

# 보로노이 다이어그램에 기반한 개선된 유클리디언 거리 변환 방법

정희원 장석환\*, 박용섭\*\*, 김희울\*\*\*

## Improved Euclidean transform method using Voronoi diagram

Seok-Hwan Jang\*, Yong-Sup Park\*\*, and Whoi-Yul Kim\*\*\* *Regular Members*

### 요 약

본 논문에서는 기존의 고속 유클리디언 거리 변환법을 개선한 새로운 계산 방법을 제안한다. 기존의 고속 유클리디언 거리 변환법이 가지고 있는 단점인 특징점의 수에 비례하여 계산량이 늘어나는 단점을 극복하기 위해서, 본 논문에서는 특징점들 중에서 비특징점과 4방향으로 연결되어 있는 특징점만을 이용하여 보로노이 다이어그램을 계산함으로써 유클리디언 거리 변화도(Euclidean distance map)의 계산 시간을 기존의 방법보다 평균 40%로 감소시켰다. 본 논문에서 제안한 방법의 효율성을 검증하기 위해서 크기의 바이너리 영상 16장에서 대해서 기존의 방법과 제안한 방법으로 똑같이 유클리디언 거리 변화도를 계산하여 계산 시간을 비교함으로써 그 효능을 입증하였다.

Key Words distance transform, Euclidean distance, Voronoi transform, Voronoi diagram, image processing

### ABSTRACT

In this paper, we present an improved method to calculate Euclidean distance transform based on Guan's method. Compared to the conventional method, Euclidean distance can be computed faster using Guan's method when the number of feature pixels is small; however, overall computational cost increases proportional to the number of feature pixels in an image. To overcome this problem, we divide feature pixels into two groups: boundary feature pixels (BFPs) and non-boundary feature pixels (NFPs). Here BFPs are defined as those in the 4-neighborhood of foreground pixels. Then, only BFPs are used to calculate the Voronoi diagram, resulting in a Euclidean distance map. Experimental results indicate that the proposed method takes 40 percent less computing time on average than Guan's method. To prove the performance of the proposed method, the computing time of Euclidean distance map by proposed method is compared with the computing time of Guan's method in 16 images that are binary and the size of 512×512.

### I. 서 론

거리 변환이란 특징점과 비특징점을 포함하는 이진 영상 내에서 모든 비특징점의 값을 가장 가까운 특징점까지의 거리로 변환하는 것을 말한다<sup>[1]</sup>. 거리 변환은 영상 처리 및 컴퓨터 비전의 다양한 분야에서 폭 넓게 사용되고 있다<sup>[2]</sup>. 예를 들어서 nearest-neighbor 보간, planar tessellation, 형태학 영상처리, 패턴 매칭, 로봇 충돌 방지, 경로 검색기등 폭 넓게 사용되고 있

다. 또한, 거리 변환은 의료 영상 분야에서도 폭 넓게 사용되고 있다<sup>[3][4]</sup>.

기존의 거리 계산법으로는 시타블록, 체스보드<sup>[5][6]</sup> 등이 있지만, 이들은 영상의 회전 에 따라서 그 값이 달라지는 문제점이 있다<sup>[7][8]</sup>. 이에 반해 유클리디언 거리 변환은 회전 불변 특성이 있기 때문에 광범위한 분야에 활용 되고 있다<sup>[7][8][9][10][11]</sup>. 그러나 유클리디언 거리 계산법은 영상의 크기가 이라고 하였을 때 최악의 경우 의 복잡도를 가지기 때문에 이 복잡도를

\* 한양대학교 전자전기컴퓨터 공학부 영상공학 연구실(shjang@vision.hanyang.ac.kr)

\*\* 씨멘스 메디칼 초음파 연구소 (yongsup.park@siemens.com), \*\*\* 한양대학교 전자전기컴퓨터 공학부(wykim@hanyang.ac.kr)  
논문번호 KICS2004-08-126, 접수일자 2004년 8월 4일

줄이려는 많은 노력들이 있었다. 그 중에서 Guan은 복잡도를 갖는 보로노이 다이어그램<sup>[14]</sup>을 이용한 선형 시간 유클리디언 거리 변환 방법을 제안하였다<sup>[12]</sup>.

