

Gigabit Ethernet-PON을 위한 IPACT 매체접근제어 방식의 성능분석

정희원 신지혜*, 이재용*, 김병철*

Performance Analysis of IPACT MAC Protocol for Gigabit Ethernet-PON

Ji hye Shin*, Jae yong Lee*, Byung chul Kim* *Regular Members*

요약

본 논문에서는 gigabit Ethernet-PON의 상향 트래픽 제어를 위해 제안된 Interleaved Polling with Adaptive Cycle Time (IPACT) 방식을 살펴보고 IPACT의 gated service와 limited service에 관한 성능을 수학적으로 분석하였다. 성능분석 방법은 IPACT polling system으로 모델링하고, mean value analysis를 사용하였다. Arrival rate λ 의 값을 크기에 따라 세 구간으로 나누고, 구간마다의 수학적 분석과정을 제시하였다. 분석결과 gated service와 limited service의 평균 패킷 지연시간, 평균 큐 사이즈, 평균 싸이클 시간 등을 구하고 수학적 성능분석의 정확성을 검증하기 위해 시뮬레이션을 수행하여 수학적 분석결과와 시뮬레이션 결과가 상당히 일치함을 확인하였다. 기존에 IPACT의 성능평가는 시뮬레이션에만 의존하였는데 이 방법은 시간과 노력이 많이 필요하였지만 수학적 성능분석은 성능지표를 단시간 내에 다양하게 구할 수 있어서 시스템 설계에 널리 활용될 수 있을 것이다.

Key Words : Ethernet-PON, mean value analysis, MAC protocol, gated service, limited service

ABSTRACT

In this paper, we examine Interleaved Polling with Adaptive Cycle Time (IPACT) algorithm which was proposed to control upstream traffic for Gigabit Ethernet-PONs, and we analyze the performance of the gated service and the limited service of the IPACT mathematically. For the mathematical performance analysis, we model IPACT algorithm as a polling system and use mean-value analysis. We divide arrival rate λ value into three regions and analyze each region accordingly. We obtain average packet delay, average queue size and average cycle time of both the gated and the limited service. We compare analytical results with simulation to verify the accuracy of the mathematical analysis. Upon now, simulation analysis have been used to evaluate the performance of EPONs, which require much time and effort. Mathematical analysis can be widely used in the design of EPON systems since system designers can obtain various performance results rapidly.

I. 서론

최근 들어 가입자들은 다양한 매체 접속의 호환

성과 통신 시장의 변화에 가장 적당한 기술과 제반 사항을 지원하며, 새로운 시스템설치 및 새로운 망의 구성시 비용절감 효과를 누릴 수 있는 새로운

* 충남대학교 정보통신공학과 데이터통신실 (jyl@cnu.ac.kr)

논문번호 : KICS2004-06-049, 접수일자 : 2004년 6월 21일

※이 논문은 2004년도 충남대학교 자체연구비 지원에 의하여 연구되었음

액세스 망 기술을 요구하고 있다 이러한 망의 구성 중에 Fiber to the Home(FTTH)은 가입자 망의 궁극적인 구현 형태로서 일반 가정과 전화국을 광섬유로 연결하여 초고속 정보통신 서비스를 제공할 수 있는 차세대 가입자 망 기술로 각광 받고있다 이를 구현하는 방법 중 하나인 Ethernet Passive Optical Network (EPON)은 Optical Line Terminal (OLT)을 하나의 광섬유를 통해 다수의 ONU (Optical Networking Unit)가 공유하는 점대 다중점의 망 구조를 가지고 있으며 가입자와 서비스 공급자간의 가장 효율적인 정보 교환 전송 방식을 제시하고 있다 EPON의 구성이 기본적으로 점대 다중점의 망 구조이므로 EPON에는 상향 트래픽과 하향 트래픽이 존재한다^{[1][2]}. 특히 상향 트래픽의 경우에는 다수의 ONU가 하나의 광섬유를 공유하여 OLT에게 데이터를 보내기 때문에 ONU 들간에는 데이터 충돌을 피하기 위한 스케줄링이 필요하다 이를 위해 기존에는 TDMA 기법을 사용하였지만 각각의 ONU들이 고정된 길이의 타임슬롯을 사용하여 데이터를 전송하기 때문에 상향채널의 대역폭이 낭비되는 단점이 있다^{[3][4]}. 이러한 문제를 개선하기 위해 제안된 것이 Interleaved Polling with Adaptive Cycle Time(IPACT) 방식이다^[5]. IPACT 방식에서 OLT는 GRANT 메시지와 REQUEST 메시지 정보를 이용하여 ONU의 버퍼에 남아있는 데이터 양과 Round Trip Time(RTT)를 알 수 있다 또한 이 정보들은 OLT의 polling 테이블에 저장된다. OLT 는 polling 테이블 정보를 이용하여 이전 ONU의 데이터 전송이 끝나기 전에 다음ONU에게 GRANT 메시지를 보낼 수 있고 ONU는 OLT에게 허락 받은 양만큼 데이터를 전송하므로 상향 채널의 대역폭 활용도를 높일 수 있다

기존에 IPACT에 대한 성능평가는 시뮬레이션에만 의존하였다. 하지만 이 방법은 시간과 노력이 너무 많이 필요하다는 단점이 있다 따라서 본 논문에서는 gigabit Ethernet-PON의 시스템 설계에 필요한 성능 지표를 얻기 위해 EPON MAC 프로토콜인 IPACT의 gated service와 limited service에 대해 수학적 성능분석을 수행하고 시뮬레이션 결과와 비교하여 정확성을 검증하였다. 수학적 성능분석은 성능지표를 단시간 내에 다양하게 구할 수 있어서 시스템 설계에 널리 활용될 수 있을 것이다 성능분석 방법은 EPON MAC 프로토콜을 polling system 으로 모델링 하고 mean value analysis 기법을 사용하여 수행했다. 그리고 도착률 λ 의 구간을 세 구간

으로 나누어서 각각의 구간에 대해서 수학적으로 분석하였다. 첫번째 구간은 λ 의 값이 매우 작아서 ONU들의 데이터 전송이 거의 없는 구간이다 두번째 구간은 λ 의 값이 충분히 커서 ONU들의 연속적인 데이터 전송이 일어나는 구간이다 그리고 세번째 구간은 λ 의 값이 매우 커서 ONU들의 버퍼들이 항상 포화상태에 있는 구간이다 분석결과 gated service와 limited service의 평균 패킷 지연시간과 평균 큐 사이즈, 평균 싸이클 시간 등을 구할 수 있다. 평균 패킷 지연시간과 평균 큐 사이즈 그리고 평균 싸이클 시간은 λ 의 값이 커질수록 차츰 증가하다가, ρ 의 값이 1이 되는 순간에서 급격히 증가한 후 포화상태의 값에 수렴한다 특히 gated service의 경우 ONU가 요구한 양을 OLT가 모두 허락 해주기 때문에, λ 의 값이 매우 커지면 limited service에 비해 평균 싸이클 시간이 매우 커지게 된다

본 논문의 구성은 다음과 같다. 2장에서는 EPON의 매체접근제어 프로토콜에 대해 살펴본다. 3장에서는 gated service와 limited service의 성능을 수학적으로 분석한다. 그리고 4장에서는 성능분석 결과를 제시하고, 마지막으로 5장에서 결론을 맺는다.

II. Gigabit Ethernet-PON의 매체 접근 제어 기술

본 장에서는 gigabit Ethernet-PON의 전체적인 개요와 MAC 프로토콜인 IPACT 알고리즘을 살펴본다. 그림 1은 EPON의 가입자 망을 나타낸 그림이다. R_D 는 사용자와 ONU 사이의 전송속도를 나타내고, R_U 는 ONU와 OLT 사이의 전송속도를 나타낸다. EPON의 구조는 기본적으로 점대 다중점의 망구조이기 때문에 EPON 에는 다수의 ONU가 하나의 OLT에게 데이터를 보내는 상향 트래픽과 하나의 OLT가 다수의 ONU에게 방송형태로 데이터를 보내는 하향 트래픽이 있다 그런데 상향 트래픽

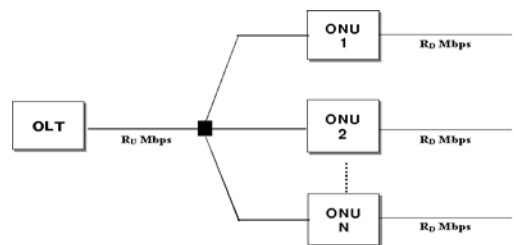


그림 1. EPON의 가입자 망 구조

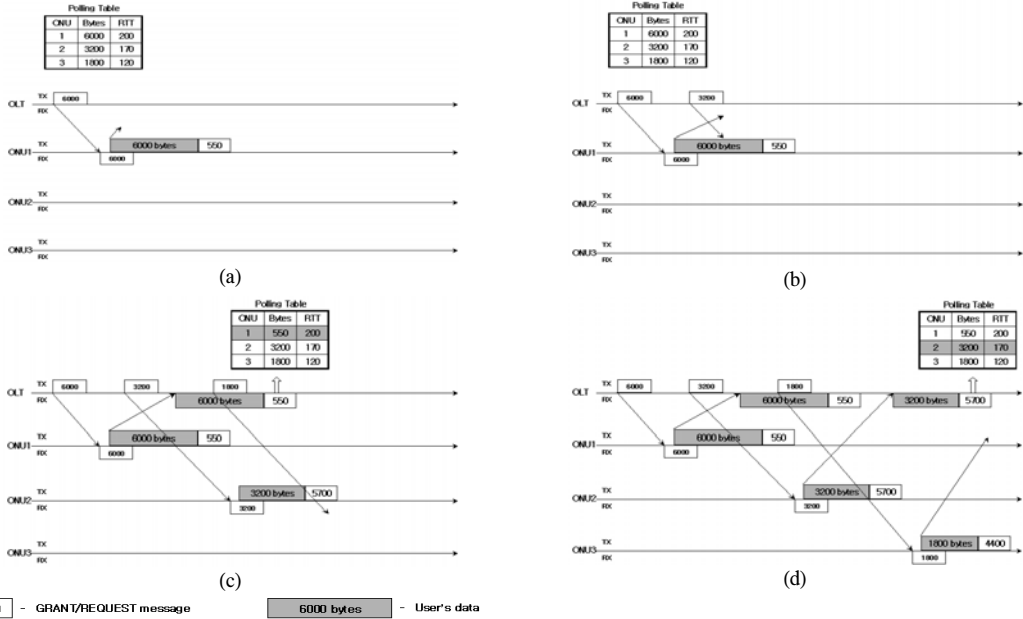


그림 2. IPACT 알고리즘의 수행 예

의 경우에는 여러 개의 ONU들이 하나의 광섬유를 공유하기 때문에 ONU들 사이에는 데이터 충돌을 방지하기 위한 스케줄링이 필요하다. 이를 위해 기존에는 TDMA 방식을 많이 사용하였지만, 이 방법은 고정된 길이의 타임슬롯을 사용하기 때문에 상향채널의 대역폭이 낭비될 수 있다. 이와 같은 문제를 개선하기 위해 제안된 것이 OLT 기반의 폴링 방식인 IPACT이다⁵⁾.

