

레일리 감쇄 채널에서 차분 문턱값 검정을 쓴 M 진 주파수 편이 변조 신호검파

정회원 김 홍 직*, 준회원 강 현 구**, 종신회원 김 선 용***,
준회원 권 형 문**, 정회원 방 만 원****, 종신회원 송 익 호**

Detection of M -FSK Signals with Difference Threshold Test in Rayleigh Fading Channels

Hong Jik Kim* *Regular Member*, Hyun Gu Kang** *Associate Member*,
Sun Yong Kim*** *Lifelong Member*, Hyoungmoon Kwon** *Associate Member*,
Man-Won Bang**** *Regular Member*, Ickho Song** *Lifelong Member*

요 약

차분 문턱값 검정에서는 (difference threshold test: DTT) 에너지 검파기 출력들 가운데 가장 큰 출력과 둘째로 큰 출력의 차이가 문턱값을 넘지 않으면 심벌을 잃음으로 본다. 변조 크기와 다양성 차수가 유한하면, M 진 주파수 편이 신호를 검파할 때 차분 문턱값 검정이 비율 문턱값 검정보다 (ratio threshold test: RTT) 성능이 좋다는 것을 보이고, 변조 크기와 다양성 차수가 무한히 클 때의 점근 성능을 알아본다. 차분 문턱값 검정을 쓰거나 비율 문턱값 검정을 쓰거나 잘못 없이 통신할 수 있는 가장 작은 신호대잡음비는 같다는 것을 보인다.

Key Words : difference threshold test, Ratio Threshold Test, frequency shift keying, Reed-Solomon coding, diversity.

ABSTRACT

The difference threshold test (DTT) declares erasures whenever the difference between the largest and second largest energy detector outputs does not exceed a given threshold. We show that the DTT outperforms the ratio threshold test (RTT) for finite modulation size and diversity order in the detection of M -FSK signals. The asymptotic performance for infinite modulation size and diversity order is then investigated. It is shown that the minimum signal-to-noise ratio required to achieve error-free communication for the DTT is the same as that for the RTT.

I. 머리말

비율 문턱값 검정에서는 에너지 검파기 출력들 가운데 가장 큰 출력과 둘째로 큰 출력의 비율이

문턱값보다 작으면 잃음으로 본다^[1]. 한편, 베이스 (Bayesian) 검정은^[2] 비율 문턱값 검정보다 성능이 꽤 좋지만, 알고리즘이 복잡하고, 채널상태정보를 (channel state information: CSI) 알아야 쓸 수 있

* LG전자 네트워크 연구소 (hongjikkim@kaist.ac.kr)

** 한국과학기술원 전자전산학과 ({khg, kwon}@Sejong.kaist.ac.kr, i.song@ieee.org)

*** 건국대학교 전자공학부 (kimsy@konkuk.ac.kr),

**** 목포대학교 전자공학과 (mwbang@chungkye.mokpo.ac.kr)

논문번호 : KICS2004-12-330, 접수일자 : 2004년 12월 22일

※ 이 논문은 과학기술부에서 지원하고 한국과학재단이 주관하는 국가지정연구실 사업의 지원을 받아 연구한 것입니다.

다. 차분 문턱값 검정에서는 에너지 검파기 출력들 가운데 가장 큰 출력과 둘째로 큰 출력의 차이가 문턱값보다 작으면 잃음으로 본다^[3]. 차분 문턱값 검정은 베이스 검정을 어렵한 것이지만, 베이스 검정과 거의 같은 성능을 보인다. 더욱이, 차분 문턱값 검정은 채널상태정보를 쓰지 않으며, 비율 문턱값 검정보다 구현하기 쉽다. 그러므로, 차분 문턱값 검정은 비율 문턱값 검정을 쓰는 어떤 시스템에도 쉽게 쓸 수 있다. 한편, [4]에서는 채널이 하나일 때와 채널이 여럿일 때 리드-솔로몬 부호를 쓴 M 진 직교 주파수 편이 변조 신호에 적용된 비율 문턱값 검정의 한계 성능을 알아보았다. 변조 크기 M 이 무한히 클 때의 점근 성능을 알아봄으로써 잘못 없이 통신할 수 있는 가장 작은 신호대잡음비를 얻었다.

이 논문에서는 채널이 여럿일 때 L 차 다양성 수신과 리드-솔로몬 부호를 쓴 비동기 M 진 직교 주파수 편이 변조 신호에 알맞은 차분 문턱값 검정을 알아본다. 변조 크기 M 과 다양성 차수 L 이 유한할 때 차분 문턱값 검정이 비율 문턱값 검정보다 성능이 좋음을 보인다. 또한 차분 문턱값 검정의 점근 성능을 알아보고, M 이 무한히 클 때, 차분 문턱값 검정에서 잘못 없이 통신할 수 있는 가장 작은 신호대잡음비와 비율 문턱값 검정에서 잘못 없이 통신할 수 있는 가장 작은 신호대잡음비가 같음을 보인다.

