

# 불완전한 잡음 예측하에서 OFDM 시간 동기화 기법의 성능 분석

정회원 이기창\*, 윤영중\*\*

## Performance Analysis of OFDM Timing Synchronization Method with Imperfect Noise Estimation

Ki-Chang Lee\*, Young-Joong Yoon\*\* *Regular Members*

### 요 약

본 논문에서는 시간 동기 추정을 위한 잡음 예측이 불완전한 경우에 직교분할 주파수 다중화 (OFDM) 시스템의 시간 동기 확률을 다중 경로 레일레이 페이딩 채널 환경에서 분석한다. 시간 동기 방식은 반복되는 CAZAC 시퀀스에 대한 상관기 구조를 가지며, 심벌간 간섭을 줄이기 위한 pre-advancement 기법을 적용한다. 시스템의 성능 평가 척도로서, 다중 경로 레일레이 채널 환경에서 유도된 동기 검파 확률을 분석한다.

**Key Words** : OFDM, CAZAC, 동기기법, 동기방식의 기능, 시간 동기

### ABSTRACT

This paper derives and computes the detection probability of timing synchronization in an orthogonal frequency division multiplexing (OFDM) system encountered with a multipath Rayleigh fading channel and imperfect noise estimation. The timing synchronization scheme using a simple repeated constant amplitude zero auto-correlation (CAZAC) training symbol and correlation techniques is adopted. With this provision, we focus on the numerical analysis for OFDM timing synchronization scheme employing a preadvancement technique to reduce the inter-symbol interference (ISI). For measuring system performance, the detection performance derived in the considered system is presented in a multipath Rayleigh fading channel.

### I. 서론

직교분할 주파수 다중화 (OFDM) 시스템은 효율적인 전송 방식으로 인해 다양한 통신 시스템의 전송 방식으로 사용되고 있다. 특히, 동기화 기법은 OFDM 시스템에서 중요한 연구 분야이며, 크게 시간 동기화와 주파수 동기화로 구분된다<sup>[1]</sup>. 시간 동기화 기법의 경우, OFDM 심벌상에서 반복되는 구간을 상관기를 통해 동기를 찾는 방법과 시간 동기를 위한 훈련 심벌을 사용하는 방법이 연구되고 있

다<sup>[2-6]</sup>. OFDM 심벌의 반복되는 부분을 사용하는 방식은 간단하게 구현되는 반면에, 추정 성능이 저하되는 문제점이 있다<sup>[2][3]</sup>. 반면에 훈련 심벌을 사용하는 추정 방식은 설계된 훈련 심벌의 구조에 따라 성능이 좌우되며, 일반적으로 복잡도가 증가하게 된다<sup>[4-6]</sup>. 시간 동기 추정을 위한 훈련 심벌중에 CAZAC(constant amplitude zero auto-correlation) 시퀀스는 시간 동기뿐만 아니라 주파수 동기를 수행하는데 많이 사용되고 있다<sup>[6][7]</sup>.

본 논문에서는 OFDM 시스템에서 시간 동기 추

\* 호서대학교 공과대학 정보통신공학과, \*\* 연세대학교 공과대학 전기전자공학과  
논문번호 : KICS2007-03-095, 접수일자 : 2007년 3월 2일, 최종논문접수일자 : 2007년 3월 12일

정을 위해 pre-advancement 기법과 CAZAC 시퀀스를 사용하는 동기화 기법의 성능을 다중 경로 레일레이 채널 환경에서 분석한다. OFDM 시간 동기를 위한 임계치 설정 기법과 임계치 결정에 필요한 잡음 예측이 불완전한 경우의 성능을 분석한다. 시스템의 성능 평가 척도로서 불완전한 잡음 예측 환경에서의 시간 동기 검파 확률을 유도한다.

본 논문의 2장에서는 사용되는 OFDM 시간 동기화 모델을 제시한다. 3장에서는 시간 동기화 기법의 성능 분석을 위해 불완전한 잡음 예측 환경에서 동기 검파 확률을 유도하며, 4장에서는 성능을 수치 해석을 통해 검증한다.

## II. 심벌 동기화 모델

그림 1은 본 논문에서 고려하는 CAZAC 훈련(training) 심벌을 이용하는 OFDM 심벌 동기화 기법의 구조를 나타낸다. OFDM 심벌 동기화 기법 유도를 위해 sampling clock과 주파수 오프셋 추정은 완벽하다고 가정한다. 이러한 가정하에서 수신 신호는 다음과 같이 표현된다.