간단한 예시를 통해 IPACT 알고리즘의 동작을 설명한다. 그림 2는 IPACT 알고리즘의 동작을 단계별로 나타낸 그림이다.

그림 2 (a)에서 OLT는 자신의 polling 테이블에 ONU의 버퍼에 남아있는 데이터 양과 RTT 정보를 유지한다. 그리고 OLT는 임의의 시간에 ONU1에게 6000 byte의 데이터 전송을 허락하는 GRANT 메시지를 보내고, ONU1은 GRANT 메시지를 받자마자 데이터 전송을 시작한다. 그리고 전송이 끝날 때, REQUEST 메시지를 생성하여 자신의 버퍼에 남아있는 데이터 양을 알린다. 그림 2 (b)에서 OLT는 ONU1의 데이터 전송이 끝나기 전에 ONU2에게 GRANT 메시지를 보낸다. OLT는 polling 테이블 정보를 이용하여 ONU1의 데이터 전송이 언제 끝날지 알고 있기 때문에, ONU1의 데이터 전송이 끝나기 전에 미리 ONU2에게 GRANT 메시지를 보낼 수 있다. 그림 2 (c)와 (d)에서 OLT는 ONU들

로부터 REQUEST 메시지를 받아서 polling 테이블의 정보를 업데이트 한다.

IPACT는 GRANT 메시지와 REQUEST 메시지를 사용한다. 두 가지 제어 메시지에는 윈도우 크기와 ONU ID 정보가 포함된다. GRANT 메시지의 윈도우 크기는 OLT가 ONU에게 전송하도록 허락해주는 윈도우 크기를 나타낸다. 이때의 ONU ID는 GRANT 메시지를 받아야 하는 ONU를 구별하기 위해 사용한다. REQUEST 메시지의 윈도우 크기는 ONU의 버퍼에 남아있는 데이터 양을 나타낸다. 이때의 ONU ID는 OLT가 REQUEST 메시지를 보낸 ONU를 구별하기 위해 사용한다. 이와 같은 정보는 OLT의 polling 테이블에 기록된다. OLT는 polling 테이블의 정보를 이용하여 ONU의 데이터 전송 크기를 조절할 수 있고, 이전 ONU의 데이터 전송이 끝나기 전에 다음 ONU에게 GRANT 메시지를 보낼 수 있다. 따라서 IPACT 방식은 상향 채널의 대역폭 활용도를 향상시킬 수 있다. 그림 3은 IPACT의 상향대역 전송 스케줄링을 나타낸 그림이다. 식 (1)은 상향대역 전송 스케줄링을 나타낸 식이다.

$$G_j^{[i+1]} = \text{MAX} \begin{cases} G_j^{[i]} + r^{[i]} - r^{[i+1]} + \frac{W_j^{[i]}}{R_u} + B \\ G_{j-1}^{[i+1]} + r^{[i+1]} \end{cases} \quad (1)$$

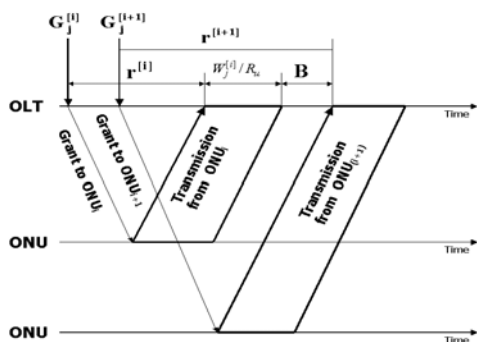


그림 3. IPACT의 상향대역 전송 스케줄링

$G_j^{(i)}$ 는 j 번째 사이클에서 i 번째 ONU에게 GRANT 메시지를 보내는 시간이고, $r^{(i)}$ 는 i 번째 ONU의 RTT 값이고, $W_j^{(i)}$ 는 j 번째 사이클에서 i 번째 ONU의 윈도우 크기를 나타내고, R_u 는 상향채널의 전송속도를 나타내며 B 는 보호대역을 나타낸다. 그림 3과 같이 $(i+1)$ 번째 ONU에게 GRANT 메시지를 보내는 시간은 i 번째 ONU에게 GRANT 메시지를 보낸 다음, i 번째 ONU의 데이터 전송이 끝나고 보호대역의 시간의 끝나면, 바로 $(i+1)$ 번째 ONU의 데이터 전송이 일어날 수 있도록 스케줄링 된다.

IPACT에서는 OLT가 허락해주는 양만큼 데이터 전송이 일어나기 때문에 상향채널의 대역폭 활용도가 향상되는데, OLT가 ONU에게 허락해주는 데이터 양은 OLT의 grant 스케줄링에 의해 계산된다. Grant 스케줄링에는 fixed, gated, limited service 등이 있다⁵⁾. Fixed service의 경우, OLT는 ONU에게 항상 고정된 길이의 윈도우 크기를 허락한다. Gated service의 경우, OLT는 ONU가 요청한 양을 모두 허락해준다. 그리고 limited service의 경우, OLT가 허락해주는 윈도우 크기에 제한이 있어서 ONU가 요구한 윈도우 크기와 최대 허락 가능한 윈도우 크기를 비교하여 작은 값을 ONU에게 허락한다. 본 논문에서는 gated service와 limited service의 성능을 수학적으로 분석한다.

III. Gigabit Ethernet-PON의 MAC 프로토콜 성능분석

본 장에서는 gigabit Ethernet-PON의 MAC 프로토콜인 IPACT의 gated service와 limited service의 성능을 수학적으로 분석한다. 분석을 위해 Poisson 트래픽과 general service time을 가정한다. λ 는

Poisson 트래픽의 arrival rate의 값으로 R_D 의 값과 함께 ONU의 offered load를 결정하는 파라미터로서, N 개의 ONU가 있다면 N 개의 ONU에는 λ/N 만큼의 load가 도착한다고 가정한다. 한편 REQUEST 메시지는 크기가 매우 작아 보호대역의 한 부분으로 가정한다.

분석 방법은 λ 의 구간을 세 구간으로 나누어서 분석한다. 첫번째 구간은 λ 의 값이 매우 작아서 ONU들의 데이터 전송이 거의 없는 구간이다 두번째 구간은 λ 의 값이 충분히 커서 ONU들의 연속적인 데이터 전송이 이루어지는 구간이다 그리고 세번째 구간은 λ 의 값이 매우 커서 ONU들이 항상 포화상태에 있는 구간이다 각각의 구간에서의 분석 결과 그래프를 만든 후, 0부터 1까지의 offered load 구간에서 하나의 결과 그래프를 만들기 위해 각 구간마다의 분석결과 그래프가 만나는 경계 값을 찾은 뒤 세 결과 그래프를 이어서 하나의 결과 그래프를 만든다

3.1 Gated service의 성능분석

본 절에서는 gated service를 세 구간으로 나누어서 분석한다. 기존 polling 시스템의 gated 서비스 모델⁶⁾⁷⁾은 서버가 큐를 poll한 순간 gate를 닫고 큐에 있는 패킷들에 대한 서비스가 시작되는 반면 EPON의 경우는 OLT가 ONU를 poll하게 되면 이전 사이클에서 REQUEST 메시지를 통해 요청한 양만큼 서비스되고, REQUEST 메시지 전송직전에 gate를 닫는 시스템이라고 볼 수 있다 따라서 gated service는 ONU가 OLT에게 요청한 양이 모두 허락되어 데이터가 전송되는 모델이다

3.1.1 λ 의 값이 매우 작은 경우의 평균 패킷 지연시간

본 절에서는 λ 의 값이 매우 작은 경우의 평균 패킷 지연시간을 분석한다. 그림 4는 ONU가 3개일 때, 패킷 지연시간을 나타낸 그림이다. ONU의 데이터 전송이 거의 일어나지 않기 때문에 시간 축상에는 각 ONU마다의 보호대역 B 가 보인다. 패킷 지연시간은 패킷 도착 후부터 패킷 전송이 시작될 때까지의 시간이다. 평균 패킷 지연시간을 계산하기 위해 관찰하고자 하는 관찰패킷 (tagged packet)이 해당 ONU에 도착했을 때, 관찰패킷의 지연시간 W_{tagged} 는 다음과 같다. 관찰패킷이 도착 하여 그 패킷에 대한 REQUEST 메시지가 OLT에 도착하여 관찰패킷에 대한 예약이 이루어질 때까지의 시간

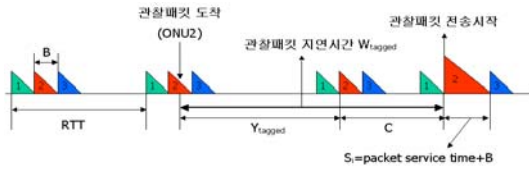


그림 4. λ 의 값이 매우 작은 경우

Y_{tagged} 와 패킷 예약이후 해당 ONU의 서비스가 시작될 때까지의 사이클 시간 C 의 합이 패킷 지연시간이 된다. 따라서 관찰패킷의 평균 지연시간은 식 (2)와 같다.

