

Mobile WiMAX 시스템에서 미세 주파수 동기화 기법의 성능 분석

정희원 양 현*, 정 광 수**, 이 경 일**, 이 재 훈**, 유 영 환*

Performance Analysis of Fine Frequency Synchronization Scheme in Mobile WiMAX Systems

Hyun Yang*, Kwang-Soo Jeong**, Kyeong-Il Lee**, Jae-Hoon Yi**,
Young-Hwan You* *Regular Members*

요 약

OFDM (orthogonal frequency division multiplexing) 시스템에서 주파수 동기 오차는 시변 특성으로 인해 시스템 성능 저하를 유발하는 가장 중요한 문제 중의 하나이다. 본 논문에서는 OFDM 기반의 이동 WiMAX 시스템에서 파일럿 심벌 기반의 미세 잔여 주파수 동기 오차 추정기의 성능을 분석한다. FFT 과정 후 수행되는 파일럿 기반의 미세 주파수 동기 오차 추정기의 MSE (mean square error) 성능을 시변 페이딩 채널에서 수식적으로 유도한다. 본 논문에서 유도된 MSE 성능 검증을 위하여 미세 주파수 동기화 기법을 IEEE802.16e 표준의 프레임 구조에 적용하여 모의실험을 수행한다.

Key Words : OFDM, Synchronization, Residual carrier frequency offset, Mobile broadcasting

ABSTRACT

Carrier frequency offset (CFO) is one of the most important problems in an orthogonal frequency division multiplexing (OFDM) system, which seriously degrades the performance of the systems due to its time-variant behavior. In this paper, the performance of a pilot-assisted fine CFO estimator in OFDM-based mobile WiMAX systems is analyzed. Analytical closed-form expression of the mean square error (MSE) of the post-FFT based CFO synchronization scheme is reported for time-variant fading channels. Taking into account the frame structure of the IEEE802.16e standard, simulation results are used to verify the theoretical analysis developed in this paper.

I. 서 론

최근 주목받고 있는 WiMAX (Worldwide interoperability for microwave access) 는 대도시 단위 통신망에서 고속의 데이터 전송률 제공이 가능한 무선통신 시스템이며, WiMAX 시스템 사양은

IEEE802.16e 표준¹⁾에서 규격화 되어 있다. IEEE802.16e 표준은 WiMAX를 위한 OFDM 기술 및 NLOS 환경을 정의하고, 고성능의 MBS (multicast and broadcast service) 전송을 위한 진보된 전송 기술 및 유연한 자원 할당 기술을 개발할 수 있게 한다. 따라서 영상 방송 및 이동 TV 서비스

※ The authors wish to acknowledge the assistance and support of the Center for Advanced Transceiver Systems and the Ministry of Knowledge Economy, and this research is supported by Seoul R&BD Program.

* 세종대학교 컴퓨터공학과(yhyou@sejong.ac.kr), ** (주)유정시스템

논문번호 : KICS2008-04-152, 접수일자 : 2008년 4월 3일, 최종논문접수일자 : 2008년 7월 15일

스를 위한 이동 WiMAX 시스템이 주목받고 있다.

하지만, OFDM 시스템은 송·수신단간의 동기화 오류에 대해서 매우 민감하며, 이러한 동기화 오류는 심각한 시스템 성능 저하를 야기한다. 많은 수의 논문들이 시간 및 주파수 동기화에 대해서 다루고 있고, 그러한 다수의 논문들에서 제안된 추정기들은 수신단에 존재하는 FFT 과정 후에 작동한다^{[2][3]}. 수신단에서의 대략적인 주파수 동기화 과정 후에는 잔여 및 샘플링 주파수 동기 오차가 존재하게 되는데, 완전하게 보상되지 않은 잔여 및 샘플링 주파수 동기 오차는 짧은 패킷내에서도 상당한 위상 정보의 왜곡을 가져오므로 주파수 동기 오차 값의 추정에는 OFDM 시스템 수신기에서 매우 중요한 부분이다^[5]. 따라서 시스템 성능의 저하를 막기 위한 위상 오류 추정 및 감쇄를 위하여 파일럿 부반송파를 이용하는 다수의 알고리즘들이 여러 논문에서 제시되었다^{[6]-[8]}.