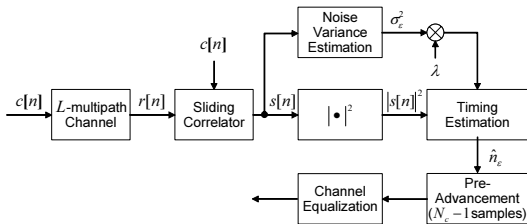


그림 1. 심벌 동기화 방식의 구조

$$r[n] = \sum_{l=0}^{L-1} h[l]c[n-n_\epsilon-l] + w[n] \quad (1)$$

여기서  $c[n]$ 은 시간 영역에서의 주기가  $M$ 인 CAZAC 훈련 심벌,  $w[n]$ 은 평균이 영이고 분산이  $\sigma_w^2$ 인 가우시안 잡음,  $h[n]$ 은  $L$ 개의 경로를 가지는 채널 임펄스 응답, 그리고  $n_\epsilon$ 은 시간 동기 오차를 의미한다.

본 논문에는 심벌 동기화 초기에 몇 개의 CAZAC 시퀀스에 의해서 automatic gain control (AGC) 증폭기가 셋팅되고, 초기 동기가 이뤄진다고 가정한다. 이를 통해 초기 시간 동기 오차는  $n_\epsilon$ 는  $-R \leq n_\epsilon \leq R$  영역에서 균일하게 분포된다고 가정한다.

다. 수신단에서는 수신된 신호를 처리하기 위해서 슬라이딩(sliding) 상관기를 사용한다. 이때 수신 신호에 대한  $c[n]$ 과의 상관기 출력값은 다음과 같이 정의된다.

$$\begin{aligned} s[m] &= \frac{1}{M} \sum_{k=0}^{M-1} r[m+k]c^*[k] \\ &= \frac{1}{M} \sum_{k=0}^{M-1} \sum_{l=0}^{L-1} h[l]c[m+k-n_\epsilon-l]c^*[k] \\ &\quad + \hat{w}[m] \end{aligned} \quad (2)$$

여기서  $0 \leq m < M+L-1$ ,  $\hat{w}[m]$ 은 다음과 같이 표현된다.

$$\hat{w}[m] = \frac{1}{M} \sum_{k=0}^{M-1} w[m+k]c^*[k] \quad (3)$$

식 (2)에서 시간 영역에서의 훈련 심벌이 zero-autocorrelation 특성을 만족한다면, 상관기의 출력값은 다음과 같이 표현될 수 있다.

$$s[m] = \begin{cases} h[l] + \hat{w}[m], & \text{Hypothesis } H_1 \\ \hat{w}[m], & \text{Hypothesis } H_0 \end{cases} \quad (4)$$

여기서

$$H_1 = \begin{cases} -n_\epsilon \leq m < -n_\epsilon + L, & -R \leq n_\epsilon \leq 0 \\ M - n_\epsilon \leq m < M - n_\epsilon + L, & 0 < n_\epsilon \leq R \end{cases} \quad (5)$$

위에서 정의된 상관값을 이용하면 신호의 시작 위치를 추적할 수 있다. 수신되는 신호의 시작 위치는 다음과 같이 검색될 수 있다.

$$\hat{n}_\epsilon = \min_{0 \leq m < M+L-1} \{m | |s[m]|^2 > \lambda \sigma_w^2\} \quad (6)$$

여기서  $\hat{n}_\epsilon$ 는 추정된 OFDM 심벌의 시작 위치이고,  $\lambda$ 는 임계치 설정을 위한 scale factor이며,  $\sigma_w^2$ 은 예측된 가우시안 잡음의 분산을 의미한다. 일반적으로 잡음의 분산  $\sigma_w^2$ 은 정확히 예측하기는 쉽지 않다. 본 연구에서는  $\sigma_w^2$ 을 예측하기 위하여 다음과 같은 방법을 사용한다,

$$\sigma_w^2 = \frac{1}{M-1} \sum_{m \in H_0} |\hat{w}[m]|^2 \quad (7)$$

여기서  $M$ 이 매우 크다면  $\sigma_e^2 = \sigma_w^2/M$ 으로 근사화할 수 있다.