관찰패킷은 사이클 시간동안 임의의 순간에 도착하므로 Y_{tagged} 의 평균값은 $E[C]/2$ 이 되고, 평균 사이클 시간은 ONU들의 데이터 전송이 거의 없으므로 Round Trip Time(RTT) 이 된다. 따라서 λ 가 매우 작은 경우, 평균 패킷 지연시간은 다음과 같다.

$$E[W_{tagged}] = E[Y_{tagged}] + E[C] = \frac{1}{2}RTT + RTT = \frac{3}{2}RTT \quad (2)$$

3.1.2 연속적인 데이터 전송이 일어나는 λ 값의 경우 패킷 평균 지연시간

본 절에서는 λ 의 값이 충분히 커서 ONU들의 데이터 전송이 연속적으로 일어나는 경우의 평균 패킷 지연시간을 분석한다. 그림 5는 ONU가 3개인 경우의 패킷 지연시간을 나타낸 그림이다 ONU의 개수가 N 개일 때, 사이클 시간 C 는 임의의 ONU가 서비스 받은 후, 다시 그 ONU가 서비스 받을 때까지의 시간이므로 N 개의 ONU 서비스 시간이다 그리고 임의의 i 번째 ONU 서비스 시간 S_i 는 한 사이클 시간동안 도착한 n 개의 패킷에 대한 서비스 시간 ($X_1 + X_2 + \dots + X_n$) 과 보호대역 시간 B 의 합이다. X_i 는 패킷당 평균 서비스시간으로 $1/\mu$ 이고 i.i.d 랜덤변수이다. C' 은 패킷 예약직후 해당 ONU의 서비스가 시작될 때까지의 시간으로 그림에서 보는 것과 같이 $(N-1)$ 개의 ONU 서비스 시간이다. Q_{pre} 는 관찰패킷이 ONU에 도착했을 때, 이전 사이클에서 예약되어 서비스되기를 기다리는 데이터 양이다. 그리고 n_{tagged} 는 이전 사이클에서 패킷들이 예약된 이후, 관찰패킷이 도착하기 전에 해당 ONU에 도착한 패킷들의 수이다.

N 개의 ONU가 있을 때, 관찰패킷이 j 번째 ONU 서비스 중에 $ONU((l+j) \bmod N)$ 에 도착하였다면,

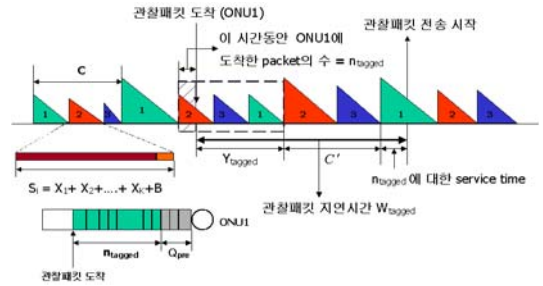


그림 5. 연속적인 데이터 전송이 일어나는 λ 값의 경우

패킷 지연시간은 다음과 같다. 관찰패킷이 도착한 후, 그 패킷에 대한 REQUEST 메시지가 OLT에 도착하여 관찰패킷에 대한 예약이 일어날 때까지의 시간 Y_{tagged} 와 예약직후 해당 ONU의 서비스가 시작될 때까지의 시간 C' , 그리고 관찰패킷 보다 먼저 ONU에 도착한 패킷들에 대한 서비스 시간의 합이다. 따라서 관찰패킷의 평균 패킷 지연시간은 식 (3)과 같다.

$$W_{tagged} = Y_{tagged} + C\phi + \sum_{k=1}^{n_{tagged}} X_k$$

$$E[W_{tagged}] = E[Y_{tagged}] + E[C\phi] + \frac{1}{m}E[n_{tagged}] \quad (3)$$

Y_{tagged} 는 관찰패킷이 도착한 후부터 패킷이 예약될 때까지의 시간이므로 Y_{tagged} 와 Y_{tagged} 의 평균 값은 식 (4)와 같다. 관찰패킷이 도착했을 때 l 번째 ONU를 서비스 중이며 이 관찰패킷은 $(l+j) \bmod N$ 번째 ONU에 속해있다고 가정하게 되면 Y_{tagged} 는 관찰패킷이 l 번째 ONU 서비스 시간의 임의의 순간에 도착했을 때, l 번째 ONU 서비스 시간의 residual 서비스 시간과 j 개의 ONU 서비스 시간의 합이다.

$$Y_{tagged} = R_l + S_{(l+1) \bmod N} + L + S_{(l+j) \bmod N}$$

$$E[Y_{tagged}] = E[R_l] + E[S_{(l+1) \bmod N}] + L + E[S_{(l+j) \bmod N}] \quad (4)$$

Residual 서비스 시간은 그림 6과 같다. 임의의 ONU 서비스 시간동안 도착한 패킷에 대한 residual 서비스 시간은 그림과 같이 시간이 지남에 따라 선형적으로 감소한다

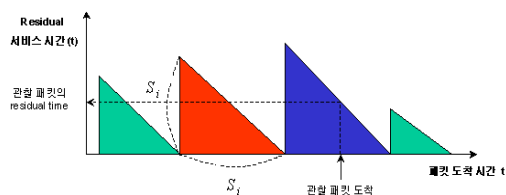


그림 6. Residual 서비스 시간 변화

Residual 서비스 시간의 평균 값은 식 (5)와 같이 나타낼 수 있고, 여기서 $M(t)$ 의 값은 서비스 구간의 개수이다. $M(t)$ 의 값은 전체시간 t 동안 도착한 패킷 수와 한 서비스 시간동안 처리되는 패킷 수의 비율로 구할 수 있다.

$$E[R_1] = \frac{1}{t} \int_0^t R(t) dt = \frac{1}{t} \sum_{i=1}^{M(t)} \frac{1}{2} S_i^2$$

$$= \frac{M(t)}{t} \frac{\sum_{i=0}^{M(t)} \frac{1}{2} S_i^2}{M(t)} = \frac{M(t)}{t} \frac{1}{2} E[S_i^2] \quad (5)$$

주어진 시간동안 도착한 패킷의 수는 Little's law ($N = \lambda T$) 를 이용하여 구할 수 있다^[8]. 따라서 시간 t 동안 도착한 패킷 수는 $\lambda \cdot t$ 이고, 각각의 ONU의 서비스 시간동안 처리되는 패킷 수는 한 싸이클 시간동안 도착률 λ/N 로 도착한 패킷 수이므로 한 서비스 시간동안 처리되는 패킷 수는 $(\lambda/N)E[C]$ 이다. 따라서 $M(t)/t$ 의 값은 식 (6)과 같이 구할 수 있다.

$$M(t) = \frac{\lambda t}{\frac{1}{N} E[C]} = \frac{\lambda t N}{E[C]}$$

if $t > ?$, $\frac{M(t)}{t} = \frac{\lambda N}{E[C]} \quad (6)$

ONU 서비스 시간인 S_i 는 싸이클 시간동안 도착률 λ/N 로 도착한 k 개의 패킷들에 대한 서비스 시간과 보호 대역의 시간을 합한 값으로 식 (7)과 같다. 또한 싸이클 시간은 N 개의 ONU 서비스 시간이므로 식 (8)과 같다.

$$S_i = X_1 + X_2 + L + X_K + B$$

$$E[S_i] = \frac{1}{N} E[C] \frac{1}{m} + B = \frac{r}{N} E[C] + B \quad (7)$$

$$E[C] = NE[S_i]$$

$$= N \left(\frac{r}{N} E[C] + B \right) = rE[C] + NB \quad (8)$$

식 (7)과 식 (8)을 정리하면 ONU 서비스 시간의 평균 값과 싸이클 시간의 평균 값을 구할 수 있다.

$$E[C] = \frac{NB}{(1-r)}$$

$$E[S_i] = \frac{rB}{(1-r)} + B = \frac{B}{(1-r)} \quad (9)$$

또 식 (5)와 (6), 그리고 (9)를 이용하면 residual 서비스 시간의 평균 값은 식 (10)과 같다.

$$E[R_1] = \frac{2B}{1-r} E[S_i^2] \quad (10)$$

Residual 서비스 시간의 평균 값을 구하기 위해 $E[S_i^2]$ 의 값은 conditional expectation을 사용하여 구할 수 있고, 식 (11)과 같이 정리할 수 있다. K 는 한 싸이클 시간동안 도착률 λ/N 로 하나의 ONU에 도착한 패킷 수를 나타내는 랜덤변수이다.

$$E[S_i^2] = E[(X_1 + X_2 + L + X_K + B)^2]$$

$$= E[E[(X_1 + X_2 + L + X_K + B)^2 | K]]$$

$$= E[K]E[X_1^2] + (E[K^2] - E[K])E^2[X_1]$$

$$+ 2BE[K]E[X_1] + B^2$$

$$= E[K] \bar{X}^2 + (E[K^2] - E[K]) \bar{X}^2$$

$$+ 2BE[K] \bar{X} + B^2 \quad (11)$$

따라서 식 (11)의 결과를 식 (10)에 대입하면, residual 서비스 시간의 평균 값은 식 (12)와 같다.

$$E[R_1] = \frac{1-r}{2B} (E[K] \bar{X}^2 + (E[K^2] - E[K]) \bar{X}^2 + 2BE[K] \bar{X} + B^2) \quad (12)$$

식 (12)를 계산하기 위해서는 $E[K], E[K^2]$ 을 계산해야 한다. K 의 평균 값은 다음과 같다.

$$E[K] = \frac{1}{N} E[C] = \frac{1B}{1-r} \quad (13)$$

K^2 의 평균 값을 구하기 위해서 K 의 분산 값을

이용할 수 있다. Poisson 트래픽의 평균 값과 분산 값은 같기 때문에, K^2 의 평균 값은 다음과 같이 계산할 수 있다.

$$\begin{aligned}
 E[K^2] &= \text{var}[K] + E^2[K] \\
 &= \frac{\lambda}{N} E[C] + \left(\frac{\lambda}{N}\right)^2 E[C^2] = E[K] + \lambda^2 E[S_i^2] \\
 &= E[K] + \lambda^2 (E[K]\bar{X}^2 + (E[K^2] - E[K])\bar{X}^2 \\
 &\quad + 2BE[K]\bar{X} + B^2) \\
 &= E[K] + \lambda^2 (E[K]\bar{X}^2 - E[K]\bar{X}^2 \\
 &\quad + 2BE[K]\bar{X} + B^2) / 1 - \rho^2 \tag{14}
 \end{aligned}$$