Guan은 유클리디언 거리 변화도를 계산하기 위해서 먼저 보로노이 다이어그램을 계산하였다. 보로노이 다이어그램은 모든 비특징점들에 대해서 가장 가까운 특징점이 어떠한 특징점인지를 정의한 것으로써 보로노이 다이어그램을 이용하면 의 복잡도로 유클리디언 거리 변화도를 계산할 수 있다. Guan은 2차원 보로노이 다이어그램을 고속으로 계산하기 위해서 1차원 보로노이 다이어그램을 계산할 후에 1차원 보로노이 다이어그램의 분할 정보를 이용해서 2차원 보로노이 다이어그램을 고속으로 계산하였다.

그러나 Guan의 방법은 특징점의 수가 적은 경우에는 효과적이지만, 특징점의 수가 증가할수록 계산 효율이 떨어지는 단점이 있었다. 대부분의 이진 영상은 특징점을 많이 포함하고 있기 때문에 Guan의 방법을 일반 영상에 적용하기 위해서는 좀 더 효율적인 계산 방법이 필요하다.

본 논문에서는 Guan의 방법을 개량하여 특징점의 수가 적은 영상뿐 아니라 특징점 수가 많은 영상에 대해서도 효율적으로 유클리디언 거리를 계산할 수 있는 새로운 방법을 제안한다. 제안한 방법은 모든 특징점들 중에서 유클리디언 거리를 계산하는데 영향을 미치는 특징점만을 이용해서 보로노이 다이어그램을 계산한다. 제안한 계산 방법은 최악의 경우 - 그림 2와 같이 각각의 객체가 한 개의 특징점으로 구성된 경우 - Guan의 방법과 똑 같은 복잡도를 갖는다. 그러나 하나의 객체가 여러 개의 특징점으로 구성된 경우 BFP의 숫자가 특징점의 숫자보다 들레/면 적의 비율로 감소하기 때문에 계산 복잡도가 현저하게 감소한다.

II. Boundary feature pixel(BFP) 추출

본 논문에서는 유클리디언 거리를 계산하기 위해서 모든 특징점을 이용해서 보로노이 다이어그램을 계산하지 않고, 유클리디언 거리를 계산하는데 영향을 미치는 특징점만을 이용해서 보로노이 다이어그램을 계산하였다. 유클리디언 거리를 계산하는데 영향을 미치는 특징점을 BFP(boundary feature pixel)라 정의하고 그렇지 않은 경우를 NFP (non-boundary feature pixel)라 정의한다. BFP와 NFP의 특성은 아래와 같다.

1. BFP: 특정한 특징점을 중심으로 4-이웃한 점들 중에서 적어도 한 점은 비특징점인 경우.
2. NFP: 4-이웃한 점들이 모두 또 다른 특징점인 경우.

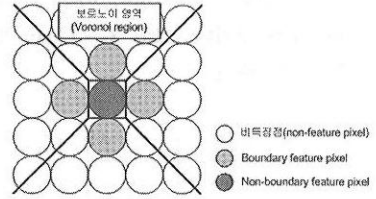


그림 1. BFP와 NFP의 차이점. 실선은 각각의 보로노이 영역의 경계를 나타낸다. NFP는 보로노이 영역이 자기 자신으로 한정되기 때문에 유클리디언 거리를 계산하는 대상이 되는 비특징점들에게 어떠한 영향력도 미칠 수 없다. 그러므로, NFP는 유클리디언 거리를 계산하는데 전혀 필요 없는 특징점이라는 것을 그림1에서 보여주고 있다.

