

시변 채널 환경에서 OFDM 시스템을 위한 복잡도가 감소된 MMSE-SIC 등화기법

정희원 박지현*, 황승훈**, 종신회원 황금찬*

Low Complexity MMSE with Successive Interference Cancellation for OFDM Systems over Time-selective Channels

Ji-Hyun Park*, Seung-Hoon Hwang** *Regular Members*,
Keum-Chan Whang* *Lifelong Member*

요약

OFDM 방식은 주파수 선택적(frequency-selective) 채널 환경에서 고속 데이터 전송을 위한 효과적인 변조 기술이지만 시간 선택적(time-selective) 채널 환경에선 인접 채널 간의 간섭(inter-carrier interference) 현상으로 인해 시스템 성능이 저하되게 된다. 본 논문에선 먼저 MMSE(minimum mean squared error) 등화기와 직렬 간섭 제거 방식(successive interference cancellation)이 결합된 MMSE-SIC 등화기법을 위한 새로운 recursive 알고리즘을 제안한다. 제안된 알고리즘은 최적의 검출 순서가 알려져 있을 경우 기존 MMSE-SIC 등화 방식의 복잡도를 크게 낮추면서도 동일한 성능을 나타낸다. 또한 ICI의 특성을 이용하여 어느 정도 성능을 유지하면서도 제안된 알고리즘의 복잡도를 보다 개선할 수 있다.

Key Words : OFDM, Equalization, Inter-carrier interference, MMSE-SIC, Time-varying channels

ABSTRACT

Orthogonal frequency division multiplexing (OFDM) is a attractive modulation scheme for high data rate transmission in frequency-selective channels. However, the time selectivity of wireless channel introduces inter-carrier interference (ICI), and consequently degrades system performance. In this paper, we first propose a novel recursive algorithm for minimum mean squared error (MMSE) with successive interference cancellation (SIC). The proposed algorithm can significantly reduce the complexity of the MMSE-SIC scheme and achieve the same performance when optimal ordering is known. Also, the further reduced scheme of the proposed algorithm can be developed based on ICI properties, while preserving performance.

I. 서론

OFDM(Orthogonal Frequency Division Multiplexing) 방식은 주파수 선택적(frequency-selective) 채널 환경에서 고속 데이터 통신을 실현 하는데 있어서 효과적인 변조 방식중의 하나이다^[1]. 그러나

이동 통신 환경에서 OFDM이 사용될 경우, 시간 선택적(time-selective) 채널 환경에서 하나의 OFDM 블럭을 전송하는 동안에 채널의 상태가 변화하게 된다. 따라서 인접 채널 간 간섭 현상인 ICI(inter-carrier interference)가 발생하게 되어 시스템 성능이 저하되게 된다^{[1],[4]}.

* 연세대학교 전기전자공학과(jeehp;kcwhang@yonsei.ac.kr), ** 동국대학교 전자공학과(shwang@dongguk.edu)
논문번호 : KICS2008-04-171, 접수일자 : 2008년 4월 14일, 최종논문접수일자 : 2008년 6월 16일

OFDM 시스템에서 ICI를 제거하기 위하여 먼저 MMSE(minimum mean squared error) 등화 방식을 사용할 수 있으나 미래 이동 통신 시스템은 고속 이동 통신에서 사용되어 지며 따라서 정규화 도플러 주파수 $f_n = f_m T_s$ 가 매우 크게 발생할 수 있으며 이로 인해 채널의 시간 변화가 매우 급격한 환경에 놓일 수 있다. 여기서 f_m 는 최대 도플러 주파수이며 T_s 는 한 OFDM 블록 구간의 길이이다. 이와 같은 환경에선 보다 강력한 등화기가 요구되게 되어 기존의 선형 MMSE 등화기에 직렬 간섭 제거 방식(successive interference cancellation)을 결합한 MMSE-SIC 등화기법이 제안되었다^[2]. 이 방식은 시간 도메인 상의 V-BLAST(Vertical Bell Labs Layered Space-Time) 기법과 동일하며 f_n 이 큰 경우에도 좋은 성능을 보이나 N^4 에 비례하는 연산량을 가지기 때문에 실제 적용에 어려운 단점이 있다. 여기서 N 은 OFDM의 부반송파의 개수 이다. 이러한 복잡도를 줄이기 위해 V-BLAST 기법을 위한 square-root^{[5]-[6]} 알고리즘이나 fast recursive^{[7]-[9]} 알고리즘 중의 하나를 이용하여 MMSE-SIC 등화방식의 연산량을 줄일 수 있으나 이 알고리즘들은 여전히 N^3 보다 큰 계산량을 요구한다. 반면에 기존의 복잡도가 개선된 OFDM 등화 방식들의 경우 주파수 도메인 채널 행렬의 근사화 과정에서 발생하는 에러로 인해 기존의 MMSE-SIC 등화기 보다 낮은 성능을 보인다^{[3]-[4]}.

본 논문에서는 먼저 MMSE-SIC 등화방식을 위한 새로운 recursive 알고리즘을 제안한다. 일반적으로 ICI 현상은 수신 단에서 FFT 변조 후에 나타나지만 제안된 알고리즘은 시간 도메인 채널 행렬을 이용하여 기존의 MMSE-SIC 방식의 복잡도를 낮출 수 있다. 여기서 시간 도메인 채널 행렬은 sparse한 특성을 가지며 따라서 역 행렬 연산 과정에서 이러한 특성은 LDL^H 분해에 의해 효과적으로 이용되게 된다. 제안된 알고리즘은 간단한 준 최적 검출 순서 결정 방식을 이용하여 기존의 MMSE-SIC 등화기와 거의 동일한 성능을 보이는 반면에 제안된 알고리즘의 복잡도는 $(1/2)N^3$ 에 비례한다. 또한 제안된 알고리즘의 연산량을 보다 줄이면서도 ICI 현상을 효과적으로 제거하는 MMSE-SIC 등화방식을 제안한다.

