

약한 다진 신호에 알맞은 결정 기준: 1부. 결정 기준과 결정 영역

정회원 박 소 령*, 준회원 구 진 규**, 오 중 호**, 권 형 문**, 종신회원 송 익 호**

Decision Criterion for Weak M -ary Signals: Part 1. The Criterion and Decision Regions

So Ryoung Park* *Reguler Member*, Jinkyu Koo**, Jongho Oh**,
Hyoungmoom Kwon** *Associate Member*, Iickho Song** *Lifelong Member*

요 약

이 논문에서는 약한 다진 신호에 알맞은 검파기준을 제안한다. 제안한 검파기준은 신호 세기가 0에 가까울 때 잘못 확률을 가장 작게 한다. 먼저, 1부에서는 새로운 검파기준을 제안하여 자세히 살펴보고, 제안한 검파기준이 지니고 있는 몇 가지 흥미로운 성질을 밝히며, 결정 영역의 보기를 다룬다. 2부에서는 제안한 검파기준을 바탕으로 간섭이 충격성일 때 초광대역 다중접속 시스템에 알맞은 검파 기법을 살펴본다.

Key Words : signal detection, M -ary signal, ultra wideband multiple access systems, weak signal.

ABSTRACT

A novel decision criterion for weak M -ary signals is proposed in this paper. In the sense of minimizing the error probability, the proposed decision criterion is optimum when the signal strength approaches zero. In Part 1, the proposed detection criterion is proposed and investigated in detail, some interesting properties of the proposed decision criterion are described, and examples of decision regions are obtained. Based on the proposed detection criterion, a detection scheme for ultra wideband multiple access systems is investigated in the presence of impulsive interference in Part 2.

I. 머리말

저전력 통신 시스템에 대한 관심이 늘어나면서, 약한 신호 검파의 중요성이 커지고 있다. 신호 세기가 매우 작을 때에는, 신호대잡음비가 (signal-to-noise ratio: SNR) 낮을 때 성능이 뛰어난 검파기를 생각하는 것이 바람직하다. 이런 검파기를 얻는 방법 가운데 하나로, 국소최적 (locally optimum: LO) 검파기준을 생각할 수 있다^[1]. 국소최적 검파기준은,

일반화된 네이만 피어슨 정리를 (generalized Neyman-Pearson lemma)^[2] 바탕으로 하는데, 신호 세기가 작을 때 검파확률의 기울기를 가장 크게 한다. 국소 최적 검파기준은 검파기 열개가 간단하고 (특히 비정규잡음 환경에서) 신호 세기가 클 때도 꽤 좋은 성능을 지니므로, 많은 사람들이 널리 연구해 왔다^[3-5].

그런데, 국소최적 검파기준은 본디 이진 신호 검파에 알맞게 얻은 것이므로, 다진 신호를 보내어 수

* 가톨릭대학교 정보통신전자공학부 (srpark@catholic.ac.kr)

** 한국과학기술원 전자전산학과 (i2cyber@dreamwiz.com, {jh, kwon}@Sejong.kaist.ac.kr, i.song@ieee.org)

논문번호 : KICS2004-11-293, 접수일자 : 2004년 11월 28일

**이 논문은 과학기술부에서 지원하고 한국과학재단이 주관하는 국가지정연구실 사업의 지원을 받아 연구한 것입니다.

신호가 셋 이상의 가설 가운데 하나를 고르는 디지털 통신 시스템에 바로 적용하기 어렵다. 이에, 이와 같은 이진 국소최적 검파기준의 한계를 넘어서고자 이 논문에서는 이진 국소최적 검파기준을 확장하여 약한 다진 신호 검파에도 바로 쓸 수 있는 새로운 검파기준을 제안한다. 제안한 검파기준은 이진 국소최적 검파기준과 마찬가지로 신호 세기가 약할 때 최적이다. 제안한 검파기준을 쓰면, 특히 비정규 충격성 잡음 환경에서, 열개가 간단한 검파기를 얻을 수 있다. 여기서, '최적'이라는 말은 이진 국소최적 검파기준에서와는 달리 잘못 확률을 가장 작게 한다는 뜻이다.

이 논문은 다음과 같이 꾸렸다. 먼저, 2절에서는 약한 다진 신호를 검파할 때에 알맞은 새로운 검파기준을 제안한다. 그 뒤, 3절에서는 2절에서 제안한 기준의 보기를 여러 가지 환경에서 살펴본다.

II. 약한 다진 신호에 알맞은 새로운 검파기준

2.1 관측 모형

그림 1은 받은 신호를 N 차원 벡터로 받아들이는 복조기와 심벌 구간 T_s 마다 보낸 신호를 결정하는 검파기를 보여 준다. 여기서, 복조기는 받은 신호 $r(t)$ 를 직교 바탕 함수 $\{\psi_k(t)\}_{k=1}^N$ 과 곱하여 적분한 뒤, 그 출력을 바탕으로 검파한다. 신호들 $\{s_i(t)\}_{i=1}^M$ 이 선형 독립일 때, 곧, 이 신호들 가운데 어떤 것도 다른 신호들의 선형 결합이 아닐 때, 신호 공간의 차원 N 은 신호 갯수 M 과 같고, 그렇지 않으면 $N < M$ 이다.

신호 $s_i(t)$ 가 덧셈꼴 잡음 채널을 거친다면 받은 신호 $r(t)$ 는 다음과 같다.

$$r(t) = \theta \sum_{i=1}^M \tilde{s}_i(t) + n(t), \quad 0 \leq t \leq T_s. \quad (1)$$

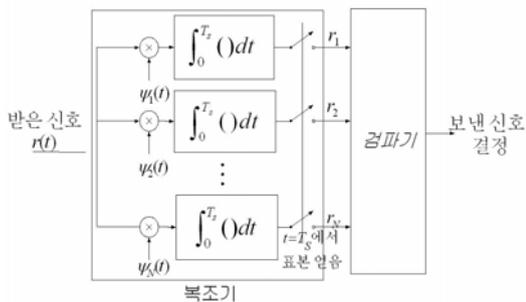


그림 1. 복조기와 검파기.

