가 가장 개선된 알고리즘이다. 앞으로는 세 번째 LJE의 성능에 대해 알아본다.

## 2. 주파수 오프셋 및 반송파 위상 추정 성능 비교

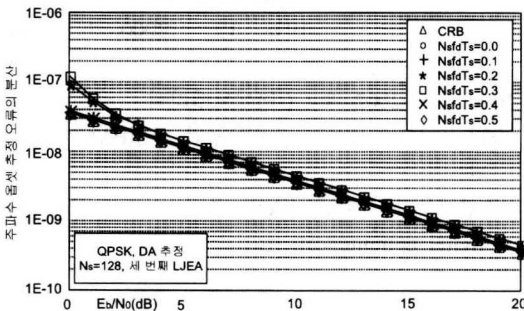


그림 8.  $E_s/N_0$ 에 따른 데이터 보조(DA) 주파수오프셋 추정 성능의 변화

그림 8에는  $E_b/N_0$ 에 따른 세 번째 LJE의 DA 주파수 오프셋 추정성능이 나타나 있다. 이상적인 CRB도 같이 나타나있다. 버스트의 길이는 128이다. 그림에서 제안된 세 번째 LJE는 모든 주파수 오프셋에 대해 이상적인 CRB에 접근함을 볼 수 있다. 또한 2dB 이상의 모든  $E_b/N_0$ 에 대해서도 CRB에 접근함을 볼 수 있다. 이로서 세 번째 LJE는 모든 경우에 있어서 바이어스가 거의 생기지 않는 좋은 추정기임을 알 수 있다.

한편으로 그림 9에서는  $E_b/N_0$ 에 따른 세 번째 LJE의 DA 반송파 위상 추정 성능이 나타나 있다. 반송파 위상은 0이며 버스트의 길이는 32이다. 실험 결과에 의하면 반송파 위상 추정의 정확도에 대한 경향도 주파수 오프셋의 경우와 거의 비슷함을 알 수 있다.

표 1. 여러 가지 추정기의 추정범위 및 복잡도 비교

주파수 추정기	추정 범위 ( $ f_d T_s $ )	복소 곱셈의 횟수
Fits	$< 1/2N_s$	$N(N_s - (N-1)/2)$
L&R	$< 1/N_s$	$N(N_s - (N-1)/2)$
M&M	$< 0.2$	$N(N_s - (N-1)/2)$
[3]의 추정 방식	$< 0.5$	$(N_s \log_2 N_s)/2$
첫 번째 LJE	$< 1/N_s$	$2N_s$
두 번째 LJE	$< 1/2N_s$	$2N_s$
세 번째 LJE	$< 1/2N_s$	$4N_s$

## 3. 복잡도 및 추정범위에 관한 고찰

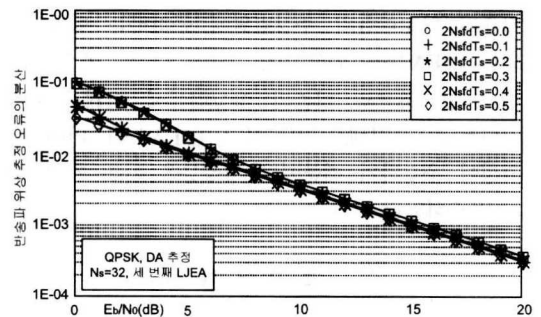


그림 9.  $E_b/N_0$ 에 따른 데이터 보조(DA) 반송파 위상 추정 성능의 변화

세 가지 LJE들을 이용한 주파수 오프셋 추정 알고리즘과 기존의 여러 주파수 오프셋 추정 알고리즘의 계산 복잡도 및 추정 범위에 대한 비교가 표 1에 나타나 있다. 복잡도는 상관값의 계산을 위한 복소 곱셈의 횟수를 기준으로 나타내었다. 참고문헌 [3]에서 제안된 알고리즘에서는 상관값 계산에 있어

서  $(N_s/2)\log_2 N_s$ 의 복소 곱셈이 요구된다. 한편 제안된 세 가지 LJEA들을 이용한 주파수 오프셋 추정 알고리즘은 각각  $2N_s$ ,  $2N_s$ ,  $4N_s$ 의 곱셈이 요구된다. 이는 표 1에 나타나 있는 것처럼 기존의 다른 추정 방식에 비해 매우 간단하다. 또한 세 가지 LJEA들을 이용한 주파수 오프셋 추정 알고리즘의 추정 범위( $\Delta f_d \times T_s$ )는  $1/2N_s$  및  $1/N_s$ 이며 이는 기존의 알고리즘과 비교할 때 그다지 작지 않다. 그럼에도 불구하고 제안된 알고리즘들의 성능은 참고문헌 [3]에서 알고리즘의 성능보다 매우 우수하다. 따라서 본 논문에서 제안된 LJEA들은 간단한 하드웨어를 요구하는 시스템에 적절하다고 할 수 있다.