식 (12)의 값을 구하기 위해서 $(E[K^2] - E[K])$ 의 값을 구하면 식 (15)와 같다. 이 값은 식 (13)과 식 (14)의 결과를 이용하여 다음과 같이 계산할 수 있다.

$$\begin{aligned}
 E[K^2] - E[K] &= \frac{\left(1 + \lambda^2 \bar{X}^2 - \rho^2 + 2B\lambda^2 \bar{X} + \frac{\lambda^2 B^2}{E[K]} - 1 + \rho^2 E[K]\right)}{1 - \rho^2} \\
 &= \frac{[\lambda^2 \bar{X}^2 + 2B\lambda\rho + \lambda B(1 - \rho)]}{1 - \rho^2} \frac{\lambda B}{1 - \rho} \tag{15}
 \end{aligned}$$

식 (13)과 (15)의 값을 식 (12)에 대입하면 residual 서비스 시간의 평균 값을 구할 수 있다.

$$\begin{aligned}
 E[R_t] &= \frac{1}{2} \left[\lambda \bar{X}^2 + \left(\frac{\lambda^2 \bar{X}^2 + \lambda B(1 + \rho)}{1 - \rho^2} \right) \lambda \bar{X}^2 + B(1 + \rho) \right] \tag{16}
 \end{aligned}$$

한편 패킷이 예약될 때까지 걸리는 시간 Y_{tagged} 는 식 (4)와 같으므로, 이를 다시 정리하면 식 (17)과 같다.

$$\begin{aligned}
 E[Y_{tagged}] &= \sum_{j=0}^{N-1} \frac{1}{N} E[Y_{tagged} | j] \\
 &= E[R_t] + \sum_{j=1}^{N-1} \frac{1}{N} j E[S_i] = E[R_t] + \frac{(N-1)}{2} E[S_i] \\
 &= \frac{1}{2} \left[\lambda \bar{X}^2 + \left(\frac{\lambda^2 \bar{X}^2 + \lambda B(1 + \rho)}{1 - \rho^2} \right) \lambda \bar{X}^2 + B(1 + \rho) \right] \\
 &\quad + \frac{(N-1)}{2} \frac{B}{(1 - \rho)} \tag{17}
 \end{aligned}$$

다음으로 C' 의 값은 $(N-1)$ 개의 ONU 서비스 시간으로 식 (18)과 같다.

$$E[C'] = (N-1)E[S_i] = (N-1) \frac{B}{1 - \rho} \tag{18}$$

n_{tagged} 의 값은 관찰패킷이 ONU에 도착하기 전에 해당 ONU에 먼저 도착한 패킷 수를 나타내므로, n_{tagged} 의 평균 값은 사이클 시간동안 도착한 패킷 수의 절반이 된다. 따라서 n_{tagged} 의 평균 값은 식 (19)와 같이 구할 수 있다.

$$E[n_{tagged}] = \frac{1}{2} \left(\frac{\lambda}{N} E[C] \right) = \frac{\lambda B}{2(1 - \rho)} \tag{19}$$

마지막으로 식 (17), (18) 그리고 (19)의 결과를 식 (3)에 대입하면 관찰패킷의 평균 지연시간을 구할 수 있다. 따라서 ONU의 연속적인 데이터 전송이 일어나는 값의 경우의 관찰 패킷의 평균 지연시간은 다음과 같다.

$$\begin{aligned}
 E[W_{tagged}] &= E[Y_{tagged}] + E[C'] + \frac{1}{\mu} E[n_{tagged}] \\
 &= \frac{1}{2} \left[\lambda \bar{X}^2 + \left(\frac{\lambda^2 \bar{X}^2 + \lambda B(1 + \rho)}{1 - \rho^2} \right) \lambda \bar{X}^2 + B(1 + \rho) \right] \\
 &\quad + \frac{3N-2}{2} \frac{B}{1 - \rho} + \frac{\rho B}{2(1 - \rho)} \tag{20}
 \end{aligned}$$

3.1.3 ONU들이 항상 포화상태에 있는 λ 값의 경우 평균 패킷 지연시간

본 절에서는 λ 의 값이 매우 커서 ONU들이 항상 포화상태에 있는 경우의 평균패킷 지연시간을 분석한다. 그림 7은 ONU가 3개일 때, 패킷 지연시간을 나타낸 그림이다.

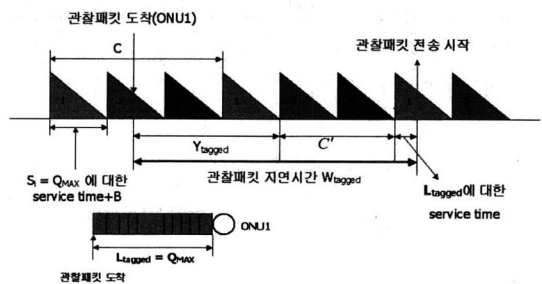


그림 7. ONU들이 항상 포화상태에 있는 λ 값의 경우

이 경우의 평균 패킷 지연시간은 기본적으로 3.1.2절에서 분석한 방법과 비슷한 방법으로 분석할 수 있다. 그리고 관찰패킷이 도착했을 때 ONU들이 항상 포화상태에 있으므로 ONU 서비스 시간동안 처리하는 데이터 양은 최대 큐 사이즈 Q_{MAX} 가 되고, 관찰패킷이 도착하기 전에 해당 ONU에 도착한 패킷 길이의 총합인 L_{tagged} 의 1 bit당 서비스 시간은 $1/R_u$ 이다. 따라서 ONU 평균 서비스 시간과 평균 사이클 시간 그리고 예약될 때까지 걸리는 시간의 평균 값이 일정한 값을 갖게 되므로 분석이 훨씬 간단해진다. 평균 패킷 지연시간은 관찰패킷이 도착한 후, 관찰패킷에 대한 예약이 이루어질 때까지의 시간 Y_{tagged} 와 패킷 예약직후 해당 ONU의 서비스가 시작될 때까지의 시간 C' , 그리고 관찰패킷보다 먼저 도착한 패킷 길이의 총합인 L_{tagged} 의 서비스 시간의 합이다. 따라서 관찰패킷의 평균 지연시간은 식 (21)과 같다.

$$E[W_{tagged}] = E[Y_{tagged}] + E[C'] + \frac{1}{R_u} E[L_{tagged}] \quad (21)$$

ONU 평균 서비스 시간과 평균 사이클시간은 다음과 같다. Q_{MAX} 에 8을 곱하는 것은 Q_{MAX} 가 byte 수이기 때문에, bit 수로 바꾸기 위한 것이다.

$$E[W_{tagged}] = E[Y_{tagged}] + E[C'] + \frac{1}{R_u} E[L_{tagged}] \quad (22)$$

ONU 서비스 시간이 일정한 상수 값을 갖게 되므로, residual 서비스 시간의 평균값은 ONU 서비스 시간의 절반 값이 된다. 따라서 예약이 될 때까지 걸리는 시간의 값도 쉽게 구할 수 있다. $E[Y_{tagged}]$ 의 값은 식 (23)과 같다.

L_{tagged} 의 평균 값은 ONU의 평균 서비스 시간동안 처리되는 데이터양의 절반이 되므로 $8Q_{MAC}/2$ 가 된다.

$$\begin{aligned} E[Y_{tagged}] &= \sum_{j=0}^{N-1} \frac{1}{N} E[Y_{tagged} | j] = E[R_t] + \sum_{j=1}^{N-1} \frac{1}{N} jE[S_i] \\ &= \frac{1}{2} \left(\frac{8Q_{MAX}}{R_u} + B \right) + \frac{(N-1)}{2} \left(\frac{8Q_{MAX}}{R_u} + B \right) \\ &= \frac{N}{2} \left(\frac{8Q_{MAX}}{R_u} + B \right) \end{aligned} \quad (23)$$

따라서 이 값과 식 (22), (23)의 값을 식 (21)에 대입하면, ONU들이 항상 포화상태에 있는 경우의 평균 패킷 지연시간을 구할 수 있다.

$$\begin{aligned} E[W_{tagged}] &= E[Y_{tagged}] + E[C'] + \frac{1}{R_u} E[L_{tagged}] \\ &= \frac{3N-2}{2} \left(\frac{8Q_{MAX}}{R_u} + B \right) + \frac{1}{2} \frac{8Q_{MAX}}{R_u} \end{aligned} \quad (24)$$

3.1.4 Gated service의 평균 큐 사이즈 분석

본 절에서는 gated service의 평균 큐 사이즈를 분석한다. 큐 사이즈의 평균 값은 평균 패킷 지연시간을 알고 있다면, Little's law를 사용하여 구할 수 있다. 평균 패킷 지연시간은 세 가지 경우로 나누어 3.1.1 절과 3.1.2 절 그리고 3.1.3 절에서 설명하였다. 평균 패킷 수와 패킷당 평균 길이를 곱하게 되면 평균 큐 사이즈를 구할 수 있다. 패킷당 평균 길이는 R_u 와 $1/\mu$ (패킷당 평균 서비스 시간)을 곱하여 구할 수 있다. Q_{tagged} 는 관찰 패킷이 도착했을 때 큐 길이를 나타낸다. 따라서 평균 큐 사이즈는 기본적으로 식 (25)와 같다. $E[Q_{pre}]$ 는 관찰패킷이 도착했을 때 이전 사이클에서 예약되어진 데이터 양이다.

$$E[Q_{tagged}] = \frac{1}{8} \frac{\lambda}{N} E[W_{tagged}] \frac{R_u}{\mu} + E[Q_{pre}] \text{ (bytes)} \quad (25)$$

평균 큐 사이즈도 평균 패킷 지연시간과 마찬가지로 arrival rate λ 의 값을 세 구간으로 나누어서 구할 수 있다. 첫 번째 λ 값이 매우 작은 경우, ONU들의 데이터 전송이 거의 없으므로 식 (25)에서 $E[Q_{pre}]$ 의 값이 없다. 두번째 ONU들의 연속적인 데이터 전송이 일어나는 λ 값의 경우, 식 (25)에서 $E[Q_{pre}]$ 의 값은 한 사이클 시간동안 ONU에 도착한 패킷 길이의합이다. 그리고 세번째 λ 의 값이 매우 커서 ONU들이 항상 포화상태에 있는 경우, arrival rate λ/N 중에 많은 부분이 손실되므로 Little's law에 의해 구하기 보다는 arrival rate가 매우 높은 구간이기 때문에 평균 큐사이즈를 Q_{MAX} 로 근사화 할 수 있다.