본 논문의 구성은 다음과 같다. II장에서 OFDM 시스템의 구조와 ICI 발생 현상을 간단히 설명하고, III장에서는 먼저 기존의 MMSE-SIC 등화방식을 간단히 설명한 후, 기존 방식의 복잡도를 줄이기 위한

새로운 recursive 알고리즘을 제안한다. 또한 제안된 알고리즘에 근거하여 보다 계산량을 줄인 MMSE-SIC 등화방식을 제안한다. IV장에서는 제안된 기법이 높은 도플러 주파수 f_m 이 발생하는 이동 통신 환경에서도 ICI를 효과적으로 제거할 수 있음을 모의 실험을 통해서 살펴본 후, V장에서 결론을 내린다.

II. 시스템 모델

일반적인 OFDM 시스템 전송기에서 주파수 도메인 입력 데이터 심볼 스트림은 길이 N 의 블록으로 나누어지며 각각의 블록은 N -포인트 IFFT(inverse fast fourier transform)에 의해서 시간 도메인 심볼로 변조 된다. i 번째 전송된 심볼 블록 $\mathbf{X}^{(i)} = [X_1, X_2, \dots, X_N]$ 에 대해서 인덱스 i 를 삭제한 후, IFFT 출력인 시간 도메인 심볼 벡터 $\mathbf{X} = [x_1, x_2, \dots, x_N]$ 를 벡터 형태로 표시하면 다음 식 (1)과 같이 표현할 수 있다.

$$\mathbf{X}_i = \mathbf{F}^H \mathbf{X} \quad (1)$$

여기서 $(\cdot)^H$ 는 공액 전치 연산자이며 \mathbf{F} 는 다음 식 (2)과 같은 $N \times N$ FFT 행렬이다.

$$\mathbf{F} = \frac{1}{\sqrt{N}} [\exp^{-j2\pi(m-1)(n-1)/N}]_{n,m=1,2,\dots,N} \quad (2)$$

여기서 FFT/IFFT 행렬은 각각 unitary 행렬이며 $\mathbf{F}^H = \mathbf{F}^{-1}$ 와 $\mathbf{F}^H \mathbf{F} = \mathbf{F} \mathbf{F}^H = \mathbf{I}_N$ 인 특징을 가진다. 다중 경로 채널에 의한 ISI 현상을 제거하기 위해 채널의 최대지연 보다 긴 보호구간을 사용할 경우, 전송되는 신호와 채널의 Convolution은 Circular Convolution이 된다. 여기서 채널은 L 개의 독립된 경로를 갖는 다중 경로 채널을 가정하였다. 따라서 보호구간을 제거한 후, 수신된 신호는 다음 식 (3)과 같이 표현된다.

$$\mathbf{Y}_l = \mathbf{H}_l \mathbf{X}_l + \mathbf{W}_l = \mathbf{H}_l \mathbf{F}^H \mathbf{X} + \mathbf{W}_l \quad (3)$$

여기서 $\mathbf{Y}_l = [y_1, y_2, \dots, y_N]$ 는 시간 도메인 수신 신호 벡터이며 \mathbf{W}_l 는 $N \times 1$ 시간 도메인 가산성 백색 가우시안 잡음(AWGN: Additive White Gaussian Noise) 벡터 이다. 또한 \mathbf{H}_l 는 $N \times N$ 시간 도메인 채널 행렬이며 \mathbf{H}_l 의 n 번째 행에 l 번째 열에 해당

하는 원소 $\mathbf{H}_l(n, l)$ 은 다음과 같이 정의 된다. $\mathbf{H}_l(n, l) = h(n, (n-l)_N)$, $1 \leq n \leq N$, $1 \leq l \leq L$. 여기서 $(k)_N$ 은 모듈러 N 의 연산을 의미한다. 일반적으로 채널의 독립적인 경로 L 은 부반송파의 개수 N 보다 매우 작기 때문에 \mathbf{H}_l 은 sparse 행렬이 되며 NL 개의 제로가 아닌 원소들을 가진다. 수신된 신호에 FFT를 취해 OFDM 복조한 후에, 입력과 수신 신호의 관계는 다음과 같이 표현된다.

$$\mathbf{Y} = \mathbf{F}\mathbf{H}_l\mathbf{F}^H\mathbf{X} + \mathbf{F}\mathbf{W}_l = \mathbf{H}\mathbf{X} + \mathbf{W} \quad (4)$$

여기서 $\mathbf{Y} = [Y_1, Y_2, \dots, Y_N]$ 와 \mathbf{W} 는 각각 주파수 도메인 수신 신호 벡터와 가산성 백색 가우시안 잡음 벡터이다. 또한 $\mathbf{H} = [\mathbf{h}_1, \mathbf{h}_2, \dots, \mathbf{h}_N]$ 는 $N \times N$ 주파수 도메인 채널 행렬이며 만약 채널이 한 OFDM 블록 내에서 변화하지 않으면 \mathbf{H} 는 대각(diagonal) 행렬이 되기 때문에 기존의 단일 탭 등화기로 충분히 심볼들을 검출할 수 있으나, 시변 채널 환경에서 채널이 한 OFDM 블록 내에서 변화하게 되면 \mathbf{H} 의 비 대각 성분들(off-diagonals entries)은 더 이상 영이 아니며 이로 인해 ICI가 발생하게 된다. 이러한 ICI 현상은 기존의 단일 탭 등화기로는 제거되지 못하기 때문에 ICI로 인한 시스템 성능 저하를 방지하기 위하여 보다 복잡한 등화기가 요구되게 된다.

III. MMSE-SIC 등화기법

본 장에서는 기존의 MMSE-SIC 등화기법에 관한 내용을 살펴본 후, 기존 방법의 복잡도를 줄이기 위한 새로운 recursive 알고리즘을 제안한다. 또한 제안된 알고리즘의 복잡도를 보다 개선하는 방법에 대해서 기술한다.