### III. 심벌 동기화 방식의 검파 성능

#### 3.1 동기 검파 성능

Hypothesis  $H_i$  하에서  $|s[m]|^2$ 은 아래와 같은 chi-square 분포를 가지게 된다.

$$f(s|H_i) = \frac{1}{\sigma_{H_i}^2} \exp\left\{-\frac{s}{\sigma_{H_i}^2}\right\} \quad (8)$$

$L$ 개의 다중 경로를 가지는 채널에는 한 개의  $H_1$  샘플,  $L-1$  개의  $H_{1,l}$  샘플, 그리고  $M-1$  개의  $H_0$  샘플이 존재한다.  $H_{1,l}$  샘플은  $L-1$ 개의 다중 경로에 의한 값이지만, 여기서는 정확한 샘플이 아니고 가정한다. 이러한 가정하에서, 각 샘플들의 분산은 다음과 같다.

$$\sigma_{H_1}^2 = \Omega_0 + \sigma_w^2/M \quad (9)$$

$$\sigma_{H_{1,l}}^2 = \Omega_l + \sigma_w^2/M \quad (10)$$

$$\sigma_{H_0}^2 = \sigma_w^2/M \quad (11)$$

여기서  $\Omega_l = \Omega_0 e^{-lT_s/T_{\text{RMS}}}$ 로써 지수적으로 감소하는 다중 경로 intensity profile로써 본 논문에서 사용되는 채널 모델이다.  $\Omega_0 = 1 - e^{-T_s/T_{\text{RMS}}}$ 이며, 다중 경로 개수는  $L = 10T_{\text{RMS}}/T_s$ 로 결정된다<sup>[8]</sup>.  $T_s$ 는 샘플링률이고,  $T_{\text{RMS}}$ 는 root mean square (RMS) 채널 지연을 의미한다.

초기 시간 동기화 이후에, hypothesis  $H_i$  하에서 정확한 심벌 동기 위치가 영역  $\{-n_e \leq m < -n_e + L\}$  또는 영역  $\{M - n_e \leq m < M - n_e + L\}$ 에서 존재한다면,  $\sigma_e^2$ 에 대한 조건부 심벌 동기 검파 확률은  $m$ 번째 상관값이 이전의  $m$ 개의 상관값보다 크면서 동시에 주어진 임계치  $\lambda\sigma_e^2$ 보다 클 확률로 정의되며, 다음과 같은 형태로 주어진다.

$$P_{H_{1,0}}(m|\sigma_e^2) = \int_{\lambda\sigma_e^2}^{\infty} f(s|H_{1,0}) \left[ \int_{\lambda\sigma_e^2}^{\infty} f(x|H_0) dx \right]^m ds \quad (12)$$

위에 식에 대한 적분을 수행하면, 결과식은 다음

과 같다.

$$P_{H_{1,0}}(m|\sigma_e^2) = \exp\left\{-\frac{\lambda\sigma_e^2}{\sigma_{H_{1,0}}^2}\right\} \left[ 1 - \exp\left\{-\frac{\lambda\sigma_e^2}{\sigma_{H_0}^2}\right\} \right]^m \quad (13)$$

일반적으로 정확한 심벌 동기는 첫 번째 경로에서 주로 발생하지만, 다중 경로 신호로 인해 첫 번째 이후 경로에서도 발생할 수 있다. 첫 번째 이후 경로에서 식 (6)을 만족하는 경우에는 DFT 과정에서 부반송과간의 직교성이 깨져서 inter-carrier interference (ICI)가 발생한다. 이를 해결하기 위한 방안으로는 심벌 동기 시작 위치를 몇 샘플 앞으로 변경하는 기법(pre-advancement)이 있다. 이를 수행하면, DFT 윈도우 시작을 ICI가 존재하지 않는 위치로 맞출수 있기 때문에, 수신 심벌의 위상만 회전되어 진다. 제안된 방식에서도  $L-1$ 개의 다중 경로에 대하여 이러한 기법을 이용하면,  $\sigma_e^2$ 에 대한 조건부 심벌 동기 검파 확률을 다음과 같이 구할 수 있다.

$$P_{H_{1,l}}(m|\sigma_e^2) = \int_{\lambda\sigma_e^2}^{\infty} f(s|H_{1,l}) \left[ \int_{\lambda\sigma_e^2}^{\infty} f(x|H_0) dx \right]^{m-1} \int_{\lambda\sigma_e^2}^{\infty} f(x|H_{1,l}) dx ds \quad (14)$$

위 식에 대한 적분을 수행하면, 결과식은 다음과 같다.