여기서, $n(t)$ 는 덧셈꼴 잡음 과정의 표본 함수, $\theta_i = \sqrt{\int_0^{T_s} |s_i(t)|^2 dt}$ 는 신호 $s_i(t)$ 의 세기 (곧, 에너지의 제곱근), $\tilde{s}_i(t)$ 는 $s_i(t)$ 를 그 에너지로 나눈 것이다. 신호 세기 θ_i 는 다음과 같이 쓸 수 있다고 두자.

$$\theta_i = \theta \varepsilon_i, \quad i = 1, 2, \dots, M. \quad (2)$$

여기서, θ 는 신호 세기 θ_i 의 공통 인자이고 ε_i 는 신호 $s_i(t)$ 의 세기를 나타내는 비례상수로서 음이 아닌 값이다. 곧, (2)가 뜻하는 바는 모든 신호 세기를 공통 매개변수 θ 로 조절할 수 있다는 것이다.

그림 1에 보인 복조기는 받은 신호 $r(t)$ 를 바탕 함수 $\{\psi_k(t)\}_{k=1}^N$ 으로 투영하여, 곧,

$$\begin{aligned} r_k &= \int_0^{T_s} r(t) \psi_k(t) dt \\ &= \theta \varepsilon_i s_{ik} + n_k, \quad k = 1, 2, \dots, N \end{aligned} \quad (3)$$

과 같이 $\{r_k\}_{k=1}^N$ 을 얻는다. 여기서,

$$s_{ik} = \int_0^{T_s} \tilde{s}_i(t) \psi_k(t) dt, \quad k = 1, 2, \dots, N \quad (4)$$

는 신호 성분이고,

$$n_k = \int_0^{T_s} n(t) \psi_k(t) dt, \quad k = 1, 2, \dots, N \quad (5)$$

는 잡음 성분이다.

식 (3)-(5)를 바탕으로 복조기의 출력 벡터 $\mathbf{r} = (r_1, r_2, \dots, r_N)$ 은 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\mathbf{r} = \theta \varepsilon_i \mathbf{s}_i + \mathbf{n}. \quad (6)$$

여기서, $\mathbf{s}_i = (s_{i1}, s_{i2}, \dots, s_{iN})$ 은 신호 성분 벡터, $\mathbf{n} = (n_1, n_2, \dots, n_N)$ 은 잡음 성분 벡터이다. 이때, \mathbf{s}_i 의 원소들은 아래를 만족시킨다는 것을 새겨두자.

$$\begin{aligned} \sum_{k=1}^N s_{ik}^2 &= \sum_{k=1}^N s_{ik}^2 \int_0^{T_s} |\psi_k(t)|^2 dt \\ &= \int_0^{T_s} \left(\sum_{k=1}^N s_{ik} \psi_k(t) \right) \left(\sum_{k=1}^N s_{ik} \psi_k(t) \right) dt \\ &= \int_0^{T_s} |\tilde{s}_i(t)|^2 dt \\ &= 1. \end{aligned} \quad (7)$$

한편, 대표적인 신호 기법 둘과 그 매개 변수들을 부록 1에 보였다.

2.2 새 검파기준

이제, 그림 1에 보인 검파기 열개를 결정하는 새로운 검파기준을 살펴본다. 먼저, 다진 신호 $\{s_i(t)\}_{i=1}^M$ 이 같은 확률로 일어난다고 두자. 곧, m 째 신호 $s_m(t)$ 를 보낼 사전 확률이 모두 $1/M$ 이다. 그러면, 심별 잘못 확률 $P_e(\theta)$ 는 다음과 같다.

$$P_e(\theta) = 1 - \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M \int_{D_i} p(\mathbf{r} | s_i, \theta) d\mathbf{r}. \quad (8)$$

여기서, D_i 는 $s_i(t)$ 를 보냈다고 결정하는 N 차원 결정 영역, $p(\mathbf{r} | s_i, \theta)$ 는 $s_i(t)$ 를 보내고 그 신호 세기 매개변수가 θ 일 때 \mathbf{r} 의 조건부 확률밀도함수, $\{D_i\}_{i=1}^M$ 은 N 차원 공간 \mathbf{R}^N 의 분할이다.

한편, 잡음 성분 벡터 \mathbf{n} 의 확률밀도함수를 $p_{\mathbf{n}}(\cdot)$ 이라 쓰면 $\theta=0$ 일 때는 (6)에서 $p(\mathbf{r} | s_i, \theta) = p_{\mathbf{n}}(\mathbf{r})$, $i=1, 2, \dots, M$ 임을 알 수 있다. 따라서, 다음 식을 얻는다.

$$\begin{aligned} P_e(0) &= 1 - \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M \int_{D_i} p(\mathbf{r} | s_i, 0) d\mathbf{r} \\ &= 1 - \frac{1}{M} \int_{\mathbf{R}^N} p_{\mathbf{n}}(\mathbf{r}) d\mathbf{r} \\ &= 1 - \frac{1}{M}. \end{aligned} \quad (9)$$

곧, $P_e(0)$ 은 검파기준에 상관없이 일정하다.

정리 1 신호 세기가 0에 가까울 때, D_i 가 아래와 같다면 심별 잘못 확률 $P_e(\theta)$ 는 가장 작다.

$$D_i = \left\{ \mathbf{r} : \frac{\partial}{\partial \theta} p(\mathbf{r} | s_i, \theta) \Big|_{\theta=0} \geq \frac{\partial}{\partial \theta} p(\mathbf{r} | s_j, \theta) \Big|_{\theta=0}, \forall j \right\}. \quad (10)$$

여기서, $i=1, 2, \dots, M$ 이다.

■증명: 먼저,

$$P_e(\theta) \approx P_e(0) + \theta \frac{\partial}{\partial \theta} P_e(\theta) \Big|_{\theta=0} \quad (11)$$

이므로, $\frac{\partial}{\partial \theta} P_e(\theta) \Big|_{\theta=0}$ 을 가장 작게 하면, θ 가 0에 가까울 때 $P_e(\theta)$ 를 가장 작게 할 수 있다.