NFP의 경우는 보로노이 영역이 NFP 자체에 한정되므로, 어떠한 비특징점에 대해서도 보로노이 영역을 형성하지 않는다. 결과적으로 NFP는 임의의 비특징점의 유클리디언 거리를 계산하는데 전혀 영향을 미치지 않는 불필요한 특징점이다. 그럼에도 불구하고 Guan의 방법에서는 NFP에 대해서 세그먼트 리스트가 한개씩 생성되어, 보로노이 다이어그램의 계산시간이 불필요하게 증가하게 된다.

그러므로, 본 논문에서는 아래와 같은 알고리즘을 사용하여 불필요한 계산을 없앴으로써, 고속으로 유클리디언 거리를 계산하는 방법을 제안한다.

1. 모든 특징점을 BFP와 NFP로 분류 한다.
2. BFP만을 이용하여 Guan이 제안한 방법으로 보로노이 다이어그램을 계산한다.
3. 계산된 보로노이 다이어그램을 이용하여 비특징점들에 대하여 유클리디언 거리를 계산한다.

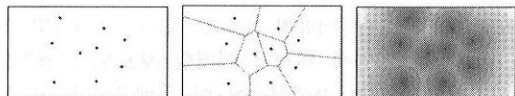


그림 2. 9개의 특징점을 갖는 영상에 대한 보로노이 다이어그램 유클리디언 거리 변환도. (a) 원영상. (b) 보로노이 다이어그램. (c) 유클리디언 거리 변환도. (a)와 같은 입력 영상 (b)와 같이 변환하는 것을 보로노이 변환이라고 하며, (c)와 같이 변환하는 것을 유클리디언 거리 변환이라고 한다.

본 논문에서 제안한 고속 알고리즘은 Guan의 방법을 기반으로 하고 있기 때문에 Guan의 방법에 대해서 간단하게 설명하겠다. Guan방법의 특징은 비특징점으로부터 가장 가까운 특징점까지의 거리를 계산하는 기본단위로서 픽셀이 아닌 1차원 분할 정보를 이용했다는 것이다. 그림 3은 Guan 방법의 기본 알고리즘을 나타낸다.

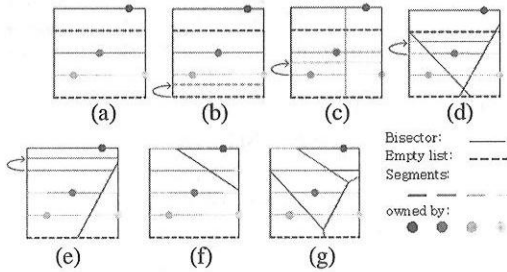


그림 3. 보로노이 변환 방법을 설명하기 위해 Guan이 논문에서 인용한 그림. (a) 초기 분할 리스트. (b)-(f) 아래에서 위쪽으로 (bottom-up scanning) 분할 리스트를 확산 및 병합하는 과정을 보여줌. (g) 위쪽에서 아래쪽으로 (top-down scanning) 확산 및 병합을 끝낸 최종 결과. 그림에서 각각의 점은 특징점들을 나타내며, 초기 특징점을 기준으로 1차원 보로노이 다이어그램을 계산한 후, 1차원 보로노이 다이어그램의 세그먼트를 위/아래 방향으로 확산시켜서 2차원 보로노이 다이어그램을 계산하는 방법을 보여준다. 2차원 보로노이 다이어그램을 계산한 후 이를 이용해서 유클리디언 거리 변환도를 계산한다.