$$P_{H_{1,l}}(m|\sigma_e^2) = e\left\{-\frac{\lambda\sigma_e^2}{\sigma_{H_{1,l}}^2}\right\} \left[ 1 - \exp\left\{-\frac{\lambda\sigma_e^2}{\sigma_{H_0}^2}\right\} \right]^m \cdot \prod_{i=0}^{l-1} \left[ 1 - \exp\left\{-\frac{\lambda\sigma_e^2}{\sigma_{H_{1,i}}^2}\right\} \right] \quad (15)$$

3.2 불완전한 잡음 추정에 따른 동기 검파 성능 식 (7)로부터  $\sigma_e^2$ 의 PDF는 다음과 같은  $2(M-1)$ 차 chi-square 분포를 가진다.

$$f_{\sigma}(x) = \frac{(M-1)^{M-1}}{(M-2)!(\sigma_{H_0}^2)^{M-1}} \exp\left\{-\frac{x(M-1)}{\sigma_{H_0}^2}\right\} \quad (16)$$

식 (16)에서  $x = \sigma_e^2$  변수 치환을 하면, 심벌 동기 검파 확률은 아래와 같이 정의 된다.

$$P_{H_{1,0}}(m) = \int_0^{\infty} P_{H_{1,0}}(m|x) f_{\sigma}(x) dx \quad (17)$$

식 (13)와 식 (16)를 이용하면, 심벌 동기 검파 확률은 다음과 같이 계산된다.

$$P_{H_0}(m) = \sum_{n=0}^m (-1)^n \binom{m}{n} \left\{ \frac{\lambda}{M-1} \left( n + \frac{\sigma_{H_0}^2}{\sigma_{H_0}^2} \right) + 1 \right\}^{-(M-1)} \quad (18)$$

식 (15)에서  $l$ 개의 곱항은 다음과 같이 표현이 가능하다.

$$\prod_{i=0}^{l-1} \left[ 1 - \exp \left\{ - \frac{\lambda \sigma_{H_i}^2}{\sigma_{H_i}^2} \right\} \right] = 1 + \sum_{k=1}^l (-1)^k \sum_{r_1=0}^{k-1} \dots \sum_{r_k=0}^{l-1-k} \exp \left\{ - \frac{\lambda \sigma_{H_i}^2}{\sigma_{H_i}^2} \right\} \quad (19)$$

여기서  $r_1 < r_2 < \dots < r_k$ 이고  $\sigma_k^2$ 은 다음과 같이 주어진다.

$$\sigma_k^2 = \left( \sum_{j=1}^k \frac{1}{\sigma_{H_{r_j}}^2} \right)^{-1} \quad (20)$$

식 (19)을 식 (15)에 대입하여 식 (17)의 적분을 수행하면,  $1 < l < L$  개의 다중 경로를 고려한 경우의 심벌 동기 검파 확률을 다음과 같이 구할 수 있다.

$$P_{H_l}(m) = \sum_{n=0}^m (-1)^n \binom{m}{n} \left\{ \frac{\lambda}{M-1} \left( n + \frac{\sigma_{H_0}^2}{\sigma_{H_l}^2} \right) + 1 \right\}^{-(M-1)} + \sum_{n=0}^m (-1)^n \binom{m}{n} \sum_{r_1=0}^{l-1} \sum_{r_2=0}^{l-1-r_1} \dots \sum_{r_k=0}^{l-1} \left\{ \frac{\lambda}{M-1} \left( n + \frac{\sigma_{H_0}^2}{\sigma_{H_l}^2} + \frac{\sigma_{H_0}^2}{\sigma_{H_k}^2} \right) + 1 \right\}^{-(M-1)} \quad (21)$$

초기 심벌 동기가  $-R \leq n_\epsilon < 0$  영역에서 이뤄졌다면, 상관구간동안에는 두 개의 실제 정확한 상관 피크값이 존재한다. 이 경우에  $n_\epsilon$ 가  $-R \leq n_\epsilon < 0$  구간에서 균일하게 발생한다고 가정하면, 전체 심벌 검파 확률은 다음과 같다.

$$P_{D1} = \frac{R+1}{2R+1} \cdot \sum_{m=0}^R \left( \sum_{l=0}^{N_c-1} P_{H_{l,1}}(m) + P_M \sum_{l=0}^{N_c-1} P_{H_{l,1}}(m) \right) \quad (22)$$

여기서 첫 번째항과 두 번째항은 각각 첫 번째 상관 피크와 두 번째 상관 피크에서 심벌 동기가 이루어질 확률을 의미하며,  $N_c$ 는 심벌 동기 위치를 앞으로 이동하는 샘플수를 나타낸다. 그리고  $P_M$ 은 실제 상관 피크 이전의 모든 상관값들이 임계치보다 작을 심벌 동기 손실 확률을 의미하며, 다음과