본 논문에서는 OFDM 기반의 이동 통신 시스템에서 파일럿 심벌을 이용한 잔여 주파수 동기 오차 추정기의 성능을 시변 페이딩 채널 환경하에서 분석한다. 시변 환경에서 유도된 추정 성능의 검증을 위해 IEEE802.16e 표준^[1] 기반의 WiMAX 시스템에서의 모의 실험 결과와 비교 검증한다.

본 논문은 다음과 같은 구성을 따른다. II장에서는 OFDM 시스템을 위한 신호 모델을 기술하고, III장에서는 잔여 주파수 동기 오차 추정 알고리즘을 적용한 동기화 수신기의 MSE (mean square error) 성능을 유도한다. IV장에서는 잔여 주파수 동기 오차 추정기의 성능을 모의실험을 통하여 검증하고, 마지막으로 V장에서 결론을 맺는다.

II. 시스템 모델

OFDM 시스템에서 N 개의 복소 값을 가지는 데이터 심벌은 송신단에서의 N 개의 부반송파가 IFFT (Inverse Fast Fourier Transform) 과정을 거쳐 변조된다. 이렇게 변조된 신호에서 끝 부분에 위치하는 N_g 개의 IFFT 샘플들은 보호 구간을 형성하는데 사용되며, 그러한 보호 구간은 각각의 OFDM 심벌의 시작되는 부분에 삽입된다. 간단한 수식 표현을 위하여 N_p 개의 파일럿 부반송파와 $N - N_p$ 개의 데이터 부반송파로 이루어진 l 번째 주기 동안의 OFDM 심벌을 $X_l(k)$ 로 나타낸다.

수신단에서 잔여 주파수 동기 오차 추정을 하기 전에 시간 동기 오차가 완벽하게 추정되어 보상되

었다고 가정한다. 또한, Quasi-Stationary 채널 환경을 가정하여 하나의 OFDM 구간 동안의 채널은 일정한 상태를 유지하는 것으로 보고 페이딩 환경에서 야기되는 ICI 부분은 무시하도록 한다. 이 때, FFT 과정 이후 l 번째 주기 동안의 k 번째 부반송파에 실린 OFDM 신호는 미세 잔여 및 샘플링 주파수 동기 오차의 영향을 받아 다음과 같이 나타낼 수 있다^{[8][9]}.

$$R_l(k) \approx H_l(k)X_l(k)e^{j2\pi\phi(k)(LN_s+N_g)/N}e^{j\pi(N-1)\phi(k)/N} + I_l(k) + W_l(k) \quad (1)$$

여기서 $\phi(k)$ 는 다음 식과 같이 주어진다.

$$\phi(k) = \Delta(1+\epsilon) + k\epsilon \approx \Delta + k\epsilon \quad (2)$$

또한, 여기서 $N_g = N + N_g$, Δ 는 부반송파 간격 Δ_f 로 정규화 된 잔여 주파수 동기 오차, ϵ 은 샘플링 주파수 동기 오차, $H_l(k)$ 는 평균이 0이고 분산이 σ_H^2 인 채널의 주파수 응답, $W_l(k)$ 는 평균과 분산이 각각 0과 σ_W^2 인 복소 가산성 가우시안 잡음이고, $I_l(k)$ 는 잔여 및 샘플링 주파수 동기 오차에 의해 발생된 ICI 부분이다. 식 (1)에서 잔여 및 샘플링 주파수 동기 오차로 인하여 발생한 ICI 부분은 가산성 잡음 $W_l(k)$ 에 비해 그 값이 매우 작기 때문에 생략 할 수 있다.

III. 이동 WiMAX 시스템에서의 미세 주파수 동기 오차 추정기의 성능 분석

이 장에서는 FFT 과정 후에 사용되는 잔여 주파수 동기 오차 추정기를 설명하고 추정기의 성능을 분석하기 위하여 MSE 성능을 수식적으로 분석한다.

3.1 미세 주파수 동기 오차 추정 알고리즘

OFDM 시스템에서 간단하면서도 적용하기 쉬운 잔여 주파수 동기화 방법을 얻기 위하여 FFT 과정 후에 작동하는 기존의 잔여 주파수 동기 오차 추정 방법^[9]을 채택한다. 기존의 방법^[9]에서 행해졌던 파일럿 심벌 기반의 잔여 주파수 동기 오차 추정기의 구조를 참고하면, k_j 번째 ($j=1,2,\dots,N_p$) 파일럿 부반송파간의 상관 함수는 다음과 같다.