다시 말해, 보로노이 다이어그램을 고속으로 계산하기 위해서 1차원 보로노이 다이어그램을 먼저 계산한 후에 1차원 보로노이 다이어그램을 위-아래 방향과 아래-위 방향으로 확산 및 병합시킴으로써 2차원 보로노이 다이어그램을 고속으로 계산하였다. 그러나 Guan 방법의 복잡도는 특징점의 숫자에 비례해서 증가였으며,  $O(\sqrt{mnt})$ 이었다[12]. 여기서,  $t$ 는 특징점의 개수이다. 그러나, 유클리디언 거리를 계산하는데 모든 특징점을 다 이용할 필요는 없다. 왜냐하면 모든 비특징점 영역에 대해서 어떠한 보로노이 영역도 생성시키지 못하는 특징점들이 있기 때문이다. 본 논문에서는 이러한 특징점들은 NFP라 정의하였다.

본 논문에서 제안한 BFP를 이용해서 1차원 보로노이 다이어그램을 계산하면 전체 보로노이 영역의 개수는 특징점들이 이루는 객체의 둘레/면적의 비율로 감소하였으며 결과적으로 전체 복잡도는  $O(\sqrt{mnt})$

에서  $O(\sqrt{mnt})$ 로 감소하였다. 여기서  $p$ 는 BFP의 개수이다.

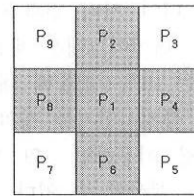


그림 4. BFP가 되기 위한 필요 충분 조건.  $p \equiv 0$ 이고  $1 \leq N(p_1) \leq 4$ 을 만족하는 특징점을 BFP로 정의한다. 여기서  $N(p_1) = p_2 + p_4 + p_6 + p_8$ 이다.

특징점의 값이 0이고 비특징점의 값이 1이라고 가정하면, BFP가 되기 위한 필요충분조건은 그림 4와 같다. 그림 5는 Guan의 방법에서 사용된 특징점(그림 5-b)과 본 논문에서 제안한 BFP(그림 5-c)를 나타낸다. 비특징점과 4방향으로 연결된 특징점만을 BFP로 정의한 것을 알 수 있다.

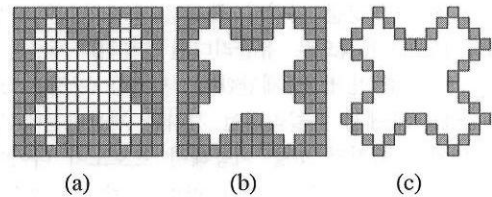


그림 5. Guan의 방법과 BFPs의 특징점의 차이점. (a) 원영상. (b) Guan방법에서 사용한 특징점. (c) 본 논문에서 제안한 BFP. 본 논문에서는 비특징점과 4-이웃한 특징점만을 추출하여 이를 BFP라 정의하고, BFP를 이용해서 계산한 유클리디언 거리 변환도와 모든 특징점을 이용해서 계산한 유클리디언 거리 변환도가 똑 같음을 보였다.

BFP를 이용해서 보로노이 다이어그램을 계산하면 모든 특징점을 이용해서 계산한 보로노이 다이어그램과는 다른 값이 된다. 그러나 유클리디언 거리를 계산하는 대상인 비특징점 영역에서는 BFP를 이용해서 계산한 보로노이 다이어그램과 모든 특징점을 이용해서 계산한 보로노이 다이어그램이 같은 값을 갖기 때문에 BFP를 이용해서 계산한 보로노이 다이어그램을 이용해도 정확한 유클리디언 거리 변환도를 계산할 수 있다.

표 1. 유클리디언 거리 변환 계산 시간과 분할 개수 (계산 시간은 각각의 영상에 대해서 100번 실행한 평균 시간)