II. 시스템 모형

이 논문에서 생각하는 송신기, 채널, 수신기 모형을 그림 1에 보였다. 리드-솔로몬 부호와^[5] L 차 다양성 수신을 쓴 비동기 M 진 직교 주파수 편이 변조 신호를 생각해 보자. 부호 길이가 $n=M-1$ 이고, 부호율이 $r=k/n$ 인 (n, k) 리드-솔로몬 부호로 정보원을 부호화한다고 두자. 이상적으로 바뀌는기를 끝낸 뒤, $\log_2 M$ 비트로 이루어진 부호 심벌을 직교 신호 M 개 가운데 하나인 $s_i(t) A \cos(2\pi f_i t)$ 로 바꾼다. 여기서, $i=1, 2, \dots, M-1$ 이고 $0 \leq t \leq T$ 이다. 이 식에서 A 는 신호의 진폭, f_i 는 i 제 톤 주파수, 그리고 T 는 심벌 간격이다. 톤 주파수 $\{f_i\}$ 를 신호 $\{s_i(t)\}$ 가 $i=1, 2, \dots, M-1$ 일 때 $|f_{i+1}-f_i| = 1/T$ 가 되도록, 곧 비동기 직교로 고른다.



그림 1. 시스템 모형: 송신기, 채널, 그리고 수신기

주파수 비 선택적이고 느리게 바뀌는 레일리 감쇄를 겪는 독립 채널 L 개를 생각해 보자. 신호 $s_1(t)$ 를 보냈을 때, l 제 다양성 가지가 받은 신호 $r_l(t)$ 는

$$r_l(t) = g_l A \cos(2\pi f_1 t + \theta_l) + n_l(t) \quad (1)$$

이며, 여기서, $l=0, 1, \dots, L-1$ 그리고 $0 \leq t \leq T$ 이다. 한편, g_l 과 θ_l 은 각각 l 제 다양성 채널이 일으킨 진폭과 위상을 나타내며, $n_l(t)$ 는 한쪽 전력 밀도가 N_0 인 흰빛 정규잡음이다. 심벌 간격동안 $\{g_l\}$ 과 $\{\theta_l\}$ 은 바뀌지 않고, g_l 은 레일리^[6] 확률변수이며, θ_l 은 $[0, 2\pi)$ 사이에 고르게 퍼져 있다고 둔다.

다양성 채널마다 에너지 검파기 M 개가 이루는 비동기 수신기를 생각해 보자. 그러면, l 제 다양성 가지의 m 제 에너지 검파기 출력은

$$Z_{m,l} = \left(\sqrt{\frac{2}{T}} \int_0^T r_l(t) \cos(2\pi f_m t) dt \right)^2 + \left(\sqrt{\frac{2}{T}} \int_0^T r_l(t) \sin(2\pi f_m t) dt \right)^2 = \begin{cases} \left(\sqrt{\frac{A^2 T}{2}} g_l \cos \theta_l + n_{c,l} \right)^2 + \left(\sqrt{\frac{A^2 T}{2}} g_l \sin \theta_l + n_{s,l} \right)^2, & m=1, \\ (n_{c,m})^2 + (n_{s,m})^2, & m \neq 1 \end{cases} \quad (2)$$

이다. 여기서, $n_{c,m,l} = \sqrt{\frac{2}{T}} \int_0^T n_l(t) \cdot \cos(2\pi f_m t) dt$

이고 $n_{s,m,l} = \sqrt{\frac{2}{T}} \int_0^T n_l(t) \cdot \sin(2\pi f_m t) dt$ 이며, 이들은 모두 $m=1, 2, \dots, M$ 일 때 평균이 0, 분산이 $N_0/2$ 인 독립 정규 확률변수이다. 여기서, $g_l \cos \theta_l$ 과 $g_l \sin \theta_l$ 은 평균이 0이고 분산이 $E[g_l^2]/2$ 인 독립 정규 확률변수임을 새겨두자^[7]. 평균 채널 전력 이득 $\{E[g_l^2]\}$ 은 모든 다양성 가지에서^[8] 같으며, $l=0, 1, 2, \dots, L-1$ 일 때 $E[g_l^2]=1/L$ 이라 둔다.