$$C_l(k_j) = R_l^*(k_j)R_{l+D_s}(k_j) = H_l^*(k_j)H_{l+D_s}(k_j)|X_l(k_j)|^2 e^{j2\pi\phi(k)D_s} + \widetilde{W}_l(k_j) \quad (3)$$

여기서 $\tilde{W}_l(k_j)$ 는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} W_l(k_j) &= H_l^*(k_j)X_l^*(k_j)W_{l+D_s}(k_j)e^{j2\pi\phi(k)(l+D_s)N_u+N_j/N} \\ &+ H_{l+D_s}^*(k_j)X_{l+D_s}^*(k_j)W_l(k_j)e^{-j2\pi\phi(k)(lN_u+N_j)/N} \\ &+ W_{l+D_s}(k_j)W_l^*(k_j) \end{aligned} \quad (4)$$

여기서 $\rho = N_u/N$ 이고 D_s 는 파일럿 부반송파의 삽입 위치가 같은 두 개의 연속되는 OFDM 심벌들 간의 거리이다. 상관 함수 $C_l(k)$ 의 합은 다음 식과 같이 나타낼 수 있다.

$$A_{l,d} = \sum_{j=dN_p/2+1}^{(d+1)N_p/2} C_l(k_j) \quad (5)$$

여기서 d 가 0이면 DC 성분을 중심으로 왼쪽 부분의 파일럿 신호들 간의 상관함수 합이며, 1일 때는 오른쪽 부분의 파일럿 신호들의 상관함수 합이다. 만약, 채널의 상황이 거의 변화가 없고 주파수 영역에서의 파일럿 신호들이 균일하게 분포되어 있으면, $A_{l,0}$ 은 다음과 같이 근사화 될 수 있다⁹⁾.

$$A_{l,0} \approx e(\Delta, \epsilon) e^{j2\pi\epsilon k_j \rho} \sum_{j=1}^{N_p/2} |H_l^*(k_j)|^2 |X_l(k_j)|^2 + \sum_{j=1}^{N_p/2} \tilde{W}(k_j) \quad (6)$$

그리고 d 가 1일 때는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} A_{l,1} &\approx e(\Delta, \epsilon) e^{j2\pi\epsilon k_j \rho} \sum_{j=N_p/2+1}^{N_p} |H_l^*(k_j)|^2 |X_l(k_j)|^2 \\ &+ \sum_{j=N_p/2+1}^{N_p} \tilde{W}(k_j) \end{aligned} \quad (7)$$

여기서 $e(\Delta, \epsilon) = e^{j2\pi\Delta D_s \rho} e^{j\pi\epsilon D_f(N_p/2-1)\rho}$ 이고 D_f 는 한 개의 OFDM 심벌 내에서 이웃하는 두 개의 파일럿 부반송파 간의 거리이다. 이 때, 잔여 주파수 동기 오차는 상기 식 (6)과 (7)을 이용하여 다음과 같이 구할 수 있다⁹⁾.

$$\hat{\Delta} = \frac{1}{2\rho D_s} \frac{\arg\{A_{l,0}\} + \arg\{A_{l,1}\}}{2} \quad (8)$$

여기서 잔여 주파수 동기 오차의 추정 가능 범위는 $|\Delta| \leq (2\rho D_s)^{-1}$ 이다.

잡음이 없다고 가정 할 때, 식 (8)의 분자 부분은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} &\arg\{A_{l,0}\} + \arg\{A_{l,1}\} \\ &= 2\rho D_s \{2\Delta + \epsilon [k_1 + k_{N_p/2+1} + D_f(N_p/2-1)]\}. \end{aligned} \quad (9)$$

만약, DC 성분을 중심으로 왼쪽 부분의 파일럿 신호들과 오른쪽 부분의 파일럿 신호들이 좌우 대칭하여 분포되어 있으면 다음 식과 같음을 알 수 있다.

$$k_1 + k_{N_p/2+1} + D_f(N_p/2-1) = k_1 + k_{N_p} = 0 \quad (10)$$

위 식에 의하여 샘플링 주파수 동기 오차의 영향을 제거 할 수 있다. WiMAX 시스템에서는 상기 식 (10)을 만족하는 파일럿 패턴이 존재한다.