이제

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial \theta} P_e(\theta) \Big|_{\theta=0} \\ &= -\frac{1}{M} \sum_{i=1}^M \frac{\partial}{\partial \theta} \int_{D_i} p(\mathbf{r} | s_i, \theta) d\mathbf{r} \Big|_{\theta=0} \\ &= -\frac{1}{M} \sum_{i=1}^M \int_{D_i} \frac{\partial}{\partial \theta} p(\mathbf{r} | s_i, \theta) \Big|_{\theta=0} d\mathbf{r} \end{aligned} \quad (12)$$

이므로, D_i 를 (10)과 같이 두면 $\frac{\partial}{\partial \theta} P_e(\theta) \Big|_{\theta=0}$ 가 가장 작다. ■

결정 영역 (10)이 뜻하는 바는, $\theta \rightarrow 0$ 일 때 j 가 어떤 값이더라도 $\frac{\partial p(\mathbf{r} | s_i, \theta)}{\partial \theta} \Big|_{\theta=0}$ 이 $\frac{\partial p(\mathbf{r} | s_j, \theta)}{\partial \theta} \Big|_{\theta=0}$ 보다 크거나 같도록 $s_i(t)$ 를 고르면 $P_e(\theta)$ 를 가장 작게 만들 수 있다는 것이다.

정리 2 최대 비슷함 기준의 결정 영역을 D_i^{ML} 라 하고, 제안한 기준의 결정 영역을 D_i^P 라 하자. 그러면,

$$D_i^P = \lim_{\theta \rightarrow 0} D_i^{ML}. \quad (13)$$

■증명: 먼저, \mathbf{r} 의 조건부 확률밀도함수 $p(\mathbf{r} | s_i, \theta)$ 를 테일러 급수로 풀어 쓰면

$$p(\mathbf{r} | s_i, \theta) = \sum_{m=0}^{\infty} \frac{\theta^m}{m!} \frac{\partial^m p(\mathbf{r} | s_i, \theta)}{\partial \theta^m} \Big|_{\theta=0} \quad \text{이므로 다음을 얻는다.}$$

$$\begin{aligned} D_i^{ML} &= \left\{ \mathbf{r} : p(\mathbf{r} | s_i, \theta) \geq p(\mathbf{r} | s_j, \theta), \forall j \right\} \\ &= \left\{ \mathbf{r} : \frac{\partial}{\partial \theta} p(\mathbf{r} | s_i, \theta) \Big|_{\theta=0} + \frac{\theta}{2} \cdot \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} p(\mathbf{r} | s_i, \theta) \Big|_{\theta=0} + \dots \right. \\ &\quad \left. \geq \frac{\partial}{\partial \theta} p(\mathbf{r} | s_j, \theta) \Big|_{\theta=0} + \frac{\theta}{2} \cdot \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} p(\mathbf{r} | s_j, \theta) \Big|_{\theta=0} + \dots, \forall j \right\}. \end{aligned} \quad (14)$$

따라서, 다음을 얻는다.

$$\begin{aligned} \lim_{\theta \rightarrow 0} D_i^{ML} &= \left\{ \mathbf{r} : \frac{\partial}{\partial \theta} p(\mathbf{r} | s_i, \theta) \Big|_{\theta=0} \geq \frac{\partial}{\partial \theta} p(\mathbf{r} | s_j, \theta) \Big|_{\theta=0}, \forall j \right\} \\ &= D_i^P. \end{aligned} \quad (15)$$

검파기준 (10)에서 다음을 알 수 있다.

정리 3 잡음 벡터 \mathbf{n} 의 결합 확률밀도함수 $p_{\mathbf{n}}(x_1, x_2, \dots, x_N)$ 이 $\|\mathbf{x}\|^2 = \sum_{k=1}^N x_k^2$ 의 함수이고, 그 꼭지점이 하나이며, $\|\mathbf{x}\| = 0$ 에서 값이 가장 크면, 다진 신호 에너지가 모두 같을 (곧, $\varepsilon_i = \varepsilon$) 때, 최대 비슷함 검파기준과 제안한 검파기준은 그 결정 영역이 같다.

■증명: $D_i^{ML} = D_i^P$ 를 보이자. 먼저, \mathbf{n} 의 결합 확률밀도함수 $p_{\mathbf{n}}(x_1, x_2, \dots, x_N)$ 는 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$p_{\mathbf{n}}(x_1, x_2, \dots, x_N) = f_u(\|\mathbf{x}\|^2). \quad (16)$$

여기서, $f_u(x)$ 는 $x=0$ 에서 가장 크고 꼭지점이 하나인 함수이다. 이제, $x \neq 0$ 에서 $\frac{d}{dx} f_u(x) \neq 0$ 이라고 두자. 그러면, $p(\mathbf{r} | s_i, \theta) = p_{\mathbf{n}}(\mathbf{r} - \theta \varepsilon \mathbf{s}_i)$ 이므로 다음을 얻는다.

$$\begin{aligned} D_i^{ML} &= \{ \mathbf{r} : p(\mathbf{r} | s_i, \theta) \\ &\quad \geq p(\mathbf{r} | s_j, \theta), \forall j \} \\ &= \{ \mathbf{r} : f_u(\|\mathbf{r} - \theta \varepsilon \mathbf{s}_i\|^2) \\ &\quad \geq f_u(\|\mathbf{r} - \theta \varepsilon \mathbf{s}_j\|^2), \forall j \} \\ &= \{ \mathbf{r} : \|\mathbf{r} - \theta \varepsilon \mathbf{s}_i\|^2 \\ &\quad \leq \|\mathbf{r} - \theta \varepsilon \mathbf{s}_j\|^2, \forall j \} \\ &= \left\{ \mathbf{r} : \sum_{k=1}^N r_{kS_{ik}} \geq \sum_{k=1}^N r_{kS_{jk}}, \forall j \right\}. \end{aligned} \quad (17)$$

다음에, $p(\mathbf{r} | s_i, \theta)$ 를 미분하여 $\theta=0$ 일 때를 살펴 보면 다음을 얻는다.