3.1 기존의 MMSE-SIC 등화기법

하나의 OFDM 블록을 검출하기 위해서 기존의 MMSE-SIC 등화기법은 N 번의 반복(iteration)을 필요로 한다. 각각의 반복에서 다음 3단계의 과정들을 통해서 심볼을 검출하게 된다. 즉, 심볼 검출 순서 결정, MMSE filtering 및 ICI 제거 과정이다. MMSE-SIC 등화기법에서 상세한 심볼 검출 과정은 다음과 같이 정리될 수 있다. 검출 순서를 가지고 있는 벡터 \mathbf{Z} 가 다음과 같이 $\mathbf{Z} = [z_1, z_2, \dots, z_N]$ 로 정의 되었다고 가정할 경우 z_k 는 k 번째 검출되어지는 심볼의 인덱스를 의미하며 따라서 k 번째 반복에서 MMSE filter $\mathbf{G}^{[k]}$ 는 다음과 같이 표현 된다.

$$\begin{aligned} \mathbf{G}^{[k]} &= \mathbf{H}^{[k],H}(\mathbf{H}^{[k]}\mathbf{H}^{[k],H} + \sigma^2\mathbf{I}_N)^{-1}, \\ &= \mathbf{H}^{[k],H}\mathbf{R}^{[k],-1} \end{aligned} \quad (5)$$

여기서 $\mathbf{H}^{[1]} = \mathbf{H}$ 이며 $k = 2, 3, \dots, N$ 에 해당하는 $\mathbf{H}^{[k]}$ 는 $\mathbf{H}^{[1]}$ 에서 $\mathbf{h}_{z_1}, \mathbf{h}_{z_2}, \dots, \mathbf{h}_{z_{k-1}}$ 의 column 벡터들을 영벡터로 만든 행렬이다. 심볼 검출을 위한 첫 번째 과정은 검출되지 않은 심볼들 중에서 가장 작은 에리 variance 값을 갖는 심볼 또는 가장 큰 SINR (signal-to-interference-plus-noise ratio) 값을 갖는 심볼을 선택하는 것이다. 여기서 k 번째 심볼 X_{z_k} 는 식 (6)에 의해서 선택되어 진다.

$$z_k = \arg \min_m \mathbf{R}_{m,m}^{[k],-1} \quad (6)$$

여기서 $\mathbf{R}^{[k],-1}$ 의 주 대각 성분들 $\mathbf{R}_{m,m}^{[k],-1}$ 은 각각의 심볼들에 대한 에리 variance를 나타낸다. 식 (5)을 이용하여 심볼 X_{z_k} 는 다음과 같이 검출될 수 있다.

$$\hat{X}_{z_k} = \mathbf{g}^{[k],H}\mathbf{y}^{[k]} \quad (7)$$

여기서 $\mathbf{g}^{[k],H}$ 는 $\mathbf{G}^{[k]}$ 의 k 번째 row 벡터이며 $\mathbf{y}^{[k]}$ 는 수신된 신호 \mathbf{y} 로부터 기존에 검출된 심볼들의 ICI가 제거된 신호이다. 마지막 과정은 \hat{X}_{z_k} 의 단 결정(hard decision) 후, $(k+1)$ 번째 반복을 위하여 검출된 신호의 ICI 성분을 제거하며

$$\mathbf{y}^{[k+1]} = \mathbf{y}^{[k]} - \mathbf{h}_{z_k}\bar{X}_{z_k} \quad (8)$$

$\mathbf{H}^{[k]}$ 에서 z_k 번째 column 벡터 \mathbf{h}_{z_k} 를 영벡터로 만든다. 비록 기존의 MMSE-SIC 방식의 최적 검출 순서 결정 방식 대신에 간단한 준 최적 검출 순서 결정 방법을 사용함으로써 성능 저하는 거의 없으면서도 복잡도를 줄일 수 있다는 사실이 알려져 있으나^[11], 매 반복마다 행렬 역 변환이 요구되는 MMSE filter $\mathbf{G}^{[k]}$ 는 새롭게 계산되어야 하기 때문에 기존의 MMSE-SIC 방법의 복잡도는 여전히 N^4 에 비례하게 된다.

3.2 제안된 Recursive 알고리즘

식 (5)에서 k 번째 주파수 도메인 채널 행렬, $\mathbf{H}^{[k]}$ 는 $\mathbf{H}^{[1]} = \mathbf{H}^{[1]}\mathbf{P}^{[k]}$ 로 표현될 수 있다. 여기서 $\mathbf{P}^{[k]}$ 는 $N \times N$ 대각 행렬로써 주 대각 성분의 원소들은 다음과 같이 정의 된다.

$$\mathbf{P}_{i,i}^{[k]} = \begin{cases} 0, & i \in z_1, z_2, \dots, z_{k-1} \\ 1, & otherwise. \end{cases} \quad (9)$$

여기서 $\mathbf{P}^{[1]} = \mathbf{I}_N$ 로 표현될 수 있다. 식 (1)-(4)와 IFFT/FFT 행렬의 특징으로 부터 $\mathbf{G}^{[k]}$ 을 다음 식 (10)과 같이 다시 쓸 수 있다.

$$\mathbf{G}^{[k]} = \mathbf{P}^{[k]} \mathbf{F} \mathbf{H}_t^H \mathbf{F}^H \mathbf{J} \quad (10)$$

여기서 \mathbf{J} 는 다음과 같이 정리 된다.

$$\begin{aligned} \mathbf{J} &= (\mathbf{F} \mathbf{H}_t^H \mathbf{F}^H \mathbf{P}^{[k]} \mathbf{F} \mathbf{H}_t^H \mathbf{F}^H + \sigma^2 \mathbf{I}_N)^{-1} \\ &= \mathbf{F} \mathbf{H}_t^H \mathbf{F}^H [\mathbf{P}^{[k]} + \sigma^2 (\mathbf{F} \mathbf{H}_t^H \mathbf{F}^H)^{-1}] \mathbf{F} \mathbf{H}_t^H \mathbf{F}^H \quad (11) \end{aligned}$$

식 (11)을 (10)에 대입하여 정리하면 $\mathbf{G}^{[k]}$ 는 다음과 같이 다시 표현할 수 있다.

$$\mathbf{G}^{[k]} = \mathbf{P}^{[k]} \mathbf{M}^{[k],-1} \mathbf{H}^{-1} \quad (12)$$

여기서 $\mathbf{M}^{[k]}$ 는 다음 식 (13)과 같다.