3.2 Limited service의 성능분석

본 절에서는 limited service를 수학적으로 분석한다. Gated service에서 OLT는 ONU가 요구한 데이터를 모두 허락해주지만, limited service[5][6]에서

는 OLT가 허락해주는 윈도우 크기에 제한이 있다. 이때 경계값이 되는 최대윈도우 크기를 W_{MAX} 라고 정의한다. 따라서 큐 길이가 W_{MAX} 보다 클 때 전송되지 못하고 큐에 남게 되는 패킷들은 다음 사이클에서 전송되어, ONU의 큐 사이즈 크기에 따라서 여분의 사이클 시간이 증가한다. 그리고 이에 따른 평균 패킷 지연시간이 증가한다. 본 절에서는 gated service와 마찬가지로 기본적으로 λ 의 경우를 세 구간으로 나누어 분석하지만, 두번째 구간을 큐 사이즈에 따라 다시 두 구간으로 나누어 총 네 구간으로 나누어 분석한다. 기본적인 세 구간의 설정은 gated service와 같다.

3.2.1 λ 의 값이 매우 작은 경우의 패킷 평균 지연시간

λ 의 값이 매우 작아 데이터 전송이 거의 없는 경우의 패킷 평균 지연시간은 gated service의 분석결과와 같다. 이 구간에서는 최대 윈도우 크기를 넘는 데이터 전송이 없기 때문이다.

3.2.2 연속적인 데이터 전송이 일어나는 λ 값의 경우의 패킷 평균 지연시간

본 절에서는 연속적인 데이터 전송이 일어나는 λ 값 범위에 대한 평균 패킷 지연시간을 분석한다. 이 구간은 다시 두 구간으로 나누어 분석한다. 관찰패킷이 도착했을 때 평균 큐 사이즈의 크기가 OLT가 허락해 줄 수 있는 최대 윈도우 크기보다 큰 경우와 작은경우로 나누어 분석한다. 평균 큐 사이즈가 최대 윈도우 크기보다 작은 경우에는 여분의 사이클이 생기지 않기 때문에 3.1.2절의 gated service의 분석 방법과 같다. 따라서 평균 패킷 지연시간은 3.1.2절의 식 (20)과 같다. 하지만 평균 큐 사이즈가 최대 윈도우 크기 W_{MAX} 보다 큰 경우에는 여분의 사이클로 인한 지연시간이 증가할 것이고, 따라서 분석 방법에도 차이가 생기게 된다.

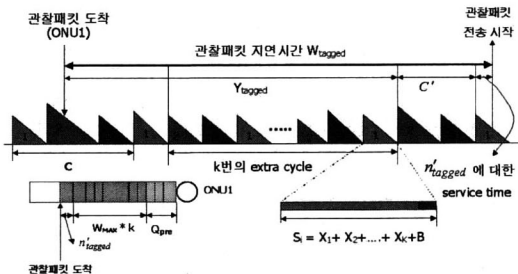


그림 8. 연속적인 데이터 전송이 일어나는 λ 값의 경우

그림 8은 ONU가 3개일 때, 연속적인 데이터 전송이 일어나는 λ 값의 경우에서 평균 큐 사이즈가 W_{MAX} 보다 큰 경우의 패킷 지연시간을 나타낸 그림이다. Extra cycle은 최대 윈도우 크기의 제한 때문에 생기는 여분의 사이클 시간을 나타내고, n' tagged는 관찰패킷이 전송되는 사이클에서 관찰패킷 보다 먼저 서비스 받는 패킷의 수이다.

N개의 ONU가 있을 때, 관찰패킷이 l 번째 ONU 서비스 시간동안 $ONU(l+j) \bmod N$ 에 도착하였다면, 평균 패킷 지연시간 W_{tagged} 는 다음과 같다. Gated service의 경우와 마찬가지로 패킷이 예약이 될 때까지의 시간 Y_{tagged} 와 패킷 예약 직후 해당 ONU의 서비스가 시작될 때까지 걸리는 시간 C' , 그리고 해당 ONU의 서비스가 시작되고 관찰 패킷이 서비스 받기를 기다리는 시간의 합이다. 따라서 평균 패킷 지연시간은 식 (26)과 같다.

$$W_{tagged} = Y_{tagged} + C' + \sum_{k=1}^{n'_{tagged}} X_k$$

$$E[W_{tagged}] = E[Y_{tagged}] + E[C'] + \frac{1}{\mu} E[n'_{tagged}] \quad (26)$$

Y_{tagged} 는 관찰패킷이 도착한 후부터 패킷이 예약될 때까지의 시간이다. 여기서 관찰패킷이 도착했을 때 j번째 ONU를 서비스 중이며 이 관찰패킷은 $(l+j) \bmod N$ 번째 ONU에 속해있다고 가정하게 되면 Y_{tagged} 는 관찰패킷이 l 번째 ONU 서비스 시간의 임의의 순간에 도착했을 때, l 번째 ONU 서비스 시간의 residual 서비스 시간과 j개의 ONU 서비스 시간, 그리고 최대 윈도우 크기의 제한 때문에 생기는 여분의 사이클 시간의 합이다.

$$Y_{tagged} = R_l + S_{(\ell+1) \bmod N} + \dots + S_{(\ell+j) \bmod N} + \left\lceil \frac{Q_{tagged}}{W_{MAX}} \right\rceil \cdot C$$

$$E[Y_{tagged}] = \sum_{j=0}^{N-1} \frac{1}{N} E[Y_{tagged} | j] + E[extra\ cycle] = E[R_l]$$

$$+ \sum_{j=1}^{N-1} \frac{1}{N} j E[S_j] + E[extra\ cycle]$$

$$= E[R_l] + \frac{(N-1)}{2} E[S_j]$$

$$+ E[extra\ cycle] \quad (27)$$

$|A|$ 의 값은 A의 값을 넘지 않는 최대 정수이다. 현재 분석하고 있는 λ 구간에서는 시스템이 stable

한 상태를 가진다. 따라서 한 싸이클 시간동안 도착한 패킷들은 평균적으로 해당 ONU의 서비스 시간 동안 처리된다. 간혹 다음 싸이클의 ONU 서비스 시간으로 넘어간다 하더라도 평균적으로는 한 싸이클 내에 도착한 것은 해당 싸이클에서 모두 처리된다. 따라서 ONU 서비스 시간의 평균 값, 싸이클 시간의 평균 값은 gated service의 분석결과와 같다. 따라서 residual 서비스 시간의 평균 값과 ONU 서비스 시간의 평균 값, 싸이클 시간의 평균 값을 다시 정리하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} E[R_i] &= \frac{1-\rho}{2B} E[S_i^2] \\ E[S_i] &= \frac{B}{1-\rho} \\ E[C] &= \frac{NB}{1-\rho} \end{aligned} \quad (28)$$

$E[S_i^2]$ 을 구하기 위해 S_i 를 식 (29)와 같이 전개한다. ONU 서비스 시간 S_i 는 최대 윈도우 크기에 대한 서비스 시간을 초과할 수 없기 때문에, \hat{S}_i 과 $8W_{MAX}/R_u$ 의 최소값에 B 를 더한 값이다. \hat{S}_i 는 한 싸이클 시간동안 도착한 패킷들의 서비스 시간이다.

$$\begin{aligned} S_i &= \min \left\{ X_1 + X_2 + \dots + X_K, \frac{8W_{MAX}}{R_u} \right\} + B \\ &= \min \left\{ \hat{S}_i, \frac{8W_{MAX}}{R_u} \right\} + B \end{aligned} \quad (29)$$

따라서 $E[S_i^2]$ 의 값을 구하기 위해서는 $\min \{ \hat{S}_i, 8W_{MAX}/R_u \}$ 의 제곱의 평균값을 계산해야 한다. 이를 위한 계산은 식 (30)과 같이 할 수 있다. S 는 $\min \{ \hat{S}_i, 8W_{MAX}/R_u \}$ 를 나타내고, W 는 $8W_{MAX}/R_u$ 를 나타낸다. W_{MAX} 에 8을 곱한 것은 W_{MAX} 가 byte 수 이기 때문에, bit 수로 바꾸기 위한 것이다.

$$\begin{aligned} S_i &= \min \left\{ X_1 + X_2 + \dots + X_K, \frac{8W_{MAX}}{R_u} \right\} + B \\ &= \min \left\{ \hat{S}_i, \frac{8W_{MAX}}{R_u} \right\} + B \end{aligned} \quad (30)$$

식 (30)에서 $E[S_i^2]$ 의 값을 계산하기 위해 cen-

tral limit theorem^[9]을 이용할 수 있다. ONU 서비스 시간동안 서비스되는 패킷들의 패킷당 서비스 시간 $X_1, X_2, X_3, \dots, X_K$ 가 각각 평균 m' 과 분산 $(\sigma')^2$ 을 가지는 i.i.d 확률 변수의 연속일 때, 확률 밀도함수 $f(s)$ 는 평균 $m = km'$ 과 분산 $\sigma^2 = k(\sigma')^2$ 을 가지는 정규분포에 가까워진다고 놓을 수 있다.

$$\begin{aligned} E[S_i^2] &= \int_0^W s^2 \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}} e^{-\frac{(s-m)^2}{2\sigma^2}} ds + W^2 \int_W^\infty \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}} e^{-\frac{(s-m)^2}{2\sigma^2}} ds \\ m &= E[X_1 + \dots + X_K] = E[K]E[X] \\ &= \frac{\lambda}{N} E[C] \frac{1}{\mu} = \frac{\rho B}{(1-\rho)} \\ \sigma^2 &= \text{var}[X_1 + \dots + X_K] \\ &= E[K] \text{var}[X] + (E[X])^2 \text{var}[K] = \frac{2\rho B}{\mu(1-\rho)} \end{aligned} \quad (31)$$