$$\begin{aligned} &\left. \frac{\partial}{\partial \theta} p(\mathbf{r} | s_i, \theta) \right|_{\theta=0} \\ &= \left. \frac{df_u(\|\mathbf{r} - \theta \varepsilon \mathbf{s}_i\|^2)}{d\|\mathbf{r} - \theta \varepsilon \mathbf{s}_i\|^2} \right|_{\theta=0} \\ &\quad \cdot \sum_{k=1}^N (-2\varepsilon r_{kS_{ik}}). \end{aligned} \quad (18)$$

한편, i 가 어떤 값이더라도

$$\begin{aligned} &\left. \frac{df_u(\|\mathbf{r} - \theta \varepsilon \mathbf{s}_i\|^2)}{d\|\mathbf{r} - \theta \varepsilon \mathbf{s}_i\|^2} \right|_{\theta=0} \\ &= \left. \frac{d}{d\|\mathbf{x}\|^2} f_u(\|\mathbf{x}\|^2) \right|_{\|\mathbf{x}\|^2 = \|\mathbf{r}\|^2} \end{aligned}$$

이므로

$$\begin{aligned} D_i^P &= \left\{ \mathbf{r} : \left. \frac{\partial}{\partial \theta} p(\mathbf{r} | s_i, \theta) \right|_{\theta=0} \right. \\ &\quad \left. \geq \left. \frac{\partial}{\partial \theta} p(\mathbf{r} | s_j, \theta) \right|_{\theta=0}, \forall j \right\} \\ &= \left\{ \mathbf{r} : \left. \frac{df_u(\|\mathbf{x}\|^2)}{d\|\mathbf{x}\|^2} \right|_{\|\mathbf{x}\|^2 = \|\mathbf{r}\|^2} \right. \\ &\quad \cdot \sum_{k=1}^N (-2\varepsilon r_{kS_{ik}}) \\ &\quad \left. \geq \left. \frac{df_u(\|\mathbf{x}\|^2)}{d\|\mathbf{x}\|^2} \right|_{\|\mathbf{x}\|^2 = \|\mathbf{r}\|^2} \right. \\ &\quad \cdot \sum_{k=1}^N (-2\varepsilon r_{kS_{jk}}), \forall j \left. \right\} \\ &= \left\{ \mathbf{r} : \sum_{k=1}^N r_{kS_{ik}} \geq \sum_{k=1}^N r_{kS_{jk}}, \forall j \right\} \\ &= D_i^{ML}. \end{aligned} \quad (19)$$

곧, 정리 3에 있는 조건을 만족시키는 잡음에서는 신호 세기에 상관없이 최대 비슷함 검파기준과 제안한 검파기준이 같다는 것이다. 보기로, 덧셈꼴 흰빛 정규 잡음(additive white Gaussian noise: AWGN) 채널에서 다진 신호의 에너지가 모두 같을 때를 생각하자. 그러면, 잡음 벡터 \mathbf{n} 의 성분들은 독립이고 분포가 같은 (independent and identically distributed: i.i.d.) 정규 확률변수이다. 곧, \mathbf{n} 의 결합 확률밀도함수는 정리 3에서 말한 $p_{\mathbf{n}}(x_1, x_2, \dots, x_N)$ 의 특별한 때이다. 따라서, 이때에는 최대 비슷함 기준과 제안한 기준은 그 결정 영역이 똑같다.

2.3 위상 천이 변조 신호

이제, 위상 천이 변조 (phase shift keyed: PSK) 신호를 생각해 보자. 신호 $s_i(t)$ 를 보냈을 때, 관측 벡터 \mathbf{r} 은 2차원 벡터이고 아래와 같이 쓸 수 있다.

$$\mathbf{r} = (\theta \cos(2\pi i/M) + n_1, \theta \sin(2\pi i/M) + n_2). \quad (20)$$

이제, n_1 과 n_2 의 결합 확률밀도함수가 다음과 같은 두변량 코쉬 (Cauchy) 확률밀도함수라 하자.

$$f(x, y) = \frac{\mathbb{V}}{2\pi} \frac{1}{(x^2 + y^2 + \mathbb{V}^2)^{3/2}}. \quad (21)$$

코쉬 분포는 두변량 충격성 잡음 환경을 모형화하는데 쓸모 있다고 알려져 있으며^[6], 정리 3에서 말한 잡음 확률밀도함수의 조건을 만족시킨다. 그러면,

$$p(\mathbf{r} | s_i, \Theta) = (\gamma/2\pi) / \{ (r_1 - \Theta \cos(2\pi i/M))^2 + (r_2 - \Theta \sin(2\pi i/M))^2 + \gamma^2 \}^{3/2} \quad (22)$$

와 정리 3을 뒷받침하는

$$\frac{\partial}{\partial \Theta} p(\mathbf{r} | s_i, \Theta) \Big|_{\Theta=0} = \frac{3\gamma}{2\pi} \cdot \frac{r_1 \cos(2\pi i/M) + r_2 \sin(2\pi i/M)}{(r_1^2 + r_2^2 + \gamma^2)^{5/2}} \quad (23)$$

에서 다음을 쉽게 알 수 있다.

$$\begin{aligned} D_i^{ML} &= \{ \mathbf{r} : (r_1 - \Theta \cos(2\pi i/M))^2 + (r_2 - \Theta \sin(2\pi i/M))^2 \leq (r_1 - \Theta \cos(2\pi j/M))^2 + (r_2 - \Theta \sin(2\pi j/M))^2, \forall j \} \\ &= \{ \mathbf{r} : r_1 \cos(2\pi i/M) + r_2 \sin(2\pi i/M) \geq r_1 \cos(2\pi j/M) + r_2 \sin(2\pi j/M), \forall j \} \\ &= D_i^P \end{aligned} \quad (24)$$

한편, 아래와 같은 다변량 t -분포의 확률밀도함수도 [7] 정리 3에서 말한 잡음 확률밀도함수의 조건을 만족시킨다.

$$p_{\mathbf{n}}(x_1, x_2, \dots, x_N) = \frac{\Gamma((v+N)/2)}{(\pi v)^{N/2} \Gamma(v/2)} \cdot \left(1 + v^{-1} \sum_{k=1}^N x_k^2 \right)^{-(v+N)/2} \quad (25)$$

여기서, $v > 0$ 는 자유도인데 $v=1$ 이면 (25)는 다변량 코쉬 확률밀도함수라는 것을 새겨두자.

