4진 낮은 상관 구역 수열군의 새로운 생성법

정회원 장 지 웅*, 김 영 식**, 임 대 운***°

A New Construction Method of Quaternary LCZ Sequence Set

Ji-Woong Jang*, Young-Sik Kim**, Dae-Woon Lim***° *Regular Members*

요 약

본 논문에서는 짝수 N에 대하여 매개 변수가 (N, M, L, ϵ)인 이진 낮은 상관 구역 수열군(LCZ sequence)를 이용하여 동일한 매개 변수를 갖는 4진 낮은 상관 구역 수열군을 생성하는 방법을 제시한다. 새로 제안된 생성법은 이진 낮은 상관 구역 수열과 위상을 변화시킨 수열에 Krone와 Sarwate의 논문에 나온 역 gray 사상을 적용하였다. 본 논문에서 제시하는 생성법은 주기 N이 짝수인 모든 이진 낮은 상관 구역 수열군에 적용하는 것이 가능하다.

Key Words : LCZ, 시퀀스, 준동기부호분활다원접속시스템, 자기상관특성, 역gray사상

ABSTRACT

In this paper, for even integer N, we propose a new construction method of quaternary low correlation zone(LCZ) sequence set from a binary LCZ sequence set with parameters (N, M, L, ϵ). Proposed method applies the inverse gray mapping from Krone and Sarwate to binary LCZ sequences and their phase shifts. The only needed condition of binary LCZ sequence set used in this construction is even period.

Ⅰ. 서 론

부호 분할 다원접속(CDMA) 시스템에서는 다수의 사용자들이 동시에 채널을 사용하므로 사용자간 다중 접속 간섭을 최소화하기 위해서는 각각의 사용자에게 분배되는 식별 부호의 성능, 식별 부호간의 낮은 상관 값이 매우 중요하다. 최근 고속 무선 통신의 해결책 중 하나로 각광받고 있는 hot spot 에서의 통신 역시 다수의 사용자가 좁은 공간에서 동시에 시스템에 접속하므로 사용자간의 간섭을 최소화하기 위한 식별 부호의 중요성이 커지고 있다. 이러한 hot spot에 적용 가능한 시스템 중 하나가 준동기 부호분할 다원 접속 시스템이다. Gaudenzi와 Elia, Viola[2]가 제안한 준동기 부호 분할 다원 접속 시스템은 본래 위성 통신 시스템에 적용하기 위하여 제안되었으나 사용자간 시간 지연이 반송파의 수 칩 내로 유지되는 hot spot등에도 적용이 가능한 것으로 여겨진다. 이러한 준동기 부호 분할 다원 접속 시스템의 성능을 최대한 발휘하기 위하여 새로 제안된 식별 부호가 바로 낮은 상관 구역 수열군이다.

Long과 Zhang, Hu[10]는 준동기 부호 분할 다원 접속 시스템에 낮은 상관 구역 수열군을 이용할 경우 기존의 최적의 상관 함수를 갖는 수열군들에 비해 우월한 성능을 보임을 이론적으로 입증하였고 이진 GMW 수열을 이용하여 최초의 낮은 상관구역 수열군의 생성법을 제안하였다. 이후 Tang과 Fan[12]은 Long과 Zhang, and Hu[10]의 생성법의 문자 크기를 일반화 하여 p진 낮은 상관 구역 수열군의 생성법을 제안하였다. Kim과 Jang, No, Chung[5]은

* UCSD 전기컴퓨터공학부(stasera.jang@gmail.com), ** 삼성전자, System LSI 사업부 (mypurist@gmail.com)
*** 동국대학교 정보통신공학과 (daewoonlim@gmail.com)(°: 교신저자)
논문번호 : KICS2008-09-399, 접수일자 : 2008년 9월 10일, 최종논문접수일자 : 2008년 11월 27일

이상적인 자기 상관 특성을 갖는 이진 수열을 이용하여 최적의 4진 낮은 상관 구역 수열군의 생성법을 제안하였고 이는 Tang과 Fan, Matsufuji의 한계를 만족시키는 최초의 낮은 상관 구역 수열군이다. 또한 Jang과 No, Chung, Tang[3]은 최적의 p진 낮은 상관 구역 수열군을 생성하였으며 Jang과 No, Chung[4]은 Kim과 Jang, No, Chung[5]의 생성법에 No[11]가 제안한 통합수열을 적용하여 최적의 p^2진 낮은 상관 구역 수열군의 생성법을 제안하였다. 최근 Chung과 Yang[1]은 이진 수열과 동일한 수열의 위상을 변화시킨 수열에 역 gray 사상을 적용하여 새로운 4진 낮은 상관 구역 수열군의 생성법을 제안하였고, Kim과 Jang, No, Chung[6]은 홀수 주기를 갖는 이진 수열을 이용하여 유연한 매개 변수를 갖는 낮은 상관 구역 수열군을 제안하였다. 이후 Zhou와 Tang, Gong[14]은 interleaving 기법에 기반하여 Kim과 Jang, No, Chung[6]의 생성법을 일반화하였다.