$$\mathbf{M}^{[k]} = \mathbf{P}^{[k]} + \sigma^2 (\mathbf{F} \mathbf{H}_t^H \mathbf{F}^H)^{-1} \quad (13)$$

식 (13)에서 $\mathbf{M}^{[k],-1}$ 은 Sherman-Morrison 공식을 이용하여 recursive하게 계산되어 질 수 있다^[12]. 만약, 이전 연산과정을 통해서 $\mathbf{M}^{[k-1],-1}$ 가 알려져 있다면 $\mathbf{M}^{[k],-1}$ 은 다음과 같이 얻어질 수 있다.

$$\mathbf{M}^{[k],-1} = (\mathbf{M}^{[k-1]} + \mathbf{c}_k \mathbf{d}_k^T)^{-1} \quad (14)$$

여기서 $\mathbf{P}^{[k]} = \mathbf{P}^{[k-1]} + \mathbf{c}_k \mathbf{d}_k^T$ 이며 식 (14)의 오른쪽 항에 Sherman-Morrison 공식을 적용하게 되면 $\mathbf{M}^{[k],-1}$ 은 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\mathbf{M}^{[k],-1} = \mathbf{M}^{[k-1]} - \frac{\mathbf{M}^{[k-1],-1} \mathbf{c}_k \mathbf{d}_k^T \mathbf{M}^{[k-1],-1}}{1 + \mathbf{d}_k^T \mathbf{M}^{[k-1],-1} \mathbf{c}_k} \quad (15)$$

여기서 \mathbf{c}_k 와 \mathbf{d}_k 는 각각 $N \times 1$ 벡터로 이전에 검출된 심볼의 인덱스 z_{k-1} 에서 영이 아닌 원소를 가지며, 편의상 $\mathbf{c}_k(z_{k-1}) = 1$ 이며 $\mathbf{d}_k(z_{k-1}) = -1$ 로 정의 한다. 식 (15)에서 $\alpha_k = 1 + \mathbf{d}_k^T \mathbf{M}^{[k-1],-1} \mathbf{c}_k$ 라 설정하면, 다음 식 (16)과 같이 표현할 수 있다.

$$\mathbf{M}^{[k],-1} = [\mathbf{I}_N - \mathbf{A}^{[k]}] \mathbf{M}^{[k-1],-1} \quad (16)$$

여기서 $\mathbf{A}^{[k]} = (1/\alpha_k) \mathbf{M}^{[k-1]} \mathbf{c}_k \mathbf{d}_k^T$ 로 정의되며 $\mathbf{A}^{[k]}$ 행렬은 z_{k-1} 번째 column에서만 영이 아닌 원소를 가진다. 식 (16)을 (12)에 대입하면 최종적으로 $\mathbf{G}^{[k]}$ 는 다음과 같이 recursive 형태로 표현할 수 있다.

$$\begin{aligned} \mathbf{G}^{[k]} &= [\mathbf{I}_N - \mathbf{A}^{[k]}] \mathbf{G}^{[k-1]} \\ &= \mathbf{T}^{[k]} \mathbf{G}^{[k-1]} \end{aligned} \quad (17)$$

여기서 $\mathbf{T}^{[k]}$ 와 $\mathbf{A}^{[k]}$ 는 다음과 식 (18)과 (19)로부터 구할 수 있다.

$$\begin{aligned} \mathbf{T}^{[k]} &= [\mathbf{I}_N - \mathbf{A}^{[k]}] [\mathbf{I}_N - \mathbf{A}^{[k-1]}] \dots [\mathbf{I}_N - \mathbf{A}^{[1]}] \\ &= [\mathbf{I}_N - \mathbf{A}^{[k]}] \mathbf{T}^{[k-1]} \end{aligned} \quad (18)$$

$$\mathbf{A}_{:,z_{k-1}}^{[k]} = -(1/\alpha_k) \mathbf{P}^{[k]} \mathbf{T}^{[k-1]} \mathbf{M}_{:,z_{k-1}}^{[1],-1} \quad (19)$$

따라서 $k=2,3,\dots,N$ 에 해당하는 $\mathbf{G}^{[k]}$ 는 식 (17)과 같이 순차적으로 구할 수 있다. 위의 식 (18)-(19)에서 $\mathbf{T}^{[k]}$ 와 $\mathbf{A}^{[k]}$ 의 $k=1$ 에서의 값, 즉 첫 번째 반복에서의 값은 $\mathbf{T}^{[1]} = \mathbf{I}_N$, $\mathbf{A}^{[1]} = \mathbf{0}_N$ 로 설정된다. 또한 $\mathbf{M}^{[1],-1}$ 의 z_{k-1} 번째 column 벡터는 식 (5)과 (12)로부터 $\mathbf{M}_{:,z_{k-1}}^{[1],-1} = \mathbf{G}^{[1]} \mathbf{H}_{:,z_{k-1}}$ 로 구할 수 있으며 여기서 $\mathbf{G}^{[1]}$ 와 \mathbf{H} 의 z_{k-1} 번째 row 벡터와 column 벡터의 곱은 영이 아니기 때문에 $\alpha_k \neq 0$ 이다. 따라서 k 번째 심볼 X_{z_k} 은 다음과 같이 검출될 수 있다.

$$\hat{X}_{z_k} = \mathbf{T}_{z_k}^{[k]} \mathbf{G}^{[1], [k]} \mathbf{y} = \mathbf{T}_{z_k}^{[k]} \bar{\mathbf{y}}^{[k]} \quad (20)$$

여기서 $\mathbf{y}^{[k]}$ 는 식 (8)로부터 $\mathbf{y}^{[k-1]}$ 에서 검출된 신호의 성분, $\mathbf{h}_{z_{k-1}} \bar{X}_{z_{k-1}}$ 을 제거함으로써 얻을 수 있으며, 첫 번째 반복에서의 $\mathbf{y}^{[1]}$ 은 \mathbf{y} 로 놓을 수 있다.