정리 3에 나타난 잡음 확률밀도함수의 조건을 만족시키는 또 다른 확률밀도함수는 대칭 α -안정 (symmetric α -stable: SaS) 확률밀도함수이다 [8]. 이 분포는 2부에서 초광대역 다중접속 [9-11] 시스템의 성능을 살펴 볼 때 좀 더 자세히 다룰 것이다.

III. 결정 영역의 보기

이제, 정규 분포, 코쉬 분포, t -분포에서, 제안한 결정 영역을 좀더 구체적으로 얻어 보자. 여기서, 코쉬 분포와 t -분포의 확률밀도함수는 꼬리가 무거운, 곧, 꼬리가 정규 확률밀도함수보다 느리게 줄어드는, 확률밀도함수로서 충격성 잡음 환경을 [8, 12] 모형화할 때 자주 쓰인다. 제안한 기준을 쉽게 이해하고자, 제안한 기준을 바탕으로 얻은 결정 영역과 최대 비슷함 기준을 바탕으로 얻은 결정 영역을 분포마다 견주어 본다.

3.1 정규 잡음

잡음 성분 $\{n_k\}_{k=1}^M$ 이 서로 독립이고 분포가 같으며 그 확률밀도함수가

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \exp\left\{-\frac{x^2}{2\sigma^2}\right\} \quad (26)$$

이면 다음을 얻는다.

$$p(\mathbf{r} | s_i, \Theta) = \exp\left\{-\frac{1}{2\sigma^2} \sum_{k=1}^N (r_k - \Theta \varepsilon_{iS_{ik}})^2\right\}. \quad (27)$$

따라서, (7)을 쓰면 아래와 같이 D_i^{ML} 과 D_i^P 를 얻는다.

$$\begin{aligned} D_i^{ML} &= \left\{ \mathbf{r} : \sum_{k=1}^N (r_k - \Theta \varepsilon_{iS_{ik}})^2 \leq \sum_{k=1}^N (r_k - \Theta \varepsilon_{jS_{jk}})^2, \forall j \right\} \\ &= \left\{ \mathbf{r} : \sum_{k=1}^N r_k (\varepsilon_{iS_{ik}} - \varepsilon_{jS_{jk}}) \geq \frac{(\varepsilon_{iS_{ik}}^2 - \varepsilon_{jS_{jk}}^2)\Theta}{2}, \forall j \right\} \end{aligned} \quad (28)$$

$$\begin{aligned} D_i^P &= \left\{ \mathbf{r} : \left\{ \prod_{k=1}^N f(r_k) \right\} \sum_{k=1}^N \frac{r_k \varepsilon_{iS_{ik}}}{\sigma^2} \geq \left\{ \prod_{k=1}^N f(r_k) \right\} \sum_{k=1}^N \frac{r_k \varepsilon_{jS_{jk}}}{\sigma^2}, \forall j \right\} \\ &= \left\{ \mathbf{r} : \sum_{k=1}^N r_k (\varepsilon_{iS_{ik}} - \varepsilon_{jS_{jk}}) \geq 0, \forall j \right\}. \end{aligned} \quad (29)$$

3.2 코쉬 잡음

잡음 성분 $\{n_k\}_{k=1}^M$ 이 서로 독립이고 분포가 같으며 그 확률밀도함수가 아래와 같이 중앙값이 0인 코쉬 확률밀도함수라 두자.

$$f(x) = \frac{\gamma}{\pi(x^2 + \gamma^2)}. \quad (30)$$

여기서, $\gamma > 0$ 은 퍼짐 매개변수라 부르며 분포의 퍼짐을 결정한다^{6, 8}. 그러면, 결정 영역 D_i^{ML} 과 D_i^P 를 아래와 같이 얻을 수 있다.

$$D_i^{ML} = \left\{ \mathbf{r} : \prod_{k=1}^N \frac{(r_k - \Theta \varepsilon_{jS_{jk}})^2 + \gamma^2}{(r_k - \Theta \varepsilon_{iS_{ik}})^2 + \gamma^2} \geq 1, \forall j \right\} \quad (31)$$

$$D_i^P = \left\{ \mathbf{r} : \sum_{k=1}^N \frac{r_k (\varepsilon_{iS_{ik}} - \varepsilon_{jS_{jk}})}{r_k^2 + \gamma^2} \geq 0, \forall j \right\}. \quad (32)$$

3.3 t-분포 잡음

잡음 성분 $\{n_k\}_{k=1}^M$ 이 서로 독립이고 분포가 같으며 그 확률밀도함수가 아래와 같은 t-확률밀도함수라 두자.

$$f(x) = \frac{\Gamma((v+1)/2)}{\sqrt{\pi v} \Gamma(v/2)} (1+x^2/v)^{-(v+1)/2}. \quad (33)$$

그러면, 결정 영역 D_i^{ML} 과 D_i^P 는 다음과 같다.

$$D_i^{ML} = \left\{ \mathbf{r} : \prod_{k=1}^N \frac{1+(r_k - \Theta \varepsilon_{iS_{ik}})^2/v}{1+(r_k - \Theta \varepsilon_{jS_{jk}})^2/v} \geq 1, \forall j \right\} \quad (34)$$

$$D_i^P = \left\{ \mathbf{r} : \sum_{k=1}^N \frac{r_k(\varepsilon_{iS_{ik}} - \varepsilon_{jS_{jk}})}{1+r_k^2/v} \geq 0, \forall j \right\}. \quad (35)$$

이때, (35)는 코쉬 잡음에서 얻은 (32)와 본질적으로 같은 것이다. 이는 코쉬 잡음이 t-잡음의 특수한 때이기 때문이다.