채널 이득을 모르고, 감쇄 $\{g_i\}$ 이 독립 레일리 확률변수일 때 가장 알맞다고 알려진, 이득 같이 모음을 (equal gain combining: EGC) 생각해 보자 [4]. 이득 같이 모음의 m 째 결정 통계량은 다양성 가지의 에너지 검파기 출력 $\{Z_{l,m}\}$ 를 모두 더한 것이며 $m=1, 2, \dots, M$ 일 때

$$Z_m = \sum_{l=0}^{L-1} Z_{m,l} \quad (3)$$

이다. 그러면, Z_m 은 자유도가 $2L$ 인 중심 카이-제곱 확률변수이다[6]. 이제, $s_1(t)$ 를 보냈을 때 Z_m 의 조건부 확률밀도함수 $f_{Z_m}(z | 1)$ 과 조건부 누적분포 함수 $F_{Z_m}(z | 1)$ 은 각각, $z \geq 0$ 일 때,

$$f_{Z_m}(z | 1) = \frac{1}{(2\sigma_m^2)^L(L-1)!} z^{L-1} e^{-\frac{z}{2\sigma_m^2}} \quad (4)$$

와

$$F_{Z_m}(z | 1) = 1 - e^{-\frac{z}{2\sigma_m^2}} \sum_{l=0}^{L-1} \frac{1}{l!} \left(\frac{z}{2\sigma_m^2}\right)^l \quad (5)$$

이다. 여기서, 다양성 채널 하나에서 받은 부호 심벌 에너지의 평균을 $\overline{E_s} = \frac{1}{2} E[g_i^2] A^2 T = \frac{A^2 T}{2L}$ 라 할 때, $m=1$ 이면 $2\sigma_m^2 = \overline{E_s} + N_0$ 이고, $m \neq 1$ 이면 $2\sigma_m^2 = N_0$ 이다. 부호화율이 $r = k/n$ 인 리드-솔로몬 부호를 썼기 때문에, 받은 정보비트 에너지의 평균은 $\overline{E_b} = \frac{L\overline{E_s}}{r \log_2 M}$ 이다.

III. 성능 분석

리드-솔로몬 부호의 잘못됨 및 잃음으로 보는 복호화에서[9] 잃음으로 보는 방법으로 차분 문턱값 검정을 쓴다고 하자. 차분 문턱값 검정은 에너지 검파기 출력들 가운데 가장 큰 출력과 둘째로 큰 출력의 차이가 문턱값보다 크지 않으면 검파된 심벌을 잃음으로 본다. 그러므로, $s_1(t)$ 를 보냈을 때, 차분 문턱값 검정은 $\gamma \geq 0$, $m \in \{1, 2, \dots, M\}$ 일 때

$$\max_{k \neq m} Z_k \leq Z_m < \max_{k \neq m} Z_k + \gamma N_0 \quad (6)$$

이런 잃음으로 보고, $m \neq 1$ 일 때

$$Z_m \geq \max_{k \neq m} Z_k + \gamma N_0 \quad (7)$$

이런 심벌 잘못됨이 일어나며,

$$Z_1 \geq \max_{k \neq 1} Z_k + \gamma N_0 \quad (8)$$

이런 심벌을 바르게 얻는다. 여기서, 성능이 $\overline{E_b}$ 와 N_0 따로 따로에 의존하는 것이 아니라 $\overline{E_b}/N_0$ 에 의존하도록 문턱값 γN_0 를 정했다. 널리 알려진 굳은 판정은 $\gamma=0$ 일 때 제안한 시스템과 같음을 새겨두자.

신호들의 대칭성 때문에, 신호들을 같은 확률로 보낸다면 심벌을 바르게 얻을 확률, 심벌을 잘못 얻을 확률, 심벌을 잃음으로 볼 확률은 보낸 신호와 독립이다. 그러므로, $s_1(t)$ 를 보내었다고 둘 수 있다. 그러면, $\{Z_m, m=2, 3, \dots, M\}$ 은 서로 독립이고 분포가 같은 확률변수이므로 문턱값이 γ 일 때, 심벌을 바르게 얻을 확률은

$$\begin{aligned} p_c(\gamma) &= Pr\left(Z_1 \geq \max_{k \neq 1} Z_k + \gamma N_0 \mid 1\right) \\ &= \int_{\gamma N_0}^{\infty} Pr\left(\max_{k \neq 1} Z_k \leq z - \gamma N_0 \mid 1\right) f_{Z_1}(z | 1) dz \\ &= \int_{\gamma N_0}^{\infty} F_{Z_2}^{M-1}(z - \gamma N_0 | 1) f_{Z_1}(z | 1) dz, \end{aligned} \quad (9)$$

심벌을 잘못 얻을 확률은

$$\begin{aligned} p_e(\gamma) &= Pr\left(\bigcup_{m=2}^M Z_m \geq \max_{k \neq m} Z_k + \gamma N_0 \mid 1\right) \\ &= (M-1) \int_{\gamma N_0}^{\infty} Pr\left(\max_{k \neq 2} Z_k \leq z - \gamma N_0 \mid 1\right) \\ &\quad \cdot f_{Z_2}(z | 1) dz \\ &= (M-1) \int_{\gamma N_0}^{\infty} F_{Z_1}(z - \gamma N_0 | 1) F_{Z_2}^{M-2} \\ &\quad \cdot (z - \gamma N_0 | 1) f_{Z_2}(z | 1) dz, \end{aligned} \quad (10)$$