제안된 알고리즘에서 두 개의 column 벡터, $\bar{\mathbf{y}}^{[k]}$ 와 $\mathbf{M}_{:,z_{k-1}}^{[1],-1}$ 는 입력이 각각 $\mathbf{y}^{[k]}$ 및 $\mathbf{H}_{:,z_{k-1}}$ 일 경우에 $\mathbf{G}^{[1]}$ 의 출력 벡터들이므로 다음과 같이 계산되어질 수 있다. 먼저 식 (1)-(4)로부터 $\mathbf{G}^{[1]}$ 는 시간 도메인 채널 행렬 \mathbf{H}_t 로 표현될 수 있다.

$$\begin{aligned} \mathbf{G}^{[1]} &= \mathbf{F} \mathbf{H}_t^H \mathbf{F}^H (\mathbf{F} \mathbf{H}_t \mathbf{H}_t^H \mathbf{F}^H + \sigma^2 \mathbf{I}_N)^{-1} \\ &= \mathbf{F} \mathbf{H}_t^H (\mathbf{H}_t \mathbf{H}_t^H + \sigma^2 \mathbf{I}_N)^{-1} \mathbf{F}^H \end{aligned} \quad (21)$$

여기서 $\mathbf{R}_t = (\mathbf{H}_t \mathbf{H}_t^H + \sigma^2 \mathbf{I}_N)^{-1}$ 는 hermitian 구조를 가지며 또한 sparse 행렬이다. LDL^H 분해를 수행 한

후에, \mathbf{R}_k 는 $\mathbf{R}_k = \mathbf{L}\mathbf{D}\mathbf{L}^H$ 로 표현할 수 있으며 \mathbf{D} 은 대각 행렬이며 \mathbf{L} 은 삼각 행렬이다. 따라서 \mathbf{R}_k^{-1} 는 전치/후치 치환 방법에 의해서 쉽게 계산할 수 있다. $\mathbf{G}_k^{[1]}$ 의 출력 벡터 $\hat{\mathbf{y}}^{[k]}$ 는 다음과 같은 과정을 통해서 구할 수 있다.

- (1) \mathbf{R}_k 를 구한 다음 \mathbf{R}_k 의 LDL^H를 수행한다.
- (2) 선형 방정식 $\mathbf{R}_k\mathbf{a} = (\mathbf{F}^H\mathbf{y}^{[k]})$ 을 풀기 위하여 다음의 방정식, $\mathbf{L}\mathbf{b} = (\mathbf{F}^H\mathbf{y}^{[k]})$, $\mathbf{D}\mathbf{c} = \mathbf{b}$ 및 $\mathbf{L}^H\mathbf{a} = \mathbf{c}$ 를 순차적으로 계산한다.
- (3) $\hat{\mathbf{y}}^{[k]} = \mathbf{F}\mathbf{H}_k^H\mathbf{a}$ 를 계산한다.

여기서 과정 (1)은 첫 번째 반복에서 한번만 수행되며 $\mathbf{y}^{[k]}$ 대신에 $\mathbf{H}_{:,z_{k-1}}$ 을 과정 (2)에 대입하면 $\mathbf{M}_{:,z_{k-1}}^{[1,-1]}$ 을 구할 수 있다. 일반적으로 FFT/IFFT 연산의 복잡도는 $(1/2)N\log_2 N$ 로 알려져 있고 \mathbf{L} 행렬은 sparse 행렬이기 때문에 $\hat{\mathbf{y}}^{[k]}$ 과 $\mathbf{M}_{:,z_{k-1}}^{[1,-1]}$ 는 위의 과정 (2)-(3)을 통해서 적은 연산량으로 쉽게 구할 수 있게 된다. 따라서 k 번째 반복에서 주된 계산량은 $\mathbf{A}_{:,z_k}^{[k]}$ 과 $\mathbf{T}_{z_k}^{[k]}$ 를 구하는 과정에서 발생하게 된다. 제안된 recursive 알고리즘의 전체적인 복잡도는 $(1/2)N^3$ 에 비례하는 것으로 다음의 복잡도 분석에서 알려져 있으며 기존의 MMSE-SIC 방식의 복잡도인 N^4 에 비해서 훨씬 작음을 알 수 있다.

일반적인 MMSE-SIC 방식에서 filtering 후에도 여전히 잔류 간섭 신호가 존재하기 때문에 검출 순서 결정은 반드시 최적일 필요는 없는 사실은 널리 알려져 있다⁹⁾. 따라서 다음과 같은 간단한 준 최적 방식을 이용하여 검출 순서를 결정한다. 첫 번째 반복에서 k 번째 심볼에 대한 SINR은 다음과 같이 표현된다.

$$SINR_k = \frac{|\mathbf{M}_{k,k}^{[1,-1]}|^2}{\sum_{m, m \neq k} |\mathbf{M}_{m,k}^{[1,-1]}|^2 + \sigma^2 \|\mathbf{G}_k^{[1]}\|^2} \quad (22)$$

여기서 $\|\mathbf{G}_k^{[1]}\|$ 은 벡터의 norm을 의미하며 $\mathbf{M}^{[1,-1]}$ 행렬의 주 대각 성분과 비 대각 성분들은 각각 신호 및 간섭 성분을 의미한다. 높은 SINR을 가진 심볼은 보다 작은 오류 확률을 가지기 때문에 식 (22)에서 백색 잡음 성분을 제외한 SIR을 크기 순서에 따라 정렬하여 검출 순서를 결정한다.