3.4 토의

식 (28), (31), (34)에서 알 수 있듯이 최대 비슷함 기준을 바탕으로 얻은 결정 영역은 Θ 를 알아야 쓸모 있다. 이것은 실제 통신환경에서 최대 비슷함 기준을 쓰려면 Θ 를 추정해야 한다는 것을 뜻한다. 따라서, Θ 를 정확히 추정하지 않으면 검파기의 성능은 최적성능에서 꽤 벗어날 수 있다. 한편, (29), (32), (35)에서 알 수 있듯이 제안한 기준을 바탕으로 얻은 결정 영역은 Θ 와 상관없다. 곧, 제안한 검파기준을 쓰는 검파기는 최대 비슷함 기준을 쓰는 검파기와 견주어서 그 열개가 간단할 것이다. 이 논문의 2부에서는 이와 같은 사실을 확인하고, 최대 비슷함 기준을 쓰는 검파기와 제안한 기준을 쓰는 검파기의 성능이 많이 다르지 않음을 보일 것이다.

최대 비슷함 기준과 제안한 기준의 결정 영역을 신호 기법에 따라 얻어 부록 2에 보였다. 정리 4에서 알 수 있듯이, 직교 크기 변조 신호 (quadrature amplitude modulation: QAM), 위상 천이 변조 신호, 직교 신호 방식을 쓰면, 정규 환경에서 에너지가 같을 때, 최대 비슷함 기준과 제안한 기준의 결정 영역이 같다. 한편, 정리 3에 나온 조건은 충분조건이므로 이 조건을 만족시키지 않더라도 간섭 모형과 신호 기법에 따라 제안한 기준과 최대 비슷함 기준을 바탕으로 얻은 결정 영역이 같을 때가 있다.

IV. 맺음말

이 논문에서는 약한 다진 신호에 알맞은 새로운 검파기준을 제안하였다. 제안한 검파기준은 신호의 세기가 약할 때 잘못 확률을 가장 작게 한다는 뜻에서 최적이다. 제안한 검파기준은 어떤 때에는 최대 비슷함 검파기준과 같다. 보기를 들면, 신호 세기가 모두 같고, 잡음 성분의 결합 확률밀도함수가 변수 제곱을 더한 것의 함수이며, 극대점이 하나일 때 그러하다. 제안한 검파기준을 쓰면 신호 세기를 추정하지 않고도 신호를 검파할 수 있고, 따라서 검파 열개가 최대 비슷함 검파기준을 쓸 때보다 간단하다.

2부에서는 제안한 검파기준을 바탕으로 얻은 검파기를 초광대역 다중접속 시스템에 쓸 때, 충격성 간섭에서 그 성능을 살펴볼 것이다. 제안한 검파기는 최적 검파기와 견주어 열개가 간단하고 그 성능이 거의 같다는 것과 제안한 검파기가 충격성 간섭에서 정규-최적 검파기보다 더 뛰어나다는 것을 모의실험으로 보일 것이다.

부록 1: 신호 기법 보기

1. 신호가 있고 없음으로 변조(on-off keyed: OOK) 신호 ($N=1$)

너비가 T_s 인 단위 에너지 신호를 $u(t)$ 라 (보기: $u(t) = \cos(2\pi ft)/\sqrt{T_s}$, $f \gg T_s$) 하면, 이를 바탕으로, $s_1(t) = \Theta u(t)$ 와 $s_2(t) = 0$ 이라 둘 수 있다. 이때, $\psi_1(t) = u(t)$, $\varepsilon_1 = 1$, $\varepsilon_2 = 2$, $s_{11} = 1$, 그리고 $s_{21} = 1$ 을 얻을 수 있다.

2. 위상 천이 변조 (phase shift keyed: PSK) 신호 ($N=2$)

먼저, $\{s_i(t)\}_{i=1}^M$ 을 아래와 같이 쓸 수 있다.

$$s_i(t) = \frac{\Theta}{\sqrt{T_s}} \cdot \cos(2\pi ft + 2\pi i/M), \quad f \gg T_s. \quad (37)$$

그러면, 바탕 함수는 $\psi_1(t) = \cos(2\pi ft)/\sqrt{T_s}$ 와 $\psi_2(t) = -\sin(2\pi ft)/\sqrt{T_s}$ 이고, $i=1, 2, \dots, M$ 일 때, $s_{i1} = \cos(2\pi i/M)$, $s_{i2} = \sin(2\pi i/M)$, 그리고 $\varepsilon_i = 1$ 을 얻을 수 있다.

부록 2: 결정 영역 보기

정규 잡음과 한변량 코쉬 잡음에서 국소최적 비 선형성 $g_{LO}(x) = -\frac{f'(x)}{f(x)}$ 를 얻으면 각각 아래와 같다.

$$g_G(x) = \frac{x}{\sigma^2}, \tag{38}$$

$$g_C(x) = \frac{2x}{x^2 + \gamma^2}. \tag{39}$$

이제, (28), (29), (31), (32), (34), (35), 부록 1에서 얻은 것을 써서 아래와 같이 신호 기법과 간섭 모형에 알맞은 결정 영역을 얻을 수 있다.

1. 신호가 있고 없음으로 변조한 신호

정규 잡음과 한변량 코쉬 잡음에서 결정 영역 D_i^{ML} 과 D_i^P 를 얻으면 아래와 같다.

$$\begin{cases} D_1^{ML} = \{ \mathbf{r} : r_1 \geq \theta/2 \} \\ D_2^{ML} = \{ \mathbf{r} : r_1 \leq \theta/2 \}, \end{cases} \tag{40}$$

$$\begin{cases} D_1^P = \{ \mathbf{r} : r_1 \geq 0 \} \\ D_2^P = \{ \mathbf{r} : r_1 \leq 0 \}. \end{cases} \tag{41}$$

2. 위상 천이 변조 신호

위상 천이 변조 신호에서 결정 영역 D_i^P 를 얻으면 아래와 같다.

$$D_i^P = \left\{ \mathbf{r} : g_{LO}(r_1) \cos \frac{2\pi i}{M} + g_{LO}(r_2) \sin \frac{2\pi i}{M} \right.$$

$$\begin{aligned} & \geq g_{LO}(r_1) \cos \frac{2\pi j}{M} \\ & \left. + g_{LO}(r_2) \sin \frac{2\pi j}{M}, \forall j \right\} \\ = & \left\{ \mathbf{r} : \left\{ g_{LO}(r_2) \cos \frac{(i+j)\pi}{M} - \right. \right. \\ & \left. \left. g_{LO}(r_1) \sin \frac{(i+j)\pi}{M} \right\} \right. \\ & \left. \cdot \sin \frac{(i-j)\pi}{M} \geq 0, \forall j \right\}. \end{aligned} \tag{42}$$

좀 더 구체적으로, 정규 잡음과 한변량 코쉬 잡음에서 결정 영역 (42)를 보이면 아래와 같다.