그리고, 심벌을 잃음으로 볼 확률은

$$p_{er}(\gamma) = 1 - p_c(\gamma) - p_e(\gamma) \quad (11)$$

이다. 곧, (n, k) 리드-솔로몬 부호 시스템이 크게 복호할 확률 P_E 는

$$P_E = 1 - \sum_{e=0}^{n-k} \sum_{t=0}^{\lfloor \frac{n-k-e}{2} \rfloor} \binom{n}{e, t} [p_{er}(y)]^e \cdot [p_e(y)]^t [p_c(y)]^{n-e-t} \quad (12)$$

이다.

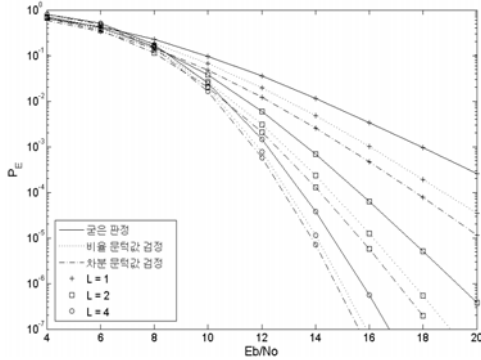


그림 2. 레일리 감쇄 채널에서 (7,3) 리드-솔로몬 부호를 쓸 때, 굳은 판정, 차분 문턱값 검정, 그리고 비율 문턱값 검정이 그렇게 복호할 확률

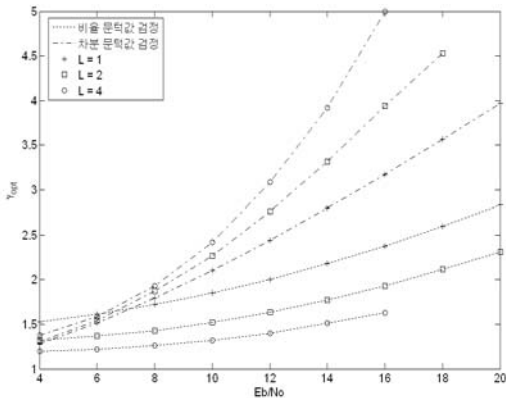


그림 3. 레일리 감쇄 채널에서 (7,3) 리드-솔로몬 부호를 쓸 때, 비율 문턱값 검정과 차분 문턱값 검정의 최적 문턱값

그림 2는 (7,3) 리드-솔로몬 부호를 쓴 시스템에서 P_E 를 $\overline{E_b}/N_0$ 의 함수로 보여준다. 차분 문턱값 검정은 비율 문턱값 검정보다 성능이 좋지만 M 과 L 이 클수록 성능 이득이 줄어든다. 이 논문에서는, 그림 3에 보인 것처럼, 차분 문턱값 검정과 비율 문턱값 검정의 문턱값을 $\overline{E_b}/N_0$ 마다 수치 방법으로 최적값을 얻어 썼다. 한편, P_E 는 수치적분 방법으로 계산하였다.

그림 4는 라이스 감쇄 채널에서 $L=2$ 이고, (7,3) 리드-솔로몬 부호를 쓸 때, 차분 문턱값 검정과 비율 문턱값 검정이 그렇게 복호할 확률을 건

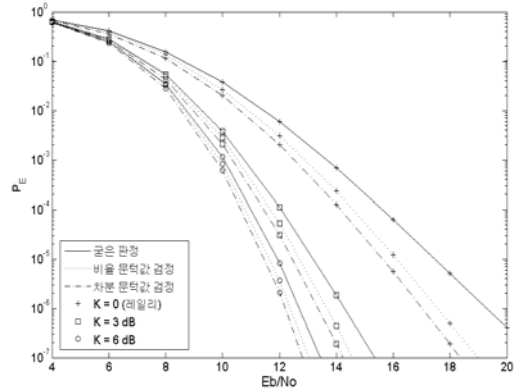


그림 4. 라이스 감쇄 채널에서 $L=2$ 이고, (7,3) 리드-솔로몬 부호를 쓸 때, 굳은 판정, 비율 문턱값 검정, 그리고 차분 문턱값 검정이 그렇게 복호할 확률

주었다. 라이스 인수 K 는 라이스 감쇄 채널의 반사성분과 확산성분의 비율이며 다양성 채널 L 개에서 모두 같다고 두었다. 이때, $K=0$ 이면 레일리 감쇄 채널임을 새겨두자. 이 그림에서, $K=0, 10^{0.3}$ (3 dB), 그리고 $10^{0.6}$ (6 dB)일 때 차분 문턱값 검정이 비율 문턱값 검정보다 성능이 뛰어난 것을 볼 수 있다. 라이스 감쇄 채널은 라이스 인수 K 가 클수록 정규 잡음 채널에 가까워지기 때문에, K 가 클수록 성능이득은 작아진다.