3.3 제안된 알고리즘의 복잡도 분석

제안된 recursive 알고리즘의 복잡도를 분석하기

위하여 본 논문에서는 복소수 곱셈과 복소수 덧셈의 연산 횟수를 이용한다. 먼저 sparse 행렬 \mathbf{R}_k 및 \mathbf{R}_k 의 LDL^H의 연산량은 다중 경로 채널의 독립된 경로의 수 L 및 채널의 최대 지연 L_{\max} 에 의존하게 된다. 따라서 소요되는 최대 계산량을 구하기 위하여 $L = L_{\max} + 1$ 인 경우의 복잡도를 계산하도록 한다. \mathbf{R}_k 는 $(2L_{\max} + 1)N$ 개의 영이 아닌 원소들을 가지며 연산 과정에서 $(1/2)(L_{\max}^2 + 3L_{\max} + 2)N$ 복소수 곱셈과 함께 $(1/2)(L_{\max}^2 + L_{\max})N$ 의 복소수 덧셈이 소요된다. 또한 LDL^H 연산에 대략 $(2L_{\max}^2 + 7L_{\max} + 2)N$ 과 $(2L_{\max}^2 - 2L_{\max} + 3)N$ 의 복소수 곱셈 및 덧셈이 사용된다. 여기서 행렬 \mathbf{L} 은 $(2L_{\max})N$ 개의 영이 아닌 원소를 가지고 있는 sparse 행렬이다. 또한 식 (8)의 수신된 신호의 ICI 제거과정에 각각 $N^2 - N$ 개의 복소수 곱셈과 덧셈이 소요된다. 본 알고리즘의 주된 계산량은 표 1과 2에 정리되어 있다.

따라서 제안된 알고리즘에 사용되어진 전체 복소수 곱셈과 덧셈의 횟수는 다음과 같다.

표 1. 사용되어진 복소수 곱셈의 횟수.
Table 1. The number of Complex Multiplications

연산	복소수 곱셈의 횟수
$\sum_{k=1}^N \mathbf{y}^{[k]}$	$(\log_2 N + 5L_{\max} + 2)N^2$
$\sum_{k=1}^N \mathbf{M}_{:,z_k}^{[k]}$	$(\log_2 N + 5L_{\max} + 2)N^2$
$\sum_{k=1}^N \mathbf{A}_{:,z_k}^{[k]}$	$\frac{1}{6}N^3 - N^2 - \frac{13}{6}N + 1$
$\sum_{k=1}^N \mathbf{T}_{z_k}^{[k]}$	$\frac{1}{6}N^3 - \frac{1}{2}N^2 + \frac{1}{3}N$
$\sum_{k=1}^N \hat{\mathbf{X}}_{z_k}$	$\frac{1}{2}N^2 - \frac{1}{2}N$

표 2. 사용되어진 복소수 덧셈의 횟수.
Table 2. The number of Complex Additions

연산	복소수 덧셈의 횟수
$\sum_{k=1}^N \mathbf{y}^{[k]}$	$(5L_{\max} - 2)N^2$
$\sum_{k=1}^N \mathbf{M}_{:,z_k}^{[k]}$	$(5L_{\max} - 2)N^2$
$\sum_{k=1}^N \mathbf{A}_{:,z_k}^{[k]}$	$2N - 3$
$\sum_{k=1}^N \mathbf{T}_{z_k}^{[k]}$	$\frac{1}{6}N^3 - \frac{1}{2}N^2 + \frac{1}{3}N$
$\sum_{k=1}^N \hat{\mathbf{X}}_{z_k}$	$\frac{1}{2}N^2 - \frac{3}{2}N + 1$

표 3. 이전에 알려진 알고리즘들의 복잡도.
Table 3. The complexity of the previously reported algorithms.

알고리즘	복소수 곱셈 및 덧셈
$C_{[5]}$	$(11 + \frac{1}{3})N^3 + O(N^2)$
$C_{[6]}$	$(8 + \frac{1}{3})N^3 + O(N^2)$
$C_{[7]}$	$(6 + \frac{2}{3})N^3 + O(N^2)$
$C_{[8]}$	$(6 + \frac{1}{12})N^3 + O(N^2)$
$C_{[9]}$	$(3 + \frac{1}{3})N^3 + O(N^2)$

$$C_r = \frac{1}{2}N^3 + O(L_{\max}N^2) \quad (23)$$

여기서 $O(L_{\max}N^2)$ 는 $L_{\max}N^2$ 에 비례하는 복소수 곱셈 및 덧셈의 횟수를 의미한다. 일반적으로 L_{\max} 는 N 보다 매우 작으므로 제안된 알고리즘의 복잡도는 $(1/2)N^3$ 에 비례하게 된다.

반면에 기존에 V-BLAST 방식의 복잡도를 개선하기 위하여 사용되었던 알고리즘들이 있으며 이들의 복잡도는 다음 표 3에 정리되어 있다^{[5]-[9]}. 따라서 제안된 알고리즘은 기존의 어느 알고리즘들 보다 복잡도가 낮음을 알 수 있다.

3.4 제안된 알고리즘의 복잡도 개선

제안된 알고리즘의 주된 계산량인 $\mathbf{A}_{:,z_k-1}^{[k]}$ 과 $\mathbf{T}_{z_k}^{[k]}$ 의 복잡도를 낮추기 위하여 특정 부분송파에서 발생하는 주된 ICI는 인접 부분송파로부터 온다는 ICI의 특징을 이용한다^{[11][4]}. 먼저 인접한 심볼들의 간섭 성분들을 이용하기 위하여 검출 순서 벡터 \mathbf{z} 는 다음과 같이 정의된다.

$$\mathbf{z} = [X_m, X_{m+1}, \dots, X_N, X_1, \dots, X_{m-1}] \quad (24)$$

여기서 X_m 은 $\mathbf{M}^{[1,-1]}$ 의 주 대각 원소들 중 가장 큰 값을 가진 심볼로 선택되어 진다.