3.2 주파수 동기 오차 추정기의 MSE 성능 분석

시변 채널에서의 잔여 주파수 동기 오차 추정기의 MSE 성능을 수식적으로 보여주기 위하여 식 (6)과 (7)에서 잔여 주파수 동기 오차로 인하여 발생한 위상 회전을 제거한다. 이 때, 위상 회전이 보상된 $A_{l,d}$ 는 다음 식과 같이 나타내어진다.

$$\hat{A}_{l,d} = \sum_{j=dN_p/2+1}^{(d+1)N_p/2} \{Y_l(k_j) + \tilde{W}_l(k_j)e^{-j2\pi\Delta D_s \rho}\} \quad (11)$$

여기서 $d=0,1$ 이고 $Y_l(k_j)$ 는 다음과 같이 주어진다.

$$Y_l(k_j) = H_l^*(k_j)H_{l+D_s}(k_j)|X_l(k_j)|^2 e^{j2\pi\epsilon k_j D_s \rho} \quad (12)$$

기존의 분석 방식에 의해 잔여 주파수 동기 오차 추정기의 누적된 위상의 값을 살펴보면 다음과 같이 근사화하여 나타낼 수 있다¹⁰⁾.

$$\arg\{\hat{A}_{l,d}\} \approx \quad (13)$$

$$\frac{\text{Im}\left\{\sum_{j=dN_p/2+1}^{(d+1)N_p/2} Y_l(k_j)\right\} + \text{Im}\left\{\sum_{j=dN_p/2+1}^{(d+1)N_p/2} \tilde{W}_l(k_j)\right\}}{\text{Re}\left\{\sum_{j=dN_p/2+1}^{(d+1)N_p/2} Y_l(k_j)\right\}}$$

여기서 $d=0,1$, $\hat{W}_l(k_j) = \tilde{W}_l(k_j)e^{-j2\pi\Delta D_s \rho}$ 이고 $\text{Re}\{x\}$ 와 $\text{Im}\{x\}$ 는 각각 x 의 실수와 허수 부분을 나타낸다. 만약, 샘플링 주파수 동기 오차 ϵ 이 매우 작을 경우에는, 식 (13)에서의 분모 부분은 다음과 같이 다시 표현 할 수 있다.

$$\begin{aligned} &\text{Re}\left\{\sum_{j=dN_p/2+1}^{(d+1)N_p/2} Y_l(k_j)\right\} \\ &\approx \frac{E_s N_p}{2} \cdot \text{E}\left[\text{Re}\{H_l^*(k_j)H_{l+D_s}(k_j)\}\right] \\ &= \frac{E_s N_p \sigma_H^2 r(D_s)}{2} \end{aligned} \quad (14)$$

여기서 $E_s = |X_i(k)|^2$ 이고 $r(\cdot)$ 은 시간에 따른 상관 함수이며 다음과 같이 주어진다.

$$r(m) = E[H_i^*(k)H_{i+m}(k)]/\sigma_H^2 \quad (15)$$

식 (13)과 (14)에 의하여 추정 오류는 다음과 같이 나타낸다.

$$e_\Delta = \frac{1}{2\pi\rho D_s} \frac{\sum_{j=1}^{N_p} Y_i^Q(k_j) + \sum_{j=1}^{N_p} \hat{W}_i^Q(k_j)}{E_s N_p \sigma_H^2 r(D_s)} \quad (16)$$

여기서 $Y_i^Q(k)$ 와 $\hat{W}_i^Q(k)$ 는 각각 $Y_i(k)$ 와 $\hat{W}_i(k)$ 의 허수 부분이다. 식 (16)에서 분자의 평균값은 각각 다음과 같이 주어진다.

$$E\left[\sum_{j=1}^{N_p} Y_i^Q(k_j)\right] = 0, \quad E\left[\sum_{j=1}^{N_p} \hat{W}_i^Q(k_j)\right] = 0 \quad (17)$$

따라서 잔여 주파수 동기 오차 추정기의 분산은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$E[e_\Delta^2] = \left(\frac{1}{2\pi\rho D_s}\right)^2 \frac{E\left[\left(\sum_{j=1}^{N_p} Y_i^Q(k_j)\right)^2\right] + E\left[\left(\sum_{j=1}^{N_p} \hat{W}_i^Q(k_j)\right)^2\right]}{\left[E_s N_p \sigma_H^2 r(D_s)\right]^2} \quad (18)$$

간단한 계산을 통하여 식 (18)에서의 두 평균값 부분은 다음과 같이 쉽게 정리하여 표현 할 수 있다.

$$E\left[\left(\sum_{j=1}^{N_p} Y_i^Q(k_j)\right)^2\right] = E_s^2 \sigma_H^4 r^2(1-r(D_s)^2) \quad (19)$$

$$E\left[\left(\sum_{j=1}^{N_p} \hat{W}_i^Q(k_j)\right)^2\right] = N_p \left(E_s \sigma_H^2 \sigma_W^2 + \frac{\sigma_W^2}{2}\right) \quad (20)$$