같이 주어진다.

$$P_{H_L}(m) = \sum_{n=0}^{M-L} (-1)^n \binom{M-L}{n} \left\{ \frac{\lambda}{M-1} + 1 \right\}^{-(M-1)} + \sum_{n=0}^{M-L} (-1)^n \binom{M-L}{n} \sum_{r_1=0}^{l-1} \sum_{r_2=0}^{l-1-r_1} \dots \sum_{r_k=0}^{l-1} \left\{ \frac{\lambda}{M-1} \left( n + \frac{\sigma_{H_0}^2}{\sigma_{H_k}^2} \right) + 1 \right\}^{-(M-1)} \quad (23)$$

반면에 초기 심벌 동기가  $0 < n_\epsilon \leq R$  영역에서 이뤄진다면, 상관구간동안에는 한 개의 실제 정확한 상관 피크값이 존재한다. 이 경우에  $n_\epsilon$ 가  $0 < n_\epsilon \leq R$  구간에서 균일하게 발생한다고 가정하면, 전체 심벌 검파 확률은 다음과 같다.

$$P_{D2} = \frac{R}{2R+1} \sum_{m=M-R}^{M-1} \sum_{l=0}^{N_c-1} P_{H_{l,1}}(m) \quad (24)$$

식 (22)와 식 (24)로부터 전체 심벌 검파 확률은  $P_D = P_{D1} + P_{D2}$ 이다.

#### IV. 실험 결과 및 분석

시스템 성능 분석을 위해 길이  $M=16(1600\text{ns})$ 인 CAZAC 시퀀스를 사용하며,  $R=M/4$ 로 설정한다.

그림 2는 RMS 채널 지연이 150ns인 경우에 불완전한 잡음 예측하에서의 심벌 동기 검파 확률을 scale factor에 대하여 도시한 것이다. 그림에서 SNR은 각각 5dB와 10dB를 설정하였다. 그림에서

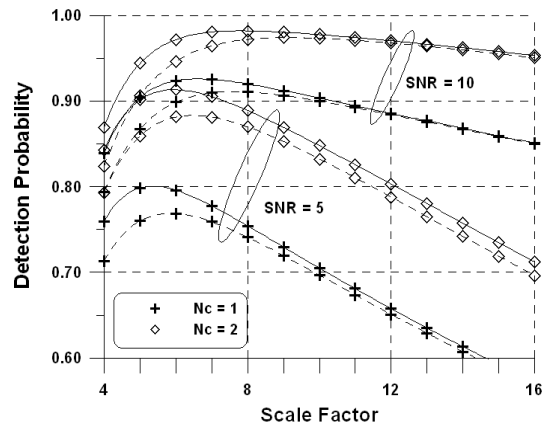


그림 2. 불완전한 잡음 예측하에서 Scale factor에 따른 심벌 동기 검파 확률 (RMS 채널 지연 = 150ns, 실선 : 완벽한 잡음 예측, 점선 : 불완전한 잡음 예측)

보듯이, 사용된 채널 및 시스템 변수와 무관하게 불완전한 잡음 예측의 경우에 완벽한 잡음 예측의 경우보다 검파 성능이 저하됨을 알 수 있다. 또한, scale factor  $\lambda$ 의 변화에 따른 심벌 동기 검파 확률의 변화도 두 경우에 모두  $5 < \lambda < 9$  사이에서는 크지 않음을 알 수 있다. 이 방식은 기존 방식에 비해 pre-advancement 기법과 SNR 변화에 따라 임계치를 변경하는 방식을 적용하기 때문에 채널 변화에 적응적으로 시간 동기 오차를 추정할 수 있는 장점이 있다. 반면에 임계치 설정을 위한 잡음 예측이 실패한 경우에는 추정 성능이 저하되는 단점을 가지고 있다.

그림 3은 RMS 채널 지연이 150ns인 경우에 불완전한 잡음 예측하에서의 심벌 동기 검파 확률을 SNR에 대하여 도시한 것이다. Scale factor  $\lambda$ 는 각각 7과 9로 고정하였다. 그림에서 최적의 경우는 각 SNR에 대하여 최적의 검파 확률을 주는  $\lambda$ 를 설정한 경우이다.  $\lambda$ 를 각각 7과 9로 고장한 경우의 검파 성능은 최적의 경우에 비해 다소 차이는 있지만, SNR 변화에 따라 거의 유사한 검파 성능을 보임을 알 수 있다.