실험 영상	특징점 개수	Guan 방법		제안한 방법	
		분할 개수	계산 시간(초)	분할 개수	계산 시간(초)
Fig. 7-a	120,832	190,800	1.230	134,466	0.639
Fig. 7-b	120,832	190,807	1.232	134,469	0.633
Fig. 7-c	170,620	190,632	1.388	48,828	0.219
Fig. 7-d	126,332	168,706	1.128	86,460	0.419
Fig. 7-e	174,016	209,104	1.531	85,917	0.366
Fig. 7-f	198,640	230,896	1.701	99,777	0.472
Fig. 7-g	122,880	122,880	0.839	6,144	0.088
Fig. 7-h*	122,880	262,144	1.940	262,144	1.940
Fig. 8-a	207,881	217,697	1.692	91,566	0.475
Fig. 8-b	199,374	215,252	1.648	102,191	0.530
Fig. 8-c	208,230	218,190	1.679	91,732	0.464
Fig. 8-d	203,538	214,629	1.651	93,518	0.484
Fig. 8-e	206,948	224,814	1.746	108,597	0.568
Fig. 8-f	212,140	224,919	1.771	101,555	0.509
Fig. 8-g	208,194	218,421	1.714	91,986	0.470
Fig. 8-h	207,656	215,185	1.686	87,129	0.459
Average	175,687	207,192	1.536	101,655	0.530

### III. 실험 결과

먼저 제안한 방법의 효율성을 검증하기 위해서 Guan의 논문에서 실험에 사용된 그림 6-a를 이용해서 실험하였다[13]. 그림 6-a에 대해서 기존의 방법을 이용해서 2차원 보로노이 다이어그램을 생성하기 위해서는 70,932개의 1차원 분할이 필요하다. 반면에 본 논문에서 제안한 BFP를 이용해서 2차원 보로노이 다이어그램을 생성하면 1차원 분할의 개수가 48,831로 줄어든다. 초기 특징점의 숫자가 줄어들었기 때문에 그림 6-a의 유클리디언 거리 변환도를 계산하기 위한 전체 계산량은 69% 줄어들었다.

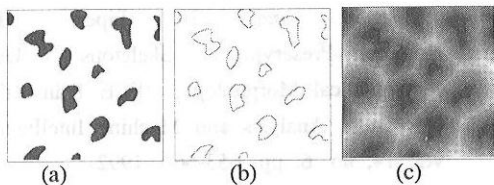


그림 6. BFP와 거리 변환도. (a) Guan이 논문에서 실험한 예제 영상. (b) BFPs. (c) BFP를 이용해서 계산한 유클리디언 거리 변환도. Guan이 유클리디언 거리를 계산하기 위해서 논문에서 인용한 그림을 이용하여 계산한 유클리디언 거리 변환도. Guan의 방법처럼 모든 특징점을 이용해서 계산한 유클리디언 거리 변환도와 BFP를 이용해서 계산한 유클리디언 거리 변환도가 똑 같음을 보여준다.

보다 정확한 성능 평가를 위해서 다양한 형태의 이진 영상들에 대해서 기존의 방법과 본 논문에서 제안한 방법을 이용하여 유클리디언 거리 변환도를 생성하는 실험을 수행 하였다. 두 방법의 성능을 비교하기 위해, 각각의 방법에 의해 생성되는 세그먼트의 개수와 계산 시간을 측정하였다. 실험 영상은 임의로 생성한 영상과 Nova사의 Art Explosion 250,000에서 발췌한 영상을 사용하였다. C++ 언어를 사용하여 알고리즘을 구현 하였고, Intel P4 2.4G (DDR 512M)에서 실험을 수행하였다.

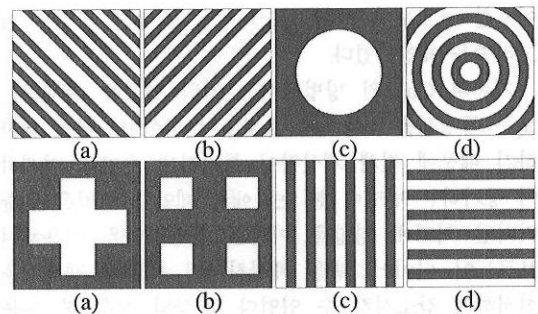
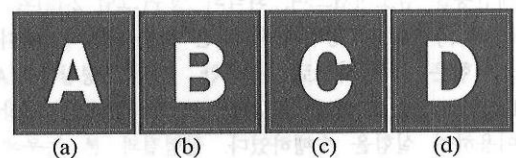


그림 7. 실험에서 사용된 인위적으로 생성한 패턴 영상.