정규 잡음

$$\begin{aligned} D_i^{ML} &= D_i^P \\ &= \left\{ \mathbf{r} : \left\{ r_2 \cos \frac{(i+j)\pi}{M} \right. \right. \\ & \left. \left. - r_1 \sin \frac{(i+j)\pi}{M} \right\} \right. \\ & \left. \cdot \sin \frac{(i-j)\pi}{M} \geq 0, \forall j \right\}. \end{aligned} \tag{43}$$

여기서, $M=2$ 이면 결정 영역 (43)을 아래와 같이 쓸 수 있다.

$$\begin{cases} D_1^{ML} = D_1^P = \{ \mathbf{r} : r_1 \leq 0 \} \\ D_2^{ML} = D_2^P = \{ \mathbf{r} : r_1 \geq 0 \}. \end{cases} \tag{44}$$

한편, 그림 2와 3은 각각 $M=3,4$ 일 때 결정 영역 (43)을 나타낸다. 이 그림들에서 R_i 는 D_i^P 를 뜻한다.

한변량 코쉬 잡음

$$D_i^{ML} = \left\{ \mathbf{r} : \left[\left((r_1 - \theta \cos(2\pi i/M))^2 + \gamma^2 \right) \cdot \left((r_2 - \theta \sin(2\pi i/M))^2 + \gamma^2 \right) \right] / \left[\left((r_1 - \theta \cos(2\pi j/M))^2 + \gamma^2 \right) \right] \right.$$

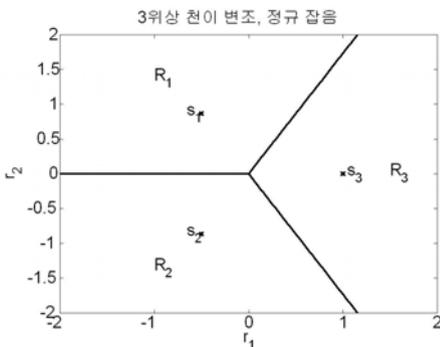


그림 2. 정규 잡음에서 3위상 천이 변조 신호를 쓸 때의 결정 영역

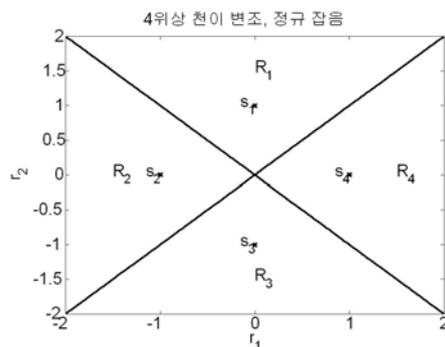
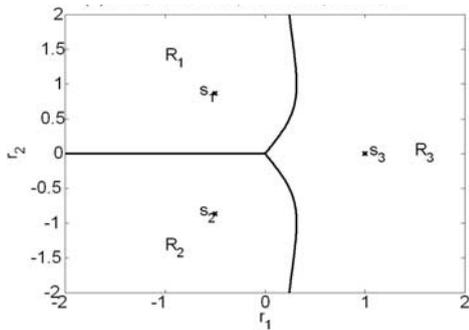


그림 3. 정규 잡음에서 4위상 천이 변조 신호를 쓸 때의 결정 영역

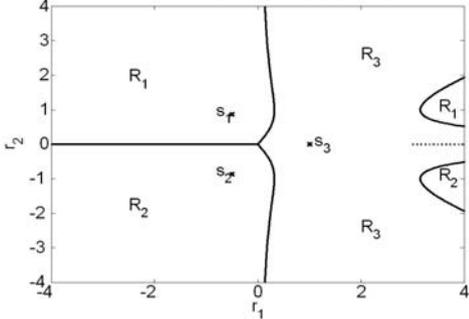
$$\cdot ((r_2 - \Theta \sin(2\pi j/M))^2 + \gamma^2) \leq 1, \forall j, \quad (45)$$

$$D_i^p = \left\{ \mathbf{r} : \left\{ \begin{aligned} &\frac{r_2}{r_1^2 + \gamma^2} \cos \frac{(i+j)\pi}{M} \\ &- \frac{r_1}{r_1^2 + \gamma^2} \sin \frac{(i+j)\pi}{M} \end{aligned} \right\} \cdot \sin \frac{(i-j)\pi}{M} \geq 0, \forall j \right\} \quad (46)$$

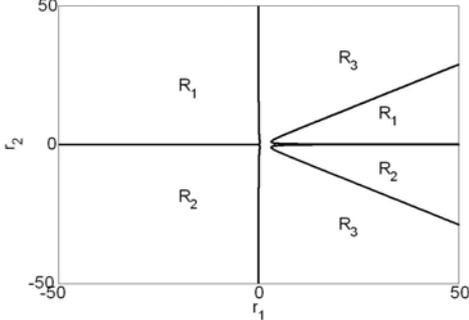
여기서, 한변량 코쉬 잡음에서 이진 위상 천이 변조한 신호를 바탕으로 얻은 결정 영역이 정규 잡음에서 얻은 결정 영역 (44)와 같다는 것을 알 수 있다. 그림 4와 5는 각각 $M=3, 4$ 일 때 $\gamma=1$ 이라 두고