식 (31)의 값은 치환적분과 부분적분을 사용하여 계산할 수 있는데 부록 A에서 자세히 설명한다. 따라서 $E[S_i^2]$ 의 값은 다음과 같이 계산할 수 있다.

$$\begin{aligned} E[S_i^2] &= E \left\{ \left[\min \left(\hat{S}_i, \frac{8W_{MAX}}{R_u} \right) \right]^2 + 2B \cdot \min \left(\hat{S}_i, \frac{8W_{MAX}}{R_u} \right) + B^2 \right\} \\ &= (\sigma^2 + m^2)\alpha - \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \sigma(W+m) \exp \left\{ -\frac{[(W-m)/\sigma]^2}{2} \right\} \end{aligned} \quad (32)$$

여기서, α, β 는 부록 A에서와 같이 정의되며 표준정규분포표를 이용하여 구할 수 있다. 식 (32)의 결과를 (28)에 대입하면 residual 서비스 시간의 평균 값은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} E[R_i] &= \frac{1-\rho}{2B} \left[(\sigma^2 + m^2)\alpha \right. \\ &\quad \left. - \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \sigma(W+m) \exp \left\{ -\frac{(W-m/\sigma)^2}{2} \right\} \right. \\ &\quad \left. + \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \sigma m \exp \left\{ -\frac{(-m/\sigma)^2}{2} \right\} \right. \\ &\quad \left. + W^2\beta + \frac{2\rho B^2}{(1-\rho)} + B^2 \right] \end{aligned} \quad (33)$$

여분의 싸이클 시간을 계산하기 위해서는 큐 사이즈의 크기 Q_{tagged} 를 알아야 한다. 이때 큐 사이즈를 최대 윈도우 크기로 나눈 값을 넘지 않는 최대 정수 값이 여분의 싸이클 수가 된다. 큐 사이즈의 평균 값은 평균 패킷수와 패킷 당 평균길이를 곱하여 구할 수 있다. 평균 패킷 수는 Little's law를 사용하여 구할 수 있다. 따라서 평균 큐 사이즈는 식 (34)와 같이 구할 수 있다.

$$E[Q_{tagged}] = \frac{1}{8} \frac{\lambda}{N} E[W_{tagged}] \left(\frac{1}{\mu} R_u \right) \text{ (bytes)} \quad (34)$$

여분의 싸이클 수의 평균 값은 식 (35)와 같이 구할 수 있다. Q_{tagged} 와 W_{MAX} 를 나눈 값에 (0,1) 사이 값을 가지는 uniform 랜덤변수 I 를 빼서 평균 값을 구할 수 있다.

$$E\left[\frac{Q_{tagged}}{W_{MAX}}\right] = E\left[\frac{Q_{tagged}}{W_{MAX}} - I\right] = \frac{\rho R_u E[W_{tagged}]}{8NW_{MAX}} - \frac{1}{2} \quad (35)$$

따라서 여분의 싸이클 시간은 여분의 싸이클 수와 싸이클 시간을 곱하여 얻을 수 있고 식 (36)과 같다.

$$E[\text{extra cycle}] = \left(\frac{\rho R_u E[W_{tagged}]}{8NW_{MAX}} - \frac{1}{2} \right) E[C] \quad (36)$$

또한 n'_{tagged} 의 평균 값은 다음과 같다. 관찰패킷이 서비스 받는 위치는 해당 ONU의 서비스 시간에서 평균적으로 중간이 될 것이므로 식 (37)과 같다.

$$E[n'_{tagged}] = \frac{1}{2} \frac{\lambda}{N} E[C] = \frac{1}{2} \frac{\lambda}{N} \frac{NB}{1-\rho} = \frac{\lambda B}{2(1-\rho)} \quad (37)$$

따라서 식 (26), (27), (28), (33), (36), (37)을 이용하여 평균 패킷 지연시간을 식 (38)과 같이 구할 수 있다.

$$\begin{aligned} E[W_{tagged}] &= E[Y_{tagged}] + E[C'] + \frac{1}{\mu} E[n'_{tagged}] \\ &= E[R_t] + \frac{(N-1)}{2} E[S_i] + E[\text{extra cycle}] \\ &\quad + (N-1)E[S_i] + \frac{1}{\mu} E[n'_{tagged}] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &= \left[\frac{1-\rho}{2B} (\sigma^2 + m^2) \alpha \right. \\ &\quad \left. - \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \left[-\sigma(W+m) \exp\left\{-\frac{[(W-m)/\sigma]^2}{2}\right\} \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + \sigma m \exp\left\{-\frac{(-m/\sigma)^2}{2}\right\} \right] + W^2\beta + \frac{2\rho B^2}{(1-\rho)} + B^2 \right] \\ &\quad + \frac{(2N-3)B}{2(1-\rho)} + \frac{\rho B}{2(1-\rho)} \left/ \left(1 - \frac{\rho R_u}{8W_{MAX}} \frac{B}{1-\rho} \right) \right. \end{aligned} \quad (38)$$

3.2.3 ONU들이 항상 포화상태에 있는 λ 값의 경우의 평균 패킷 지연시간

본 절에서는 λ 값이 매우 커서 ONU들이 항상 포화상태에 있는 경우의 평균 패킷 지연시간에 대해 분석한다. ONU들이 항상 포화상태에 있으므로 큐 사이즈의 크기는 항상 최대 윈도우 크기보다 크기 때문에, ONU 서비스 시간동안에는 최대 윈도우 크기 W_{MAX} 만큼 서비스된다. 그림 9는 ONU가 3개 일 때, ONU들이 항상 포화상태에 있는 경우의 패킷 지연시간을 나타낸 그림이다.

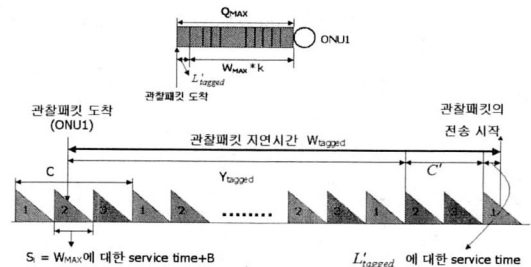


그림 9. ONU들이 항상 포화상태에 있는 λ 값의 경우

이 경우의 평균 패킷 지연시간은 기본적으로 3.2.2절에서 분석한 방법과 비슷한 방법으로 분석할 수 있다. 그리고 관찰패킷이 도착했을 때 ONU들이 항상 포화상태에 있으므로 ONU 서비스 시간동안 처리되는 데이터 양은 최대 윈도우 크기 W_{MAX} 가 되고 해당 싸이클에서 관찰패킷 보다 먼저 서비스 받는 패킷 길이의 총합인 L'_{tagged} 의 1 bit 당 서비스 시간은 $1/R_u$ 이다. 따라서 평균 ONU 서비스 시간과 평균 싸이클 시간 그리고 예약될 때까지 걸리는 시간의 평균 값이 일정한 값을 갖게 되므로 분석이 훨씬 간단해진다. 평균 패킷 지연시간은 관찰패킷이 도착한 후, 관찰패킷에 대한 예약이 이루어질 때까지의 시간 Y_{tagged} 와 패킷 예약직후 해당ONU의

서비스가 시작될 때까지의 시간 C , 그리고 관찰패킷 보다 먼저 서비스 받는 패킷 길이의 총합인 L'_{tagged} 의 서비스 시간의 합이다. 관찰패킷의 평균 지연시간은 식 (39)와 같다.

$$E[W_{tagged}] = E[Y_{tagged}] + E[C'] + \frac{1}{R_u} E[L'_{tagged}] \quad (39)$$

예약될 때까지 걸리는 시간 Y_{tagged} 의 평균 값은 3.2.2절의 식 (27)과 같이 쓸 수 있다. ONU가 처리하는 데이터 양이 일정한 값이므로 ONU 서비스 시간과 싸이클 시간은 일정한 상수 값이 된다. 또한 i 번째 패킷은 ONU 서비스 시간동안 임의의 순간에 도착하므로 residual 서비스 시간의 평균 값은 ONU 서비스 시간의 절반이 되고, 일정한 상수 값이 된다. 여분의 싸이클 시간 또한 ONU가 포화상태이기 때문에 일정한 상수 값으로 계산될 수 있다. 따라서 ONU 서비스 시간, 싸이클 시간, residual 서비스 시간, 여분의 싸이클 시간의 평균 값을 정리하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} E[S_i] &= \frac{8W_{MAX}}{R_u} + B \\ E[C] &= NE[S_i] = \frac{8NW_{MAX}}{R_u} + NB \\ E[R_t] &= \frac{1}{2} E[S_i] = \frac{1}{2} \left(\frac{8W_{MAX}}{R_u} + B \right) \\ E[extra\ cycle] &= \left[\frac{Q_{MAX}}{W_{MAX}} \right] E[C] \end{aligned} \quad (40)$$

L'_{tagged} 는 관찰패킷이 전송되는 싸이클에서 관찰패킷 보다 먼저 서비스 받는 패킷 길이의 총합이다. 해당 ONU 서비스 시간동안 관찰패킷은 평균적으로 중간에서 서비스 받게 되므로 $8W_{MAX}/2$ 가 된다. 따라서 관찰패킷의 평균 지연시간은 식 (41)과 같다.

$$\begin{aligned} E[W_{tagged}] &= E[R_t] + \frac{(N-1)}{2} E[S_i] + E[extra\ cycle] \\ &\quad + (N-1)E[S_i] + \frac{1}{R_u} \frac{8W_{MAX}}{2} \\ &= \frac{3N-2}{2} \left(\frac{8W_{MAX}}{R_u} + B \right) \\ &\quad + \left[\frac{Q_{MAX}}{W_{MAX}} \right] \left(\frac{8NW_{MAX}}{R_u} + NB \right) + \frac{1}{R_u} \frac{8W_{MAX}}{2} \end{aligned} \quad (41)$$

3.2.4 Limited service의 평균 큐 사이즈 분석

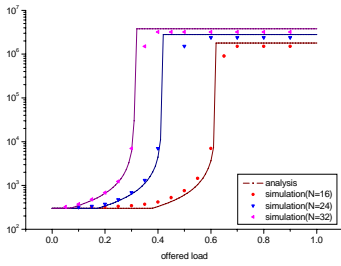
본 절에서는 limited service의 평균 큐 사이즈를 분석한다. 큐에 도착한 패킷 수의 평균 값은 평균 지연시간을 알고 있다면, Little's law를 사용하여 구할 수 있다. 평균 지연시간은 세 가지 경우로 나누어 3.2.1 절과 3.2.2 절 그리고 3.2.3 절에서 분석하였다. 그리고 평균 패킷 수와 패킷당 평균 길이를 곱하여 평균 큐 사이즈를 구할 수 있다. 패킷당 평균 길이는 R_u 와 패킷당 평균 서비스 시간 $1/\mu$ 을 곱하여 구할 수 있다. 따라서 평균 큐 사이즈는 기본적으로 3.1.4절의 식 (25)와 같다.