만약 k 번째 심볼 X_k 를 인접한 Q 개 부분송파의 간섭 성분을 이용하여 검출하고자 할 경우, $K \times 1$ 벡터 \mathbf{a}_k 을 정의한다. 여기서 $K=2Q+1$ 이라 정의할 때, \mathbf{a}_k 의 i 번째 원소 $\mathbf{a}_{k,i}$ 는 다음과 정의된다. 즉, $\mathbf{a}_{k,i} = (k-1-Q-1+i)_N$. 여기서 k 와 i 의 범위는 $1 \leq k \leq N$, $1 \leq i \leq K$ 이다. $\mathbf{M}^{[1,-1]}$ 의 부분 행렬을 $\mathbf{M}_{\mathbf{a}_k, \mathbf{a}_k}^{[1,-1]} = \hat{\mathbf{M}}^{[k,-1]}$ 라 하면 $\hat{\mathbf{M}}^{[k,-1]}$ 를 사용함으로써 k 번

째 반복에서의 $\mathbf{T}^{[k]}$ 는 다음과 같이 표현될 수 있다.

$$\hat{\mathbf{T}}^{[K]} = [\mathbf{I}_K - \hat{\mathbf{A}}^{[K]}][\mathbf{I}_K - \hat{\mathbf{A}}^{[K-1]}] \dots [\mathbf{I}_K - \hat{\mathbf{A}}^{[1]}] \quad (25)$$

여기서 \mathbf{I}_K 는 $K \times K$ identity 행렬을 의미하며 $k=1, 2, \dots, K$ 에 대한 $\hat{\mathbf{A}}^{[k]}$ 는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{A}}^{[1]} &= \mathbf{0}_K \\ \hat{\mathbf{A}}_{:,1}^{[2]} &= (1/\alpha_2)\hat{\mathbf{P}}^{[2]}\hat{\mathbf{T}}^{[1]}\hat{\mathbf{M}}_{:,1}^{[k,-1]} \\ &\vdots \\ &\vdots \\ \hat{\mathbf{A}}_{:,K-1}^{[K]} &= (1/\alpha_k)\hat{\mathbf{P}}^{[K]}\hat{\mathbf{T}}^{[K-1]}\hat{\mathbf{M}}_{:,K-1}^{[k,-1]} \end{aligned} \quad (26)$$

따라서 k 번째 심볼 X_{z_k} 은 $\hat{X}_{z_k} = \hat{\mathbf{T}}_{K:,z_k}^{[k]}\bar{\mathbf{y}}_{\mathbf{a}_k}^{[k]}$ 에 의해서 검출 될 수 있다. 여기서 $\bar{\mathbf{y}}_{\mathbf{a}_k}^{[k]}$ 는 $\bar{\mathbf{y}}^{[k]}$ 의 부분 벡터를 의미한다. 식 (25)-(26)에서 $\mathbf{M}^{[1,-1]}$ 대신 부분 행렬 $\hat{\mathbf{M}}^{[k,-1]}$ 를 사용함으로써 전체 심볼을 검출하기 위한 $\hat{\mathbf{A}}^{[k]}$ 과 $\hat{\mathbf{T}}^{[k]}$ 의 연산량은 $O(KM)$ 가 된다. 여기서 $K \ll N$ 이므로 제안된 recursive 알고리즘의 복잡도를 $(1/2)N^3$ 에서 N^2 에 비례하는 것으로 낮출 수 있다.

IV. 모의실험 결과

본 절에서는 제안된 recursive 알고리즘과 제안된 알고리즘의 복잡도를 개선한 MMSE-SIC 등화기의 성능을 기존의 MMSE-SIC 등화기와 비교를 통해 그 효용성을 보이기 위해 모의실험을 수행하였다. 모의실험 환경은 다음과 같다. 전체 대역폭 1 MHz를 사용하는 un-coded OFDM 시스템에서 부분송파의 개수 N 은 64이며 QPSK 변조방식이 이용된다. 또한 ISI(inter-symbol interference)에 의한 시스템 성능 저하 현상을 제거하기 위하여 보호구간의 길이는 16 심볼로 설정되었다. 채널 모델은 심볼 간격을 가지는 WSSUS Tapped-delay-line의 독립된 6개의 경로를 가지고 지수 함수적으로 감쇄되는 delay profile을 따르며 각각의 채널 탭은 Jake 모델에 의해서 발생하는 시변 다중 채널을 가정하였다. 송신단과 수신단과의 부분송파와 심볼의 타이밍은 완벽하게 동기가 맞고 전체 채널 정보는 수신기에 알려져 있는 것으로 가정하였다. 따라서 채널 추정을 위한 파일럿(pilot) 신호는 사용하지 않았다.

그림 1과 2는 정규화 도플러 주파수 f_n 가 0.05,

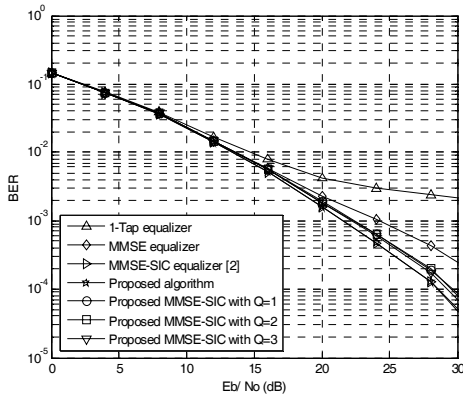


그림 1. f_n 이 0.05일 때, 제안된 방식과 기존의 MMSE-SIC 등화 방식간의 성능 비교
Fig. 1. BER performance comparison when $f_n=0.05$

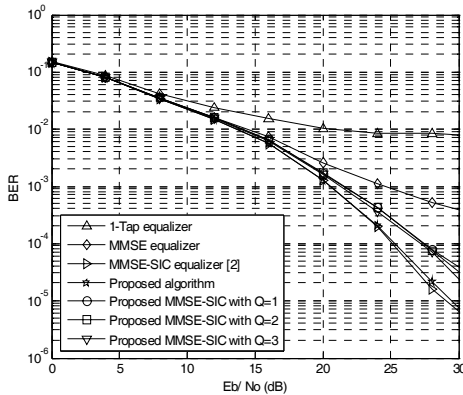


그림 2. f_n 이 0.1일 때, 제안된 방식과 기존의 MMSE-SIC 등화 방식간의 성능 비교
Fig. 2. BER performance comparison when $f_n=0.1$

0.1인 경우에 기존의 MMSE-SIC 등화기법과 제안된 등화기법들의 성능을 비교하였다. 여기서 f_n 이 0.1인 경우는 IEEE802.16e 시스템에서 300 km/h 이상으로 이동하는 단말에서 경험하게 되는 정규화 도플러 주파수이다. 그림 1과 2에서 볼 수 있는 바와 같이 SNR(signal-to-noise ratio)이 낮은 경우에는 단일 탭 등화기와 MMSE-SIC 방식의 성능에 있어서 큰 차이가 없으며 이것은 SNR이 낮은 경우에는 ICI 성분보다 노이즈 성분이 보다 큰 성능저하 요인이기 때문이다.