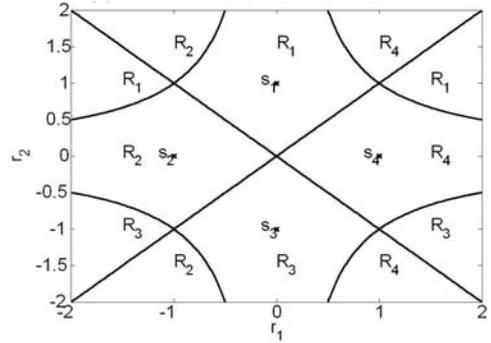
(a) 3위상 천이 변조, 코쉬 잡음, 좁은 영역



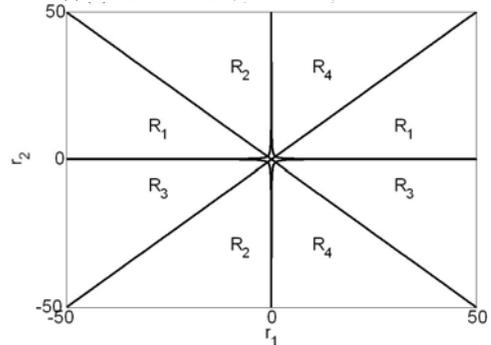
(b) 3위상 천이 변조, 코쉬 잡음, 중간 영역



(c) 3위상 천이 변조, 코쉬 잡음, 넓은 영역
그림 4. 한변량 코쉬 잡음에서 3위상 천이 변조한 신호를 쓸 때의 결정 영역



(a) 4위상 천이 변조, 코쉬 잡음, 좁은 영역



(b) 4위상 천이 변조, 코쉬 잡음, 넓은 영역

그림 5. 한변량 코쉬 잡음에서 4위상 천이 변조한 신호를 쓸 때의 결정 영역

얻은 결정 영역 (46)을 보여준다. 점 $(r_1, r_2) = (0, 0)$ 가까이에서의 결정 영역은 정규 잡음일 때 결정 영역과 같다는 것을 알 수 있다. 그림 4에서, $r_1 > 0$ 일 때, 결정 영역의 경계선은 $\sqrt{3}r_1(r_1^2 + r_2^2) \pm r_2(r_1^2 + \gamma^2) = 0$ 이라고 쓸 수 있는데, 이는 $(r_1, r_2) = (0, 0)$ 가까이에서 $\sqrt{3}r_1 \pm r_2 = 0$ 로 어렵 잡을 수 있다. 한편, 그림 5에서 결정 영역의 경계선을 나타내는 식은 $r_2 = \pm r_1$ 과 $r_1 r_2 = \pm \gamma^2$ 이다.

참 고 문 헌

[1] I. Song, J. Bae, and S. Y. Kim, *Advanced Theory of Signal Detection*, Springer-Verlag, 2002.
 [2] E. L. Lehmann, *Testing Statistical Hypotheses*, 2nd ed., John Wiley and Sons, New York, 1986.
 [3] R. S. Blum and M. C. Deans, "Distributed random signal detection with multibit sensor decisions", *IEEE Trans. Inform. Theory*, vol. 44, pp. 516-524, March 1998.

- [4] 배진수, 박현경, 송익호, “국소 최적 순위 검파기의 점수 함수의 합과 가중합”, 한국통신학회 논문지, 27권, 6A호, 517-523쪽, 2002년 6월.
- [5] 윤석호, 김선용, ”시드 누적 순차적 추정 기법을 이용한 낮은 신호대잡음비 환경에서의 의사 잡음 부호 획득”, 한국통신학회 논문지, 28권, 9A호, 678-683쪽, 2003년 9월.
- [6] G. Samorodnitsky and M. S. Taquq, *Non-Gaussian Random Processes: Stochastic Models with Infinite Variance*, Chapman and Hall, 1994.
- [7] N. L. Johnson and S. Kotz, *Distributions in Statistics: Continuous Multivariate Distributions*, John Wiley and Sons, New York, 1972.
- [8] G. A. Tsihrintzis and C. L. Nikias, “Incoherent receiver in alpha-stable impulsive noise”, *IEEE Trans. Signal Process.*, vol. 43, pp. 2225-2229, Sep. 1995.
- [9] 조병록, 김태영, Brant Parr, “FCC 신호 스펙트럼에 적합한 M-ary PPM UWB 시스템의 성능분석”, 한국통신학회 논문지, 28권, 8A호, 633-643쪽, 2003년 8월.
- [10] 양석철, 신요안, “동일 상관 신호군을 이용하는 M-ary UWB 다원 접속 시스템에서 PN 부호 기반 시간 도약 시퀀스의 성능”, 한국통신학회 논문지, 28권, 10A호, 816-829쪽, 2003년 10월.
- [11] B. Hu and N. C. Beaulieu, “Accurate evaluation of multiple-access performance in TH-PPM and TH-BPSK UWB systems”, *IEEE Trans. Comm*, vol. 52, pp. 1758-1766, Oct. 2004.
- [12] 박철훈, 송익호, 남동경, 확률과정, 생능출판사, 2004.

박 소 령 (So Ryoung Park)

정회원



1997년 2월 연세대학교 전자공학과 공학사

1999년 2월 한국과학기술원 전기및전자공학과 공학석사

2002년 2월 한국과학기술원 전자전산학과 공학박사

2003년~현재 가톨릭대학교 정보통신전자공학부 조교수

<관심분야> 이동통신, 다중접속, 통계학적 신호처리

구 진 규 (Jinkyu Koo)

준회원



2001년 8월 고려대학교 전기전자공학부 공학사

2004년 2월 한국과학기술원 전자전산학과 공학석사

<관심분야> 이동통신, 통신이론, 통신신호처리

오 종 호 (Jongho Oh)

준회원



2004년 2월 한국과학기술원 전자전산학과 공학사

2004년 3월~현재 한국과학기술원 전자전산학과 석사과정

<관심분야> 이동통신, 정보이론, 검파와 추정

권 형 문 (Hyoungmoon Kwon)

준회원



2000년 2월 연세대학교 기계전자공학부 전기전자전공 공학사

2002년 3월 한국과학기술원 전기및전자공학과 공학석사

2002년 3월~현재 한국과학기술원 전자전산학과 박사과정

<관심분야> 이동통신, 통계학적 신호처리, 검파와 추정

송 익 호 (Ickho Song)

종신회원

한국통신학회 논문지 제30권 5호 참조