평균 패킷 지연시간을 구간을 나누어 분석한 것과 마찬가지로 평균 큐 사이즈도 arrival rate λ 값에 따라 구간별로 나누어 분석할 수 있다. 두번째 구간의 경우 다시 두 구간으로 나누어 분석하였으므로 총 네 구간의 평균 큐 사이즈를 구할 수 있다. 첫번째 λ 값이 매우 작은 경우, ONU들의 데이터 전송이 거의 없으므로 $E[Q_{pre}]$ 의 값이 없다. 두번째, 세번째 ONU들의 연속적인 데이터 전송이 일어나는 λ 값의 경우, $E[Q_{pre}]$ 의 값은 한 싸이클 시간 동안 ONU에 도착한 패킷들의 합이다. 그리고 네번째 λ 의 값이 매우 커서 ONU들이 항상 포화상태에 있는 경우, arrival rate λ/N 중에 많은 부분이 손실되므로 Little's law에 의해 구하기 보다는 arrival rate가 매우 높은 구간이므로 평균 큐 사이즈를 Q_{MAX} 로 근사화할 수 있다

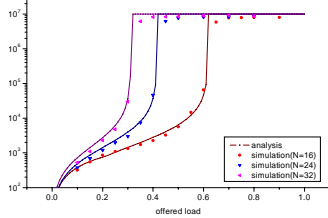
IV. 성능분석 결과

본 장에서는 gated service와 limited service의 수학적 분석결과와 시뮬레이션 결과를 비교한다. ONU의 개수 N 을 변화시켜가면서 평균 패킷 지연 시간과 평균 큐 사이즈 그리고 평균 싸이클시간을 비교한다. 시뮬레이션 모델로는 2장에서 설명한 IPACT 모델을 사용하였다. 시뮬레이션 언어는 sim++^[10]를 사용하였고, offered load의 값을 0부터 1까지 증가시켜가면서 결과 값을 구하였다. 시뮬레이션 동안 사용한 파라미터 값은 다음과 같다. R_u 는 1Gbps, RTT는 200 μ s, B는 5 μ s, Q_{MAX} 는 10Mbyte, W_{MAX} 는 15000 byte 이다.

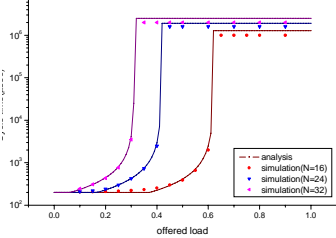
그림 10 (a)는 gated service의 평균 패킷 지연시간을 나타낸 그림이다.



(a) Gated service의 평균 패킷 지연시간



(b) Gated service의 평균 큐 사이즈



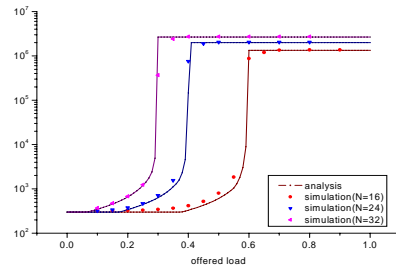
(c) Gated service의 평균 사이클 시간

그림 10. Gated service의 성능분석 결과

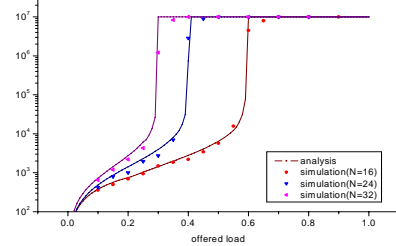
N의 값이 16, 24, 32일 때, offered load의 값을 0 부터 1까지 증가시키면서 패킷 지연시간을 비교하였다. 그래프에서 알 수 있듯이 ONU의 개수가 16, 24, 32일 때, offered load의 값이 각각 0.62, 0.42, 0.31에서 지연시간이 급격히 증가함을 알 수 있다 이 순간에 ρ (utilization factor)의 값이 1에 근접하기 때문이다. 다음 그림 10 (b)는 gated service의 평균 큐 사이즈를 나타낸 그림이다 평균 지연시간과 마찬가지로 N의 값이 16, 24, 32일 때, offered load의 값이 각각 0.62, 0.42, 0.31에서 급격히 증가하여 최대 큐 사이즈 Q_{MAX} 에 가까워진다. 다음 그림 10 (c)는 gated service의 평균 사이클 시간을 나타낸 그림이다 평균 사이클 시간은 초기에 RTT 값인 $200 \mu s$ 의 값을 유지하다가 점차 증가하여 N이 16, 24, 32일 때, offered load의 값이 각각 0.62, 0.42, 0.31에서 급격히 증가하여 일정 값에 수렴한다. 이때가 시스템이 포화되어 각

사이클의 ONU마다 Q_{MAX} 의 데이터가 서비스되는 시간이 된다

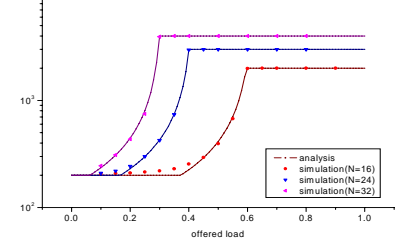
다음은 limited service의 분석결과와 시뮬레이션 결과를 비교한다. 그림 11 (a)는 limited service의 평균 패킷 지연시간을 나타낸 그림이다 Gated service와 마찬가지로, ONU의 개수가 16, 24, 32일 때 offered load의 값이 각각 0.62, 0.42, 0.31에서 지연시간이 급격히 증가함을 알 수 있다 이 순간에 ρ (utilization factor)의 값이 1에 근접하기 때문이다. 그림 11 (b)는 limited service의 평균 큐 사이즈를 나타낸 그림이다 Gated service와 마찬가지로 offered load의 값이 각각 0.62, 0.42, 0.31에서 평균 큐 사이즈가 급격히 증가하여 Q_{MAX} 에 수렴한다. 그림 11 (c)는 limited service의 평균 사이클 시간을 나타낸 그림이다 Limited service는 offered load의 값이 일정 이상이 되면, ONU 서비스 시간이 일정한 값을 갖기 때문에 평균 사이클 시간도 일정 값에 수렴한다.



(a) Limited service의 평균 패킷 지연시간



(b) Limited service의 평균 큐 사이즈



(c) Limited service의 평균 사이클 시간

그림 11. Limited service의 성능분석 결과

다음은 gated service와 limited service를 비교한다. 그림 12 (a)는 N의 값이 16일 때, gated service와 limited service의 평균 패킷 지연시간을 비교한 그림이다. Offered load가 커짐에 따라 평균 패킷 지연시간이 증가하는데, 0.55이상이 되면 여분의 싸이클 시간으로 인해 limited service의 평균 패킷 지연시간이 gated service 보다 증가한다. 이후 offered load의 값이 0.63이상이 되면 gated service에서는 각 싸이클마다 Q_{MAX} 가 서비스되기 때문에 평균 패킷 지연시간이 limited service보다 증가한다. 그림 12 (b)는 N이 16일 때, gated service와 limited service의 평균 큐 사이즈를 비교한 그림이다 평균 패킷 지연시간과 마찬가지로 offered load가 0.55이상이 되면서 차이가 생긴다 Limited service의 경우 해당 싸이클에서 서비스 받지 못하고 큐에 남게되는 패킷이 생기기 때문에 평균 큐 사이즈가 gated service보다 크다. 이후 시스템이 포화된 이후에는

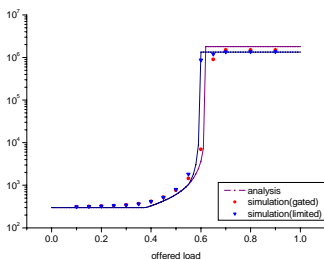
모두 큐 사이즈가 Q_{MAX} 에 수렴한다. 그림 12 (c)는 N이 16일 때, gated service와 limited service의 평균 싸이클 시간을 비교한 그림이다

Offered load의 값이 0.6 이상이 되면, gated service의 경우는 한 싸이클 시간동안 도착한 패킷들이 해당 싸이클에서 모두 서비스되기 때문에 싸이클 시간이 급격히 증가한다 반면, limited service의 경우는 최대 윈도우 크기가 정해져 있기 때문에 싸이클 시간이 일정 값에 수렴한다 따라서 일정 시간 안에 서비스 받아야 하는 ONU에게는 gated service가 부적합한 모델이다

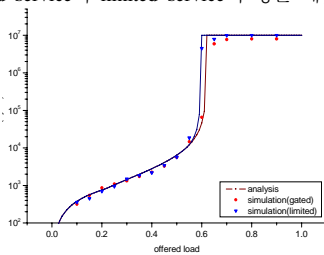
본 장에서는 시뮬레이션을 통해 수학적 성능분석의 정확성을 검증하였다. 비교결과 수학적 성능분석 결과와 시뮬레이션결과가 상당히 일치함을 확인하였다. 따라서 수학적 성능분석을 이용하여 N이나 W_{MAX} , Q_{MAX} 등의 파라미터 값을 조절하면 트래픽 특성에 맞는 시스템 설계할 수 있다