IV. 점근 성능 분석

4.1 변조 크기가 클 때 점근 성능 분석

이제, M 이 무한히 클 때 점근 확률 $\lim_{M \rightarrow \infty} p_c(y)$,

$\lim_{M \rightarrow \infty} p_e(y)$ 와 $\lim_{m \rightarrow \infty} p_{er}(y)$ 를 얻어 보자. 결정 통계

량의 조건부 확률밀도함수 (4)와 조건부 누적분포함수 (5)를 (9)에 넣고 $u=z/2\sigma_1^2$ 라 하면

$$p_c(y) = \int_{\sqrt{N_0}/2\sigma_1^2}^{\infty} C(u) \frac{u^{L-1} e^{-u}}{(L-1)!} du \quad (13)$$

이고, $N_0 = 2\sigma_0^2$ 이기 때문에

$$C(u) = \left[1 - e^{-\left(\frac{\sigma_1^2}{\sigma_0^2} u - y\right)} \sum_{l=0}^{L-1} \frac{1}{l!} \left(\frac{\sigma_1^2}{\sigma_0^2} u - y\right)^l \right]^{M-1} \quad (14)$$

이다. 이제, $x_M = \frac{\sigma_1^2}{\sigma_0^2} u - y$ 라 두면 (14)는

$$C(u) = \left(1 - e^{-x_M} \sum_{l=0}^{L-1} \frac{x_M^l}{l!}\right) \exp\left\{\frac{\beta}{u}(x_M + y - u)\right\}^{-1} \quad (15)$$

로 쓸 수 있는데, 여기서, $\beta = \frac{LN_0 \ln 2}{rE_b}$ 이다. 식 (13)에서 $C(u)$ 는 오직 M 에 의존하는 식임을 새겨 두자. 르베그의 지배수렴 정리와¹⁰⁾, $\lim_{M \rightarrow \infty} (yN_0/2\sigma_1^2) = 0$ 을 쓰면, 심벌을 바르게 얻을 접근 확률은

$$\lim_{M \rightarrow \infty} p_c(y) = \int_0^\infty \left[\lim_{M \rightarrow \infty} C(u)\right] \frac{u^{L-1} e^{-u}}{(L-1)!} du \quad (16)$$

이다. 이제, b 가 확장된 실수계일 때, $\lim_{x \rightarrow b} g(x)/h(x) = 1$ 이면 $\lim_{x \rightarrow b} f(x)g(x) = \lim_{x \rightarrow b} f(x) \cdot h(x)$ 임을 새기고, $\lim_{x \rightarrow 0} (\ln(1+x))/x = 1$ 을 쓰면, $M \rightarrow \infty$ 일 때 $x_M \rightarrow \infty$ 이므로, $C(u)$ 의 자연 대수의 극한은 아래와 같다.

$$\begin{aligned} \lim_{M \rightarrow \infty} \ln C(u) &= \lim_{M \rightarrow \infty} [e^{\frac{\beta}{u}(x_M + y - u)} - 1] \\ &\quad \cdot \ln\left(1 - e^{-x_M} \sum_{l=0}^{L-1} \frac{x_M^l}{l!}\right) \\ &= \lim_{M \rightarrow \infty} \left[-e^{\left(\frac{\beta}{u}-1\right)x_M} \sum_{l=0}^{L-1} \frac{x_M^l}{l!}\right] \\ &= \begin{cases} -\infty, & \beta/u > 1, \\ 0, & 0 < \beta/u < 1. \end{cases} \end{aligned} \quad (17)$$

그러므로, $C(u)$ 의 극한은

$$\lim_{M \rightarrow \infty} C(u) = I(u > \beta) \quad (18)$$

이며, 여기서, $I(\cdot)$ 은 x 가 참이면 $I(x) = 1$, 그렇지 않으면 $I(x) = 0$ 인 지시함수이다. 그러면, (16)에서 심벌을 바르게 얻을 접근 확률은 아래와 같다.

$$\begin{aligned} \lim_{M \rightarrow \infty} p_c(y) &= \frac{1}{(L-1)!} \int_\beta^\infty u^{L-1} e^{-u} du \\ &= 1 - P\left(L, \frac{LN_0 \ln 2}{rE_b}\right). \end{aligned} \quad (19)$$

여기서, $P(a, x) = \frac{1}{\Gamma(a)} \int_0^x t^{a-1} e^{-t} dt$ 는 불완전 감마함수이며, $\Gamma(a) = \int_0^\infty t^{a-1} e^{-t} dt$ 는 감마함수이다. 차분 문턱값 검정을 쓸 때 심벌을 바르게 얻을 점