식 (19)에서 Γ 는 주파수 선택적 특성에 의한 상관 함수이고 아래 식과 같이 주어진다.

$$\Gamma = \sum_{i=1}^{N_p} \sum_{j=1}^{N_p} \sum_{p=1}^L \frac{\sigma_p^2}{\sigma_H^2} e^{-j2\pi(k_i - k_j)\Delta_f \tau_p} \quad (21)$$

여기서 τ_p 는 p 번째 경로 지연, σ_p^2 는 p 번째 경로의 평균 파워, Δ_f 는 부반송파간의 간격이고 L 은 최대 채널 지연 확산이다. 최종적으로 식 (19)와 (20)을 식 (18)에 대입하여 정리하면, 잔여 주파수 동기 오차 추정기의 분산은 다음과 같이 된다.

$$E[e_\Delta^2] = \frac{1}{(2\pi N_p \rho D_s r(D_s))^2} \cdot \left[\frac{\Gamma^2(1-r(D_s)^2)^2}{2} + \frac{N_p}{\text{SNR}} + \frac{N_p}{2\text{SNR}^2} \right] \quad (22)$$

여기서 $\text{SNR} = E_s \sigma_H^2 / \sigma_W^2$ 이다.

IV. 모의실험 결과

이 장에서는 이동 페이딩 채널에서의 미세 주파수 동기 오차 추정기 성능을 모의실험 결과를 통하여 검증한다. IEEE802.16e 표준의 규격을 따라 모의실험에 사용된 총 부반송파의 수는 $N = 1024$ 이며, DC 부반송파 및 가상 부반송파를 제외한 실제 사용된 파일럿 및 데이터 부반송파의 수는 $N_{used} = 851$ 이고 보호구간은 $N_g = 128$ 로 선택하였다. IEEE802.16e OFDMA 하향링크에서의 여러 가지 모드 중 FUSC 모드는 11개의 고정된 파일럿 심벌을 가지는 constant set과 심벌마다 위치가 변하는 71개의 파일럿 심벌로 이루어진 variable set으로 구성되어져 있다. 본 논문에서는 일정한 D_f 값을 가지는 파일럿 심벌 집합을 사용하기 위하여 variable set만을 고려한다. 한편, ITU-R의 Vehicular-A 채널 모델^[11]이 사용되었고 중심 주파수는 2.3GHz이며, OFDM 심벌의 대역폭은 8.75MHz이다. 페이딩 채널 성분인 $H_i(k)$ 는 Jake's model로 고려하였다. Jake's model로부터의 상관 함수 $r(m)$ 은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$r(m) = J_0(2\pi m f_d T_u) \quad (23)$$

여기서 $J_0(\cdot)$ 은 제 1종 0차 Bessel 함수, $f_d = v f_c / (3 \times 10^8)$ 는 최대 도플러 확산이고 $T_u = N_u / \Delta_f$ 이다. 또한, 본 모의실험에서 $\Delta = 10^{-2}$, $\epsilon = 20\text{ppm}$ 으로 설정하였다. 위에서 v 는 이동 속도, f_c 는 반송파 주파수이다.

그림 1은 수신기의 이동 속도에 따른 미세 잔여 주파수 동기 오차 추정기의 MSE 성능을 보여준다. 그래프로부터 $f_d T_u$ 가 0.01이하인 경우에는 식 (22)에 따른 미세 주파수 동기 오차 추정기의 이론상 성능과 모의실험 결과가 일치함을 보인다. 반면에, $f_d T_u$ 가 0.01이상인 경우에는 이론치와 실험치가 차이가 발생함으로 보인다. 이는 이론치 성능이

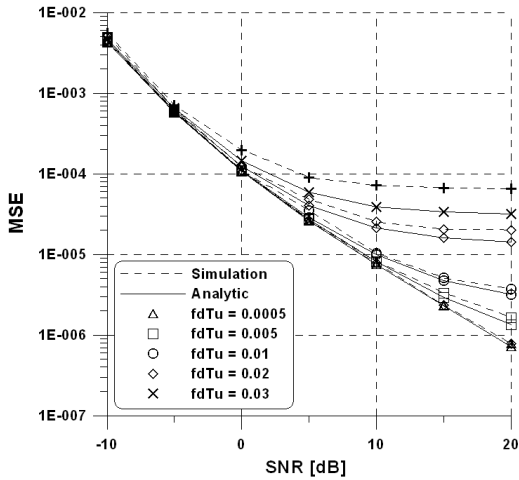


그림 1. 이동 속도에 따른 주파수 동기 오차 추정기의 MSE 성능
Fig. 1. MSE performance of frequency estimators versus mobile speed