낮은 상관 구역 수열의 특수한 경우인 영상관 구역 수열의 연구에 있어, Cha는 이진 및 3진 영상관 구역 수열을 세계 최초로 제안하였고[15][16] 이를 확장 다중 위상을 갖는 영상관 구역 수열에 대한 연구 결과를 발표하였다[17][18].

본 논문에서는 짝수에 대하여 매개 변수가 인 이진 낮은 상관 구역 수열군을 이용하여 동일한 매개변수를 갖는 4진 낮은 상관 구역 수열군을 생성하는 방법을 제시한다. 본 논문에서 제시하는 생성법은 주기 이 짝수인 모든 이진 낮은 상관 구역 수열군을 이용하는 것이 가능하다. 새로 제안된 생성법은 Krone와 Sarwate[7]의 논문에 나온 역 gray 사상을 이용하였다.

Ⅱ. 사전지식

주기가 N인 M진 수열 $s_1(t)$와 $s_2(t)$간의 상관 함수 $R_{s_1,s_2}(\tau)$는 다음과 같이 정의된다[8][9].

$$R_{s_1,s_2}(\tau)=\sum_{t=0}^{N-1}\omega_M^{s_1(t)-s_2(t+\tau)}$$

단, ω_M은 M차 원시 복소 단위원이다.

S를 주기가 N인 M개의 수열을 갖는 수열군이라 하자. 이 때, S에 속하는 임의의 두 수열간의 상관값이 $-L<\tau<L$의 위상 변화에 대해 주어진 ϵ값보다 항상 작거나 같다면 수열군 S를 파라미터가 (N,M,L,ϵ)인 LCZ 수열군이라 한다.

Tang과 Fan, Matsufuji는 그들의 논문[13]에서 다음과 같이 매개 변수가 (N,M,L,ϵ)인 낮은 상관 구역 수열군의 한계에 관한 정리를 유도하였다.

정리 1. [Tang, Fan, and Matsufuji [13]] S가 매개변수가 (N,M,L,ϵ)인 낮은 상관 구역 수열군이라 하자. 이 때 다음이 항상 성립한다.

$$ML-1\le\frac{N-1}{1-\epsilon^2/N} \tag{1}$$

□

이제 $\phi[a,b]$가 다음과 같이 정의되는 역 gray 사상이라고 하자.

$$\phi[a,b]=\begin{cases}0,\text{ if } & (a,b)=(0,0)\\ 1,\text{ if } & (a,b)=(0,1)\\ 2,\text{ if } & (a,b)=(1,1)\\ 3,\text{ if } & (a,b)=(1,0).\end{cases}$$

양의 정수 N에 대해 $a(t)$와 $b(t)$가 주기가 N인 이진 수열이라 하고 $q(t)=\phi[a(t),b(t)]$로 정의하면 다음이 성립한다[7].

$$\omega_4^{q(t)}=\frac{1+\omega_4}{2}(-1)^{a(t)}+\frac{1-\omega_4}{2}(-1)^{b(t)}. \tag{2}$$

Ⅲ. 특정 성질을 가진 이진 낮은 상관 구역 수열군에서 생성되는 4진 낮은 상관 구역 수열군

본 장에서는 짝수 N에 대하여 매개 변수가 (N,M,L,ϵ)인 이진 낮은 상관 구역 수열군을 이용하여 동일한 매개 변수를 갖는 4진 낮은 상관 구역 수열군의 생성법을 제안한다.

Krone와 Sarwate는 역 gray 사상으로 생성한 4진 수열과 원래의 이진 수열 사이에 다음의 관계가 성립함을 유도하였다[7]

사전정리 2.(Krone and Sarwate [7]) $a(t)$와 $b(t)$, $c(t)$, $d(t)$가 동일한 주기를 갖는 이진 수열이라고 하자. 이제 $p(t)$와 $q(t)$가 각각 $p(t)=\phi[a(t),b(t)]$, $q(t)=\phi[c(t),d(t)]$로 정의된 4진 수열이라 하자. 이 때, $p(t)$와 $q(t)$간의 상관 함수 $R_{p,q}(\tau)$는 다음과 같이 주어진다.

$$R_{p,q}(\tau)=\frac{1}{2}\{R_{a,c}(\tau)+R_{b,d}(\tau)\}+\frac{\omega_4}{2}\{R_{a,d}(\tau)-R_{b,c}(\tau)\}.$$

□

사전 정리 2와 식 (2)로부터 다음의 사전정리를 유도할 수 있다.