그러나 SNR이 증가함에 따라 단일 탭 등화기는 빠르게 error floor 현상을 보였다. 반면에 MMSE-SIC 등화기는 직렬 간섭 제거 방식을 통해 ICI 성분들을 제거하기 때문에 선형 MMSE 등화방식 보다 향상된 성능을 나타낸다. 이러한 특징은 심볼들

간의 시간 다이버시티 효과가 f_n 에 비례하여 커지기 때문에 f_n 이 증가 하여도 충분히 좋은 성능을 얻을 수 있다. 제안된 recursive 알고리즘과 기존의 MMSE-SIC 등화기에서 약간의 성능 차이는 검출 순서 결정 방식의 차이에 따른 것으로 제안된 알고리즘의 경우 준 최적 순서 결정 방식을 이용 하였다. 제안된 알고리즘의 복잡도를 개선한 MMSE-SIC 등화 방식의 경우, 기대하는 바와 같이 인접 심볼의 개수 Q 값이 증가함에 따라 성능이 향상 되었다. 그림 1과 2에서 알 수 있는 바와 같이 기존의 MMSE-SIC 등화기와 유사한 성능을 얻기 위해서 $f_n=0.05$ 인 경우에 사용된 Q 값 보다 도플러 주파수가 증가된 $f_n=0.1$ 인 경우에는 보다 큰 Q 값이 요구되게 된다. 이는 ICI가 f_n 이 커짐에 따라 보다 많은 심볼들로 넓게 퍼지기 때문에 보다 많은 인접 심볼들의 영향을 고려할 필요가 있기 때문이다.

V. 결론

본 논문에서는 OFDM 시스템의 ICI 효과를 제거하기 위한 MMSE-SIC 등화 방식의 복잡도를 개선을 위하여 새로운 recursive 알고리즘을 제안하였다. 제안된 알고리즘은 시간 도메인 채널 행렬의 sparse 특성을 이용하여 복잡도를 크게 개선하였으며 간단한 준 최적 검출 순서 결정 방식과 결합하여 기존의 MMSE-SIC 등화기와 거의 유사한 성능을 보이는 등화기를 구현 하였다. 또한 제안된 알고리즘의 복잡도를 추가적으로 개선하는 방법을 제안하였다.

참고 문헌

- [1] W. G. Jeon, K. H. Chang and Y. S. Cho, "An equalization technique for orthogonal frequency division multiplexing systems in time-variant multipath channels," IEEE Trans. Commun., Vol.47, pp.27-32, Jan. 1999.
- [2] Y. S. Choi, P. J. Voltz, and F. A. Cassara, "On channel estimation and detection for multicarrier signals in fast and selective Rayleigh fading channels," IEEE Trans. Commun., Vol.49, pp.1375-1387, Aug. 2001.
- [3] P. Schniter, "Low complexity equalization of

OFDM in doubly selective channels,” IEEE Trans. Signal Processing, Vol.52, No.4, pp.1002-1011, Apr. 2004.

[4] X. Cai and G. Giannakis, “Bounding performance and suppressing intercarrier interference in wireless mobile OFDM,” IEEE Trans. Commun., Vol.51, pp.2047-2056, Dec. 2003.

[5] B. Hassibi, “An efficient square-root algorithm for BLAST,” in Proc. IEEE ICASSP, Vol.2, pp.11737-11740, June 2000.

[6] H. Zhu, Z. Lei, and F. S. Chin, “An improved square-root algorithm for BLAST,” IEEE Lett., Signal Processing, pp.772-775, Sept. 2004.

[7] J. Benesty, Y. Huang, and J. Chen, “A fast recursive algorithm for optimum sequential signal detection in a BLAST system,” IEEE Trans. Signal Processing, pp.1722-1730. July 2003.

[8] Z. Luo, S. Liu, M. Zhao, and Y. Liu, “A novel optimal recursive MMSE-SIC detection algorithm for V-BLAST systems,” in Proc. IEEE ICC., pp.3105-3110, June. 2006.

[9] W. Jiang, Y. Asai, and S. Aikawa, “Very fast recursion based algorithm for BLAST signal detection in spatial multiplexing system,” IEICE Trans. Commun., pp.1773-1779, July 2007.

[10] 강승원, 김규현, 장경희, “MIMO-OFDM 수신기의 성능 열화 분석 및 고속 이동환경에서의 성능 향상을 위한 저복잡도 HIC 간섭제거 기법,” 한국통신학회논문지, 제32권 제2호, pp.95-112. Feb. 2007.

[11] W. K. Wai, C. Y. Tsui, and R. S. Cheng, “A low complexity architecture of the V-BLAST system,” in Proc. IEEE Communication and Networking Conf., pp.310-314. July 2000

[12] G. H. Golub and C. F. Van Loan, Matrix Computations, Johns Hopkins Univ. Press, 1996.

박 지 현 (Ji-Hyun Park)

정회원



1992년 2월 연세대학교 전기공학
학과 졸업
1994년 2월 연세대학교 전기공학
학과 석사
1997년~현재 LG전자 연구소
2001년 9월~현재 연세대학교 전
기전자공학과 박사과정

<관심분야> 통신 신호처리, 통신 시스템(OFDM)

황 승 훈 (Seung-Hoon Hwang)

정회원



1999년 2월 연세대학교 공학박사
1999년 2월 LG전자 이동통신 연
구소 책임 연구원
2003년 University of
Southampton, United
Kingdom, Research Fellow.
2005년~현재 동국대학교 전자공
학과 조교수

<관심분야> 무선 및 이동 통신 시스템

황 금 찬 (Keum-Chan Whang)

중신회원



1967년 2월 연세대학교 전기 공
학과 졸업
1975년 2월 Polytechnic
University 전자공학과 석사
1979년 2월 Polytechnic
University 전자공학과 박사
1980년~현재 연세대학교 전기전
자공학과 정교수

<관심분야> 통신 시스템(CDMA), 이동 및 위성 통신,
통신 이론