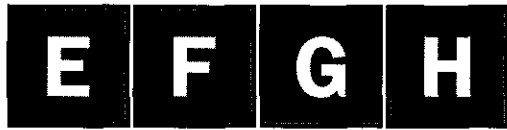


그림 8 실험에 사용된 Art Explosion 250,000에 포함된 영상

표 1은 이미지의 특징점수와 보로노이 다이어그램을 구했을 때 분할 개수를 나타낸다. 여기서, 계산 시간은 보로노이 다이어그램을 이용하여 유클리디언 거리 변환도를 구하는 데 소요된 전체 계산 시간을 나타낸다. 특징점의 분포에 따라 차이가 있으나 전반적으로 본 논문에서 제안한 방법의 분할 개수와 계산시간이 크게 감소했음을 알 수 있다. 그러나 그림 7-h의 실험결과에서 알 수 있듯이 BFP들이 수평 방향으로 연결되어 있는 경우 BFP의 1차원 보로노이 다이어그램을 확산/병합 시켜서 2차원 보로노이 다이어그램을 계산했을 때 모든 특징점을 이용해서 보로노이 다이어그램을 계산한 것과 분할 개수와 계산 시간이 같아진다. 반면에 그림 7-g의 경우 그림 7-h를 90도 회전한 영상이지만 제안한 방법에 의해서 유클리디언 거리 변환도를 계산하였을 때 Guan의 방법보다 90% 성능이 향상된 것을 알 수 있다. 이러한 문제점은 전처리 과정을 거쳐서 에지의 방향을 일정한 방향으로 유지 시킴으로써 해결할 수 있다.

#### IV. 결론

본 논문에서는 유클리디언 거리 변환도를 빠르게 계산하기 위해서 Guan의 분할 리스트(segment list)를 이용한 보로노이 변환 알고리즘을 개량한 새로운 알고리즘을 제안하였다.

기존의 Guan의 방법에서는 입력 영상에 존재하는 모든 특징점을 사용하여 보로노이 다이어그램을 계산하기 때문에 전체 계산량이 특징점에 숫자에 비례하여 증가하는 반면에 본 논문에서 제안한 방법은 유클리디언 거리에 영향을 미치는 특징점만을 이용하여 보로노이 다이어그램을 계산하였기 때문에 계산량을 현저하게 감소시킬 수 있었다. 최상의 경우 본 논문에서 제안한 방법이 기존의 방법에 비해서 90%이상 계산량을 감소시켰으며, 최악의 경우(그림 2-(a)와 같은 경우) 기존의 방법과 똑 같은 계산량을 나타냈다.

실험은 인위적으로 생성한 패턴 영상과 Art Explosion 250,000에 포함된 크기의 16장의 영상을 이용하여 실험을 수행하였다. 실험결과 본 논문에서 제안한 계산 방법을 이용하였을 때, 기존의 방법보다

분할 개수는 절반으로 감소하였고 전체 계산 시간은 평균 40%로 감소하였다.