사전정리 3. 짝수 N에 대해 $a(t)$와 $b(t)$가 주기가 N인 이진 수열이라 하고 두 4진 수열 $q_1(t)$와 $q_2(t)$를 다음과 같이 정의하자.

$$q_1(t) = \phi[a(t), a(t+N/2)]$$
$$q_2(t) = \phi[b(t), b(t+N/2)].$$

이 때, 상관 함수 $R_{q_1}(\tau)$와 $R_{q_2}(\tau)$, $R_{q_1,q_2}(\tau)$는 다음과 같이 계산된다.

$$R_{q_1}(\tau) = R_a(\tau)$$
$$R_{q_2}(\tau) = R_b(\tau)$$
$$R_{q_1,q_2}(\tau) = R_{a,b}(\tau).$$

증명) 사전정리 2에서 $a(t)$와 $c(t)$에 $a(t)$를, $b(t)$와 $d(t)$에 $a(t+N/2)$를 대입하면 다음이 성립함은 자명하다.

$$R_{q_1}(\tau) = R_a(\tau).$$

동일한 방식으로 $R_{q_2}(\tau) = R_b(\tau)$임도 자명하다. 이제 사전 정리 2.에 $b(t)$대신 $a(t+N/2)$, $c(t)$ 대신 $b(t)$, $d(t)$대신 $b(t+N/2)$를 대입하면 $R_{q_1,q_2}(\tau)$는 다음과 같이 다시 계산된다.

$$\begin{aligned} R_{q_1,q_2}(\tau) = & R_{a,b}(\tau) \\ & + \frac{\omega_4}{2} R_{a,b}(\tau + N/2) \\ & - \frac{\omega_4}{2} R_{a,b}(\tau - N/2). \end{aligned}$$

$a(t)$와 $b(t)$의 주기 N이 짝수이므로 $R_{a,b}(\tau - N/2) = R_{a,b}(\tau + N/2)$가 항상 성립하게 되므로 $R_{q_1,q_2}(\tau) = R_{a,b}(\tau)$이 된다.

□

사전 정리 3의 결과를 이용하여 다음과 같이 이진 낮은 상관 구역 수열군으로부터 동일한 매개 변수를 갖는 4진 낮은 상관 구역 수열군을 생성할 수 있다.

정리 4.(새로운 4진 낮은 상관 구역 수열군) 짝수 N에 대해 $\boldsymbol{B} = \{b_i(t) \mid 0 \le i < M\}$가 매개변수가 (N, M, L, ϵ)인 이진 낮은 상관 구역 수열군이라 하고 새로운 4진 수열군 $\boldsymbol{G}$를 다음과 같이 정의하자.

$$\boldsymbol{G} = \{g_i(t) \mid 0 \le i < M\}$$
$$g_i(t) = \phi[b_i(t), b_i(t+N/2)].$$

이 때, $\boldsymbol{G}$는 매개 변수 및 상관 함수 값 분포가 $\boldsymbol{B}$와 동일한 4진 낮은 상관 구역 수열군이다.

증명) $g_i(t)$의 정의와 매개 변수가 (N, M, L, ϵ)인 이진 낮은 상관 구역 수열군의 특성, 사전정리 3의 결과에 따라 $0 \le i, k < M$인 i와 k에 대해 $g_i(t)$와 $g_k(t)$ 간의 상관 함수 $R_{g_i,g_k}(\tau)$에 대해 다음이 성립함은 자명하다.

$$R_{g_i,g_k}(\tau) = R_{b_i,b_k}(\tau).$$

그러므로 $\boldsymbol{G}$는 상관 함수 값 분포가 $\boldsymbol{B}$와 같은 (N, M, L, ϵ) 낮은 상관 구역 수열군이 된다.

□

Kim과 Jang, No, Chung 등이 제안한 이진 낮은 상관 구역 수열군[6]을 정리 4의 생성법에 대입하면 다음 예제와 같이 동일한 매개 변수를 갖는 4진 낮은 상관 구역 수열군을 얻을 수 있다.

예제 5. $m(t)$가 다음과 같이 주어지는 주기가 15인 m-수열이라 하자.

$$m(t) = 000100110101111.$$

$m(t)$에 [6]의 construction I을 적용하면 다음과 같은 이진 낮은 상관 구역 수열군 L_b을 얻을 수 있다.

$$L_b = \{b_i(t) \mid 0 \le i < 4\}$$

$$b_0(t) = 111001110111101010010000110100$$
$$b_1(t) = 111010010100110001111101100010$$
$$b_2(t) = 101100100010111111000101100001$$
$$b_3(t) = 101111000001100100101000110111$$

위의 수열에 정리 4의 방법을 적용하면 다음과 같은 4진 낮은 상관 구역 수열군 L_q를 얻을 수 있다.

$$L_q = \{l_i(t) \mid 0 \le i < 4\}$$

$$l_0(t) = 323013330223203121031110221201$$
$$l_1(t) = 332121131200320112323313200120$$
$$l_2(t) = 212300201130332232100203310112$$
$$l_3(t) = 203232000113211201212000331233.$$

위의 두 수열군 L_b와 L_q의 상관값을 취해보면 두 수열군의 매개변수가 (30,4,5,2)로 같음을 알 수 있다.