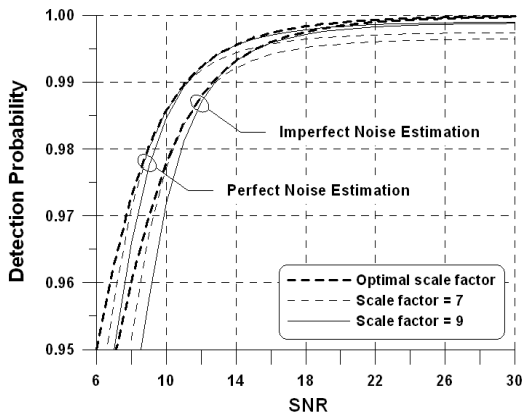


그림 3. 불완전한 잡음 예측하에서 SNR에 따른 심벌 동기 검파 확률 (RMS 채널 지연 = 150ns)

## V. 결론

본 논문에서는 시간 동기 추정을 위한 잡음 예측이 불완전한 경우에 OFDM 시간 동기 성능을 다중 경로 레일레이 페이딩 채널 환경에서 유도하였다. 성능을 분석을 위해 CAZAC 훈련 심벌과 pre-advancement 기법을 적용한 OFDM 시간 동기화 기법의 검파 확률을 유도하고, 불완전한 잡음 예측

환경에서 비교 분석하였다. 실험 결과로부터 임계치 설정에 필요한 시스템 설계 변수를 적절히 설정하면, 채널 변수에 상관없이 안정적인 동기 오차 추정 이 가능함을 확인하였다.

## 참고 문헌

- [1] T. Pollet, M. Van Bladel, and M. Moeneclaey, "BER sensitivity of OFDM systems to carrier frequency offset and wiener phase noise," IEEE Trans. Commun., vol.43, pp.191-193, Feb./Mar/Apr 1995.
- [2] T. M. Schmidl and D. C. Cox, "Robust frequency and timing synchronization for OFDM," IEEE Trans. Commun., vol.45, pp.1613-1621, December 1997.
- [3] J.-J. van de Beek, M. Sandell, and P. O. Borjesson, "ML estimation of time and frequency offset in OFDM systems," IEEE Trans. Signal Processing, vol.45, pp.1800-1805, July 1997.
- [4] T. Keller, L. Piazzo, P. Mandarini, and L. Hanzo, "Orthogonal frequency division multiplex synchronization techniques for frequency-selective fading channels," IEEE J. Select. Areas Commun., vol.19, pp.999-1008, June 2001.
- [5] Kun-Wah Yip, Yik-Chung Wu, and Tung-Sang Ng, "Timing-synchronization analysis for IEEE 802.11a wireless LANs in frequency-non-selective Rician fading environments," IEEE Trans. Wireless Commun., vol.3, pp.387-394, March 2004.
- [6] U. Lambrette, J. Horstmannshoff, and H. Meyr, "Techniques for frame synchronization on unknown frequency selective channels," in Proc. of VTC'97, pp.1059-1063, May 1997.
- [7] U. Lambrette, M. Speth, and H. Meyr, "OFDM burst frequency synchronization by single carrier training data," IEEE Commun. Letters, vol.1, pp.46-48, March 1997.
- [8] IEEE P802.15-00/110r13, "IEEE 802.15.3 (TG3) criteria definitions," September 2000.

이 기 창 (Ki-Chang Lee)

정회원



한양대학교 공과대학 전자공학과  
졸업 (공학사)  
연세대학교 대학원 전자공학과  
졸업 (공학석사)  
연세대학교 대학원 전기전자공학  
과 공학박사 수료  
동양정밀공업(OPC) 기술부장

한국테크노벤처연구소(KTV) 부소장, 상무이사  
삼창전자(주) CATV연구소장 겸 대표이사 사장  
호서대학교 공과대학 정보통신공학과 부교수 (현)  
<관심분야> 전파통신, 디지털TV방송, 디지털신호전송

윤 영 중 (Young-Joong Yoon)

정회원



연세대학교 공과대학 전자공학과  
졸업 (공학사)  
연세대학교 대학원 전자공학과  
졸업 (공학석사)  
미국 Georgia Institute of  
Technology 졸업 (Ph.D.)  
한국전자통신연구원(ETRI) 선임  
연구원

연세대학교 교수, 전기전자공학부장 (현)  
<관심분야> RF소자, 안테나, 마이크로웨이브, 전파전  
파, EMI/EMC