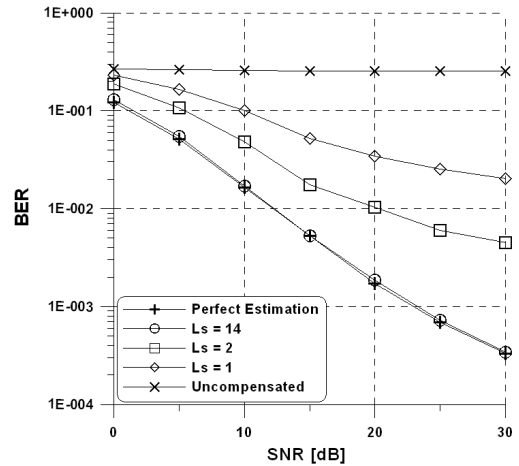


그림 3. 이동 속도가 60km/h일 때 동기화 수신기의 BER 성능
Fig. 3. BER performance of synchronization receiver when $v=60\text{km/h}$

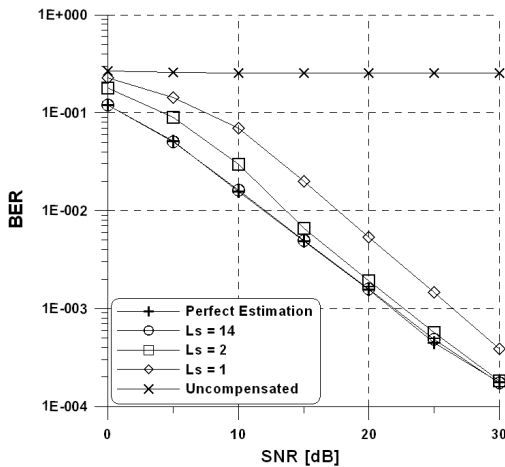


그림 2. 이동 속도가 10km/h일 때 동기화 수신기의 BER 성능
Fig. 2. BER performance of synchronization receiver when $v=10\text{km/h}$

Quasi-Stationary을 가정하여 유도된 반면에, 모의실험에서는 한 OFDM 심볼간 채널 변화로 인한 ICI 성분이 추가 발생되기 때문이다.

그림 2와 그림 3은 각각 수신기의 이동 속도 v 가 10km/h 및 60km/h일 때의 BER 성능을 보여주고 있다. L_s 는 하향링크에서 한 프레임 당 실행되는 주파수 동기 오차 추정과 보상의 횟수를 나타낸다. L_s 가 14일 때, 위상 잡음을 가지고 있는 OFDMA 심벌은 3개의 OFDM 심벌마다 보상이 이루어지고 이때의 성능은 이상적인 경우와 거의 같은 성능을 보여줌을 확인 할 수 있다.

V. 결론

본 논문에서는 OFDM 기반의 이동 WiMAX 시스템에서 잔여 주파수 동기 오차 추정기의 성능 분석을 수행하였다. 시변 채널 환경을 고려하여 미세 주파수 동기화 방식의 MSE를 수학적으로 유도하였으며, 모의실험을 통해 MSE 성능을 검증하였다.

참고 문헌

- [1] Part 16: Air Interface Fixed Broadband Wireless Access Systems, Amendment 2: Medium Access Control and Additional Physical Layer Specifications for 2-11GHz, IEEE Std. 802.16a, Apr. 2003.
- [2] T. Pollet, "The BER performance of OFDM systems using nonsynchronized sampling," in *Proc. of GLOBECOM'94*, pp.253-257, 1994.
- [3] T. M. Schmidl and D.C. Cox, "Robust frequency and timing synchronization for OFDM," *IEEE Trans. Commun.*, Vol.45, pp.613-1621, Dec. 1997.
- [4] J. J. Van De Beek, M. Sandel, and P. O. Borjesson, "ML estimation of time and frequency offset in OFDM systems," *IEEE Trans. Signal Processing*, Vol.45, pp.1800-1805, July 1997.
- [5] T. Pollet, M. van Bladel, and M.