### VI. 결론

본 논문에서는 주파수 오프셋과 반송파 위상을 동시에 추정하기 위한 기존의 알고리즘을 간단히 소개하고 바이어스 특성에 대해 분석하였다. 기존의 동시 추정 알고리즘에서 발생하는 바이어스의 주요한 원인은 보간 과정에서 발생하는 보간 바이어스와 비교 과정에서 발생하는 탐색 바이어스임을 보였다. 분석된 결과를 기초로 시스템의 복잡도 및 바이어스를 줄이기 위한 세 가지 새로운 동시 추정 방식인 LJEA들을 제안하였다. 제안된 LJEA는 주파수 및 위상 영역에서 수신신호의 상관값을 이용하여 보간하는 방법을 이용하였다. 제안된 LJEA들은 추정 범위가  $1/2N_s$  혹은  $1/N_s$ 보다 작으며 이는 기존의 알고리즘의 추정범위에 근접하는 범위이다. 또한 LJEA들은 오직  $2N_s$  또는  $4N_s$ 의 복소 곱셈만이 필요하므로 기존의 알고리즘에 비해서 매우 간단하다. 그럼에도 불구하고 LJEA들의 바이어스 특성이 우수하기 때문에 추정성능은 기존 기법보다도 우수하였다.

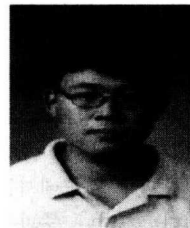
### 참고 문헌

[1] F. Mazzenga, and G. Corazza, Blind least-squares estimation of carrier phase, Doppler shift, and Doppler rate for m-PSK burst transmission, IEEE Commun. Letters, vol. 2, pp.73-75, Mar. 1998.  
 [2] A. J. Viterbi, and A. M. Viterbi, Nonlinear Estimation of PSK-modulated carrier phase with application to burst digital transmission,

IEEE Trans. Info. Theory, vol. 29, pp.543-551, July 1983.

[3] 홍대기, 이영조, 홍대식, 강창언, “버스트 MPSK 전송에서 시스템 파라미터들의 동시 추정 성능의 개선을 위한 이산 푸리에 변환의 보간 기법,” 한국통신학회지 27권, 1A호, pp. 51-57, Jan. 2002

홍대기(Hong Dae-Ki)



1997.02 : 광운대학교 컴퓨터공학과 (공학사)  
 1999.02 : 연세대학교 전자공학과 (공학석사)  
 2003.02 : 연세대학교 전기·전자공학과 (공학박사)  
 2003.02~현재 : 전자부품연구원

선임연구원

<관심분야> 무선 PAN/LAN 시스템 설계, 다중사용자검파, 이동통신시스템설계

강성진(Kang Sung-Jin)



1992.02 : 연세대학교 전자공학과(공학사)  
 1994.08 : 연세대학교 전자공학과(공학석사)  
 1998.08 : 연세대학교 전자공학과(공학박사)  
 1998. 12 ~ 2000. 1 : ETRI

무선방송기술연구소

2000. 2 ~ 2002. 8 : (주)이노텔리텍

2002. 9 ~ 현재 전자부품연구원 무선PAN기술사업단

<주관심분야> 무선 PAN 통신 시스템, Wireless digital communications

주 민 철(Ju Min-Chul)



1997.02 : 포항공과대학교 전자  
전기공학과(공학사)  
1999.02 : 한국과학기술원 전기  
및 전자공학과(공학석사)  
1999.03~현재 : 전자부품연구원  
무선PAN기술사업단  
<주관심분야> 무선 PAN 통신

시스템

김 용 성(Kim Yong-Sung)



1998.02 : 전남대학교 컴퓨터  
공학과(공학사)  
2001.02 : 전남대학교 컴퓨터  
공학과(공학석사)  
2000.07 ~ 2003.09 : (주) 셋트  
리 마이크로시스템  
2003.10 ~ 현재 : 전자부품연

구원 무선 PAN 사업단

<주관심분야> 무선PAN 통신시스템

조 진 웅(Cho Jin-Woong)



1986.02. : 광운대학교 전자통  
신공학과(공학사)  
1988.02 : 광운대학교 전자통신  
공학과(공학석사)  
2001.02 : 광운대학교 전자통신  
공학과(공학박사)  
1999.01~1999.12 (日本)Electro-

technical Lab. STA fellow 초빙연구원

1993.07~현재 : 전자부품연구원 무선PAN기술사업  
단 단장

<주관심분야> 무선 PAN 통신 시스템, DAB 시스  
템