근 확률은 문턱값 y 와 독립이라는 점을 새겨두자. 또한, $L=1$ 로 두면, (19)는 채널이 하나일 때의 결과임을 새겨두자. 한편, 비율 문턱값 검정을 쓸 때에 심벌을 바르게 얻을 접근 확률은 아래와 같다⁴⁾.

$$\lim_{M \rightarrow \infty} p_{c, RTT}(y) = 1 - P\left(L, \frac{y_{RTT}^2 LN_0 \ln 2}{rE_b}\right). \quad (20)$$

여기서, y_{RTT} 는 비율 문턱값 검정에서의 문턱값이다. 이 식에서 문턱값이 클수록 심벌을 바르게 얻을 접근 확률은 작아진다는 것을 알 수 있다.

이제, (10)에 $f_{Z_2}(z + yN_0 | 1) = f_{Z_2}(z | 1)e^{-y} \cdot (1 + yN_0/z)^{L-1}$ 을 넣으면, 심벌을 잘못 얻을 확률은

$$\begin{aligned} p_e(y) &= \int_0^\infty F_{Z_1}(z | 1)(M-1)F_{Z_2}^{M-2}(z | 1) \\ &\quad \cdot f_{Z_2}(z + yN_0 | 1) dz \\ &= e^{-y} \int_0^\infty F_{Z_1}(z | 1) \left(1 + \frac{yN_0}{z}\right)^{L-1} \\ &\quad \cdot \frac{d}{dz} \{F_{Z_2}^{M-1}(z | 1)\} dz \\ &= e^{-y} F_{Z_1}(z | 1) \left(1 + \frac{yN_0}{z}\right)^{L-1} F_{Z_2}^{M-1}(z | 1) \Big|_0^\infty \\ &\quad - e^{-y} \int_0^\infty f_{Z_1}(z | 1) \left(1 + \frac{yN_0}{z}\right)^{L-1} F_{Z_2}^{M-1}(z | 1) dz \\ &\quad + e^{-y} \int_0^\infty F_{Z_1}(z | 1)(L-1) \left(1 + \frac{yN_0}{z}\right)^{L-2} \\ &\quad \cdot \frac{yN_0}{z^2} F_{Z_2}^{M-1}(z | 1) dz \end{aligned} \quad (21)$$

이 된다. 위 식에서 마지막 단계에는 부분 적분을 썼다. 식 (21)의 오른쪽에서, 첫항은 e^{-y} 이 됨을 쉽게 알 수 있다. 다음에, $f_{Z_1}(z | 1) = f_{Z_1}(z + yN_0 | 1) \exp(yN_0/2\sigma_1^2) \cdot (1 + yN_0/z)^{-(L-1)}$ 을 (21)의 둘째 식에 넣으면

$$\begin{aligned} &- e^{\left(\frac{N_0}{2\sigma_1^2}-1\right)y} \int_0^\infty F_{Z_2}^{M-1}(z | 1) f_{Z_1}(z + yN_0 | 1) dz \\ &= - e^{\left(\frac{N_0}{2\sigma_1^2}-1\right)y} p_c(y) \end{aligned} \quad (22)$$

가 되는데, $\lim_{M \rightarrow \infty} (yN_0/2\sigma_1^2) = 0$ 이므로, (21)의 극한은 $-e^{-y} \lim_{M \rightarrow \infty} p_c(y)$ 이다. 끝으로 실수 z 가 어떤

값이더라도 $F_{Z_1}(z | 1)(1 + \gamma N_0/z)^{L-2} \cdot \gamma N_0/z^2 \leq B$ 를 만족시키는 실수 B 가 존재하므로 (21)의 마지막 항은 $e^{-\gamma} B \int_0^\infty F_{Z_2}^{M-1}(z | 1) dz$ 보다 작거나 같다. 여기서, 실수 z 가 어떤 값이더라도 $F_{Z_2}(z | 1) < 1$ 이므로 지배수렴정리를 쓰면 (20)의 마지막 항은 M 이 무한히 클 때 0이 된다.

그러므로, 심벌을 잘못 얻을 점근 확률은 다음과 같다.

$$\lim_{M \rightarrow \infty} p_e(\gamma) = e^{-\gamma} P\left(L, \frac{LN_0 \ln 2}{rE_b}\right). \quad (23)$$

곧, 변조 크기 M 이 무한히 커지더라도 차분 문턱값 검정에서 심벌을 잘못 얻을 확률은 0이 아니라는 것이다. 이와 달리, 비율 문턱값 검정에서의 심벌을 잘못 얻을 점근 확률은 아래와 같으며^[4],

$$\lim_{M \rightarrow \infty} p_{e,RTT}(\gamma) = \begin{cases} P\left(L, \frac{LN_0 \ln 2}{rE_b}\right), & \gamma_{RTT} = 1 \\ 0, & \gamma_{RTT} > 1 \end{cases} \quad (24)$$