V. 결론

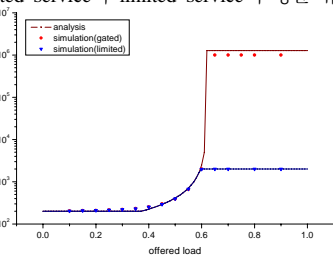
본 논문에서는 차세대 초고속 인터넷 액세스 망으로 널리 활용될 Gigabit Ethernet-PON의 전체적인 개요와 상향 트래픽 제어를 위한 MAC 프로토콜을 살펴보았다. 그리고 EPON의 시스템 설계에 필요한 성능지표를 얻기 위해 기존에 제안된 EPON의 대표적인 MAC 프로토콜인 IPACT의 gated service와 limited service의 성능을 수학적으로 분석하였다. 성능분석 방법은 MAC 프로토콜을 polling system으로 모델링하고, mean value analysis를 사용하였다. 그리고 arrival rate λ 값을 세 구간으로 나누는 후, 구간별로 성능분석 과정을 제시하였다. 첫 번째 구간은 λ 값이 매우 작아 ONU들의 데이터 전송이 거의 일어나지 않는 구간이다 두번째 구간은 λ 의 값이 충분히 커서 연속적인 ONU들의 데이터 전송이 일어나는 구간이다 세번째 구간은 λ 의 값이 매우 커서 ONU들이 항상 포화상태에 있는 구간이다. 성능분석 결과로써 gated service와 limited service의 평균 패킷 지연시간과 평균 큐 사이즈, 평균 싸이클 시간 등을 계산할 수 있었다 평균 패킷 지연시간과 평균 큐 사이즈 그리고 평균 싸이클 시간은 λ 의 값이 커질수록 차츰 증가하다가 ρ 의 값이 1이 되는 순간에서 급격히 증가한 후 포화상태의 값에 수렴한다. 특히 gated service의 경우 ONU가 요구한 양을 OLT가 모두 허락해주기 때문



(a) Gated service와 limited service의 평균 패킷 지연시간



(b) Gated service와 limited service의 평균 큐 사이즈



(c) Gated service와 limited service의 평균 싸이클 시간
그림 12. Gated service와 limited service의 성능비교

에, λ 의 값이 매우 커져 시스템이 포화되면 limited service에 비해 평균 싸이클 시간이 매우커진다. 그리고 수학적 성능분석의 정확성을 검증하기 위해 ONU의 개수를 변화시켜가면서 수학적 분석결과와 시뮬레이션 결과를 비교한 결과 두 결과 값이 상당히 일치함을 확인하였다. 따라서 수학적 성능분석을 이용하여 N이나 Q_{max} , W_{MAX} 등의 파라미터 값을 조절하면 트래픽 특성에 맞는 시스템을 설계할 수 있다. 수학적 성능분석은 성능지표를 단시간 내에 다양하게 구할 수 있어서 시스템 설계에 널리 활용될 수 있을 것이라 예상된다. 시뮬레이션에 의한 EPON의 성능분석은 시간과 노력이 너무 많이 요구되기 때문이다. 또한 본 논문의 결과를 통해 개발한 EPON 시뮬레이터와 수학적 성능분석 틀을 활용하면 다양한 망 환경에 맞는 EPON 설계 파라미터를 추출하여 활용할 수 있을 것이다. 본 논문에서는 symmetric한 EPON 환경에서의 성능분석을 수행하였지만 앞으로 asymmetric한 EPON 환경에서의 성능분석도 수행하여야 할 것이다.

(부록 A)

부록 A에서는 limited service에서 $E[S_i^2]$ 를 계산하기 위해 식 (31)을 계산하는 과정을 나타내었다. 이 과정에서 $(s-m)/\sigma$ 를 z 로 치환하고, 부분적분을 사용하여 계산한다. α, β 의 값은 다음과 같고, 표준 정규 분포 표를 이용하여 구할 수 있다.

$$\begin{aligned} & \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{\frac{-m}{\sigma}}^{\frac{W-m}{\sigma}} (\sigma z + m)^2 \exp\left\{-\frac{z^2}{2}\right\} dz \\ & + \frac{W^2}{\sqrt{2\pi}} \int_{\frac{W-m}{\sigma}}^{\infty} \exp\left\{-\frac{z^2}{2}\right\} dz \\ & = \int_{\frac{-m}{\sigma}}^{\frac{W-m}{\sigma}} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} (\sigma^2 z^2 + 2\sigma m z + m^2) \exp\left\{-\frac{z^2}{2}\right\} dz \\ & + W^2 \int_{\frac{W-m}{\sigma}}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left\{-\frac{z^2}{2}\right\} dz \\ & = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \left[\int_{\frac{-m}{\sigma}}^{\frac{W-m}{\sigma}} \sigma^2 z^2 \exp\left\{-\frac{z^2}{2}\right\} dz \right. \\ & + \int_{\frac{-m}{\sigma}}^{\frac{W-m}{\sigma}} 2\sigma m z \exp\left\{-\frac{z^2}{2}\right\} dz \\ & + \int_{\frac{-m}{\sigma}}^{\frac{W-m}{\sigma}} m^2 \exp\left\{-\frac{z^2}{2}\right\} dz \\ & \left. + W^2 \int_{\frac{W-m}{\sigma}}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left\{-\frac{z^2}{2}\right\} dz \right] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & = \frac{\sigma^2}{\sqrt{2\pi}} \left[-z \exp\left\{-\frac{z^2}{2}\right\} \Big|_{\frac{-m}{\sigma}}^{\frac{W-m}{\sigma}} + \int_{\frac{-m}{\sigma}}^{\frac{W-m}{\sigma}} \exp\left\{-\frac{z^2}{2}\right\} dz \right] \\ & + \frac{2\sigma m}{\sqrt{2\pi}} \left[-\exp\left\{-\frac{z^2}{2}\right\} \Big|_{\frac{-m}{\sigma}}^{\frac{W-m}{\sigma}} \right] \\ & + \frac{m^2}{\sqrt{2\pi}} \int_{\frac{-m}{\sigma}}^{\frac{W-m}{\sigma}} \exp\left\{-\frac{z^2}{2}\right\} dz \\ & + W^2 \int_{\frac{W-m}{\sigma}}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left\{-\frac{z^2}{2}\right\} dz \\ & = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \left[(\sigma^2 + m^2) \int_{\frac{-m}{\sigma}}^{\frac{W-m}{\sigma}} \exp\left\{-\frac{z^2}{2}\right\} dz \right. \\ & + \sigma^2 \left(-z \exp\left\{-\frac{z^2}{2}\right\} \Big|_{\frac{-m}{\sigma}}^{\frac{W-m}{\sigma}} \right) + 2\sigma m \left(-\exp\left\{-\frac{z^2}{2}\right\} \Big|_{\frac{-m}{\sigma}}^{\frac{W-m}{\sigma}} \right) \\ & \left. + W^2 \int_{\frac{W-m}{\sigma}}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left\{-\frac{z^2}{2}\right\} dz \right] \\ & = (\sigma^2 + m^2) \int_{\frac{-m}{\sigma}}^{\frac{W-m}{\sigma}} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left\{-\frac{z^2}{2}\right\} dz \\ & - \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \sigma(W+m) \exp\left\{-\frac{[(W-m)/\sigma]^2}{2}\right\} \\ & + \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \sigma m \exp\left\{-\frac{(-m/\sigma)^2}{2}\right\} \\ & + W^2 \int_{\frac{W-m}{\sigma}}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left\{-\frac{z^2}{2}\right\} dz \\ & \alpha = \int_{\frac{-m}{\sigma}}^{\frac{W-m}{\sigma}} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left\{-\frac{z^2}{2}\right\} dz, \\ & \beta = \int_{\frac{W-m}{\sigma}}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left\{-\frac{z^2}{2}\right\} dz \end{aligned}$$

참고 문헌

- [1] 윤종호, 장운선, 유태환, "이더넷 PON 기술", 한국통신 학회지, 제 18권, 11호, pp. 110-116, Dec. 2001
- [2] 이수희, "Etherent PON 기술", TTA 저널, 제 75호, pp. 84-90, Jun. 2001
- [3] Glen Kramer and Gerry Pesavento, "Ethernet Passive Optical Network(EPON): Building a Next-Generation Optical Access Network", IEEE Communication Magazine, pp.66-73, Feb. 2002
- [4] Glen Kramer, Biswanath Mukherjee and

Gerry Peasvento, "Etherent PON(ePON): Design and Analysis of an Optical Access Network", *Photonic Network Communications*, vol.3, no.3, pp.307-319, Jul. 2001

[5] Glen Kramer, Biswanath Mukherjee and Gerry Peasvento, "IPACT: A Dynamic Bandwidth Distribution Scheme in an Optical Access Network", *Photonic Network Communications journal*, Vol. 4, No.1, pp.89-107, Jan. 2002

[6] Dimitiri Bertsekas and Robert Gallager, 'Data Networks', Prentice-Hall International, Inc., 1992

[7] Hideaki Takagi, 'Analysis of Polling Systems', The MIT Press, 1996

[8] Hideaki Takagi, 'Queueing Analysis volume 1: Vacation and Priority Systems, Part 1', The Netherlands, Dec. 1990

[9] Sheldon M. Ross, 'Introduction to Probability Models', Academic Press, 1997

[10] Robert M. Cubert and Dr. Paul Fishwick, "Sim++ Version 1.0 manual", University of Florida 1995

신 지 혜(Ji hye Shin)



정회원
2002년 충남대학교 전자공학과 (공학사)
2004년 충남대학교 정보통신공학과 (공학석사)
<관심분야> 네트워크, 초고속 통신

이 재 용(Jae yong Lee)



정회원
1988년 서울대학교 전자공학과 (공학사)
1990년 한국과학기술원 전기 및 전자공학과 (공학석사)
1995년 한국과학기술원 전기 및 전자공학과 (공학박사)
1990년~1995년 디지콤 정보통신연구소 선임연구원
1995년~현재 충남대학교 정보통신공학부 부교수
<관심분야> 초고속통신, 인터넷, 네트워크 성능분석

김 병 철(Byung chul Kim)



정회원
1988년 서울대학교 전자공학과 (공학사)
1990년 한국과학기술원 전기 및 전자공학과 (공학석사)
1996년 한국과학기술원 전기 및 전자공학과 (공학박사)
1993년~1999년 삼성전자CDMA 개발팀
1999년~현재 충남대학교 정보통신공학부 조교수
<관심분야> 이동인터넷, 이동통신 네트워크, 데이터 통신