#### 참고 문헌

- [1] G. Borgefors, "Distance Transformations in Digital Images," *Computer Graphics and Image Processing*, vol. 34, pp. 344-371, 1986.
- [2] D. W. Paglieroni, "Distance Transforms," *Computer Vision, Graphics, and Image Processing: Graphical Models and Image Processing*, vol. 54, pp. 56-74, 1992.
- [3] J. M. Fitzpatrick, D. L. G. Hill, and C. R. Maurer, Jr., "Image Registration," *Handbook of Medical Imaging*, vol. 2, pp. 447-513, SPIE Press, 2000.
- [4] Y. Ge, C. R. Maurer, Jr., and J. M. Fitzpatrick, "Surface-Based 3-D Image Registration Using the Iterative Closest Point Algorithm with a Closest Point Transform," *Medical Imaging. Image Processing*, vol. 2710, pp. 358-367, 1996.
- [5] P. P. Das and P. P. Chakrabarti, "Distance functions in digital geometry," *Information Sciences*, vol. 42, pp. 113-136, 1987.
- [6] M. Yamashita and T. Ibaraki, "Distances defined by neighborhood sequences," *Pattern Recognition*, vol. 19, pp. 237-246, 1986.
- [7] I. Ragnemalm, "The Euclidean Distance Transform," Ph.D. Thesis, Linköping University, Linköping, Sweden, 1993.
- [8] L. Ji and J. Piper, "Fast Homotopy-Preserving Skeletons Using Mathematical Morphology," *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, vol. 14, no. 6, pp. 653-664, 1992.
- [9] U. Montanari, "A Method for Obtaining Skeletons Using A Quasi-Euclidean Distance," *Journal of ACM*, vol. 15, no. 4, pp. 600-624, 1968.
- [10] C. L. Orbert, "Algorithms in 2D for Detection of Object Orientation Using Distance Transformations," Ph.D. Thesis, Uppsala University, 1993.
- [11] F. Aurenhammer, "Voronoi Diagrams - A

Survey of a Fundamental Geometric Data Structure," ACM Computing Surveys, vol. 23, no. 3, pp. 345-405, 1991.

[13] W. Guan, and S. Ma, "A list-processing approach to compute Voronoi diagrams and the Euclidean distance transform," IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, vol. 20, no. 7, pp. 757-761, 1998.

[14] 김덕욱, 김덕수, 조동수, Kokichi Sugihara, "점 집합의 보로노이 다이어그램을 이용한 원 집합이 보로노이 다이어그램의 계산: I. 위상학적 측면", 한국 CAD/CAM 학회 논문집, 제 6권 제 1호, pp. 24-30, 2001.

김 회 울 (Whoi-Yul Kim)

정회원



1980년 한양대학교 전자공학과  
년 졸업(공학사)

1983년 Pennsylvania State  
University 전기공학과 졸업  
(공학석사)

1989년 Purdue University 전기  
공학과 졸업(공학박사)

1989년 9월~1994년 2월 University of Texas 조교수  
1994년~현재 한양대학교 전자전기컴퓨터 공학부 정  
교수

<관심분야> 영상처리, 컴퓨터비전, 패턴 인식, 머신비  
전, MPEG-7 등

장 석 환 (Seok-Hwan Jang)

정회원



1996년 인천대학교 전자공학과  
졸업(공학사)

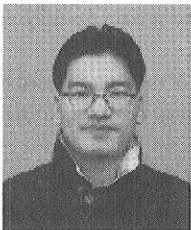
1998년 한양대학교 대학원 전자  
공학과 졸업(공학석사)

2001년 한양대학교 대학원 전자  
통신공학과 박사수료

<관심분야> DICOM 표준, 의료 영상처리, 컴퓨터비  
전, 패턴 인식 등

박 용 섭 (Yong-Sup Park)

정회원



1994년 한양대학교 전자공학과  
졸업(공학사)

1998년 한양대학교 대학원 전자  
공학과 졸업(공학석사)

2002년 3월 오사카 대학 대학원  
기초공학 연구과 의용영상 전  
공 졸업(공학박사)

2002년 3월-11월, 산요 전기 소프트웨어 근무

2002년 12월-2003년, 9월 로스텍 테크놀로지 근무

2003년 10월-현재, 씨멘스 메디칼 초음파 연구소 근  
무

<관심분야> DICOM 표준, 의료 영상처리, 컴퓨터비  
전, 신호처리 등