문턱값이 1보다 크면 0이 된다. 한편, $p_{er}(\gamma) = 1 - p_c(\gamma) - p_e(\gamma)$ 이므로, 심벌을 잃음으로 불 점근 확률은 (19)와 (23)에서

$$\lim_{M \rightarrow \infty} p_{er}(\gamma) = (1 - e^{-\gamma}) \cdot P\left(L, \frac{LN_0 \ln 2}{rE_b}\right) \quad (25)$$

이다. 한편, 비율 문턱값 검정에서 심벌을 잃음으로 불 점근 확률은 아래와 같다^[4].

$$\lim_{M \rightarrow \infty} p_{e,RTT}(\gamma) = \begin{cases} 0, & \gamma_{RTT} = 1 \\ P\left(L, \frac{\gamma_{RTT}^2 LN_0 \ln 2}{rE_b}\right), & \gamma_{RTT} > 1 \end{cases} \quad (26)$$

4.2 다양성 치수가 클 때 점근 성능분석

먼저, $M \rightarrow \infty$ 이고 $L \rightarrow \infty$ 일 때, 심벌을 바르게 얻을 점근 성능을 살펴보자. 식 (19)에 $t = u/L$ 을 넣고 다시 쓰면, 심벌을 바르게 얻을 점근 확률은 아래처럼 나타낼 수 있다.

$$\lim_{M \rightarrow \infty} p_c(\gamma) = \int_0^\infty I\left(t > \frac{N_0 \ln 2}{rE_b}\right) \cdot \frac{t^{L-1} e^{-t/(1/L)}}{(1/L)^L (L-1)!} dt. \quad (27)$$

식 (27)의 적분 안에 있는 함수의 뒷 부분은 자유도 $2L$, 평균 $2L(1/2L) = 1$ 인 카이-제곱 확률밀도 함수이므로, L 이 무한히 클 때 충격함수 $\delta(t-1)$ 이 된다. 따라서 심벌을 바르게 얻을 점근 확률은

$$\lim_{L \rightarrow \infty} \lim_{M \rightarrow \infty} p_c(\gamma) = I\left(\frac{\overline{E_b}}{N_0} > \frac{\ln 2}{r}\right) \quad (28)$$

이다. 곧, $r=1$ 이면 다양성 치수와 변조 크기가 무한히 클 때의 성능은 점근적으로 덧셈 풀 흰 빛 정규잡음 채널에 다가간다.

이제, 문턱값을 바르게 선택했다면, M 이 무한히 클 때의 차분 문턱값 검정과 비율 문턱값 검정의 점근 성능은 같아짐을 보이자. 먼저, $2t + e \leq n - k$ 의 관계를 만족시킬 때, (n, k) 리드-솔로몬 부호는 잘못된 심벌 t 개와 잃은 심벌 e 개를 바로 잡을 수 있다. 한편, $M \rightarrow \infty$ 일 때 블록 길이는 무한하므로, 조건

$$r < 1 - \lim_{M \rightarrow \infty} p_{er}(\gamma) - 2 \lim_{M \rightarrow \infty} p_e(\gamma) \quad (29)$$

를 만족시키면^[4] 차분 문턱값 검정에서 잘못 없이 통신할 수 있다. 이 조건에서, 잘못 없이 통신할 수 있는 가장 작은 신호대잡음비 $\overline{E_b}/N_0$ 를 얻을 수 있다. 점근 확률 (23)과 (25)를 써서 (26)을 다시 나타내면

$$r < 1 - (1 + e^{-\gamma}) P\left(L, \frac{LN_0 \ln 2}{rE_b}\right) \quad (30)$$

이다. 식 (30)을 써서, 잘못 없이 통신할 수 있는 가장 작은 $\overline{E_b}/N_0$ 를 수치적으로 계산할 수 있다. 한편, $\overline{E_b}/N_0$ 가 수렴하도록 γ 를 충분히 크게 골랐다고 두면, $\overline{E_b}/N_0$ 의 수렴값 $(\overline{E_b}/N_0)_{\min}$ 을 얻을 수 있다. 곧, (30)에서 $\gamma = \infty$ 라 하면, $(\overline{E_b}/N_0)_{\min}$

은 $r < 1 - P\left(L, \frac{LN_0 \ln 2}{rE_b}\right)$ 에서 얻을 수 있는데, 이것은 비율 문턱값 검정에서와 같은 결과이다^[4]. 그러므로, 차분 문턱값 검정의 점근 확률은 비율 문턱값 검정과 다르지만, 차분 문턱값 검정에서 잘못 없이 통신할 수 있는 가장 작은 신호대잡음비와 비율 문턱값 검정에서 잘못 없이 통신할 수 있는 가장 작은 신호대잡음비는 같다.

V. 맺음말

이 논문에서는 차분 문턱값 검정을 쓴 M 진 주파수 편이 변조 신호검파를 생각했다. 채널이 여러일 때 리드-솔로몬 부호와 다양성 모음을 쓴 비동기 M 진 직교 주파수 편이 변조 신호에 차분 문턱값 검정을 쓴 것과 비율 문턱값 검정을 쓴 것을 견주었다. 변조 크기와 다양성 차수가 무한히 클 때 차분 문턱값 검정의 성능을 알아보았다. 차분 문턱값 검정이 비율 문턱값 검정보다 성능이 좋지만, 변조 크기와 다양성 차수가 클수록 성능 이득은 줄어들어 든다는 것을 보였다. 변조 크기와 다양성 차수가 무한히 클 때 차분 문턱값 검정의 점근 성능을 얻었다. 문턱값을 알맞게 고른다면, 차분 문턱값 검정에서 잘못 없이 통신할 수 있는 가장 작은 신호대잡음비와 비율 문턱값 검정에서 잘못 없이 통신할 수 있는 가장 작은 신호대잡음비는 같음을 밝혔다.

참 고 문 헌

[1] I.-J. Su and J. Wu, "Performance of BFSK FHMA systems with RTT side information over fading channels," *IEEE Trans. Commun.*, vol. 47, pp. 1785-1787, Dec. 1999.

[2] S. D. Fina and G. E. Corazza, "Bayesian approach for erasure insertion in frequency-hop multiple access-communications with selective fading," *IEEE Trans. Commun.*, vol. 48, pp. 282-289, Feb. 2000.

[3] I.-J. Su and J. Wu, "Difference threshold test for asynchronous BFSK frequency-hopped multiple access systems over Rician channels," *IEE Electron. Lett.*, vol. 35, pp. 1512-1513, Sep. 1999.

[4] J. D. Choi, D. S. Yoo, and W. E. Stark, "Performance limits of M -FSK with Reed-Solomon coding and diversity combining," *IEEE Trans. Commun.*, vol. 50, pp. 1787-1797, Nov. 2002.

[5] 이정운, 양경철, "레이클레이 페이딩 채널에서 단축된 리드-솔로몬 부호를 사용한 하이브리드 재전송요구방식의 성능분석," 한국통신학회 논문지, 21권, 731-736쪽, 1996년 3월.

[6] 박철훈, 송익호, 남동경, 확률과정, 서울: 생능출판사, 2004.

[7] A. Papoulis, *Probability, Random Variables, and Stochastic Processes*, New York: McGraw Hill, 1991.

[8] 이주미, 송익호, 권형문, 김병윤, "길쌘부호화 여러 반송과 직접수열 부호분할 다중접속 시스템의 성능," 한국통신학회 논문지, 27권, 252-258쪽, 2002년 3월.

[9] 김정현, 염창열, 송홍엽, 강구호, 김순태, 백세현, "검출 불능 오류율을 향상시키는 Reed-Solomon 적부호의 이레이저 복호방법," 한국통신학회 논문지, 26권, 427-436쪽, 2001년 4월.

[10] A. Browder, *Mathematical Analysis: An Introduction*, New York: Springer-Verlag, 1996.

김 흥 직 (Hong Jik Kim)

정회원



1995년 2월 포항공과대학교
전기 및 전자공학과 공학사
1997년 2월 한국과학기술원
전자전산학과 공학석사
2005년 2월 한국과학기술원
전자전산학과 공학박사
2002년 9월~현재 LG전자 네

크워크 연구소 선임 연구원

<관심분야> 이동통신, 다중접속, 통신이론, 통신신호처리

강 현 구 (Hyun Gu Kang)

준회원



2004년 8월 고려대학교 전자
및 정보공학부 공학사
2004년 9월~현재 한국과학기술원
전자전산학과 석사과정

<관심분야> 이동통신, 정보이론, 검파와 추정

김 선 용 (Sun Yong Kim)

통신회원

한국통신학회 논문지 제30권 4C호 참조

권 형 문 (Hyoungmoon Kwon) 준회원



2000년 2월 연세대학교 기계전
자공학부 전기전자전공 공학
사

2002년 3월 한국과학기술원 전
자전산학과 공학석사

2002년 3월~현재 한국과학기술
원 전자전산학과 박사과정

<관심분야> 이동통신, 통계학적 신호처리, 검파와 추
정

방 만 원 (Man-Won Bang) 정회원

1974년 2월 명지대학교 공과대학 전자공학과 공학
사

1977년 2월 명지대학교 전자공학과 공학석사

1987년 2월 명지대학교 전자공학과 공학박사

1988년 3월~현재 목포대학교 전자공학과 교수

<관심분야> 통신이론, 음성신호처리, 배열신호처리

송 익 호 (Iickho Song) 종신회원

한국통신학회 논문지 제30권 5C호 참조