□

Ⅳ. 결 론

본 논문에서는 짝수 N에 대해, 매개 변수가 (N,M,L,ϵ) 이진 낮은 상관 구역 수열군을 이용하여 동일한 매개 변수를 갖는 4진 낮은 상관 구역 수열군을 생성하는 방법을 제시하였다. 새로 제안된 생성법은 생성에 사용되는 이진 낮은 상관 구역 수열군이 주기가 짝수이기만 하면 적용이 가능하므로 생성에 이용되는 이진 낮은 상관 구역 수열군에 대한 제약 조건이 적다는 장점이 있다. 4진 수열은 QAM등에 별도의 변형 없이 바로 적용이 가능하므로 이진 수열과 같이 QAM등에 적용하기 위한 변형에서 오는 성능의 열화가 없다는 장점이 있다. 그러므로 새로 제안된 낮은 상관 구역 수열군의 매개변수가 생성에 사용한 이진 수열군의 매개변수와 같더라도 실용적인 면에서는 그 활용도가 더 크다 할 수 있다.

참 고 문 헌

[1] J.-H. Chung and K. Yang, "New design of quaternary low-correlation zone sequence sets and quaternary Hadamard matrices," IEEE Trans. *Inform. Theory,* Vol.54, No.8, Aug. 2008.

[2] R. De Gaudenzi, C. Elia, and R. Viola, "Bandlimited quasi-synchronous CDMA: A novel satellite access technique for mobile and personal communication systems," *IEEE J. Sel. Areas Commun.,* Vol.10, No.2, pp.328{343, Feb. 1992.

[3] J.-W. Jang, J.-S. No, and H. Chung, "A new construction of optimal p^2-ary low correlation zone sequences using uni¯ed sequences," *IEICE Trans. Fundamentals,* Vol.E89-A, No.10, pp.2656-2661, Oct. 2006.

[4] J.-W. Jang, J.-S. No, H. Chung, and X. Tang, "New sets of optimal p-ary low correlation zone sequences," *IEEE Trans. Inf. Theory,* Vol.53, No.2, pp.815-821, Feb. 2007.

[5] S.-H. Kim, J.-W. Jang, J.-S. No, and H. Chung, "New constructions of quaternary low correlation zone sequences," *IEEE Trans. Inf. Theory,* Vol.51, No.4, pp.1469-1477, Apr. 2005.

[6] Y.-S. Kim, J.-W. Jang, J.-S. No, and H. Chung, "New design of low correlation zone sequence sets," *IEEE Trans. Inf. Theory,* Vol.52, No.10, pp.4607-4616, Oct. 2006.

[7] S. M. Krone and D. V. Sarwate, "Quadriphse sequences for spread-spectrum multiple-access communication," *IEEE Trans. Inf. Theory,* vo. IT-30, No.3, pp.520-529, May 1984.

[8] F. J. McWilliams and N.J.A. Sloane, *The Theory of Error-Correcting Codes,* New York: North-Holland, 1977.

[9] R. Lidl and H. Niederreiter, *Finite Fields*. Vol.20 of Encyclopedia of Mathematics and Its Applications, Reading, MA: Addison-Wesley, 1983.

[10] B. Long, P. Zhang, and J. Hu, "A generalized QS-CDMA system and the design of new spreading codes," *IEEE Trans. Veh. Technol.,* Vol.47, No.6, pp.1268-1275, Nov. 1998.

[11] Jong-Seon No, "p-ary unified sequences: p-ary extended d-form sequences with ideal autocorrelation property," *IEEE Tran. Inf. Theory,* Vol.48, No.9, pp.2540-2546, September 2002.

[12] X. H. Tang and P. Z. Fan, "A class of pseudonoise sequences over $GF(p)$ with low correlation zone," *IEEE Trans. Inf. Theory*, Vol.47, No.4, pp.1644–1649, May 2001.

[13] X. H. Tang, P. Z. Fan, and S. Matsufuji, "Lower bounds on correlation of spreading sequence set with low or zero correlation zone," *Electron. Lett.,* Vol.36, No.6, pp.551-552, Mar. 2000.

[14] Z. Zhou, X. Tang, and G. Gong, ''A new class of sequences with zero or low correlation zone based on interleaving technique," *IEEE Trans. Inf. Theory,* Vol.54, No.9, pp.4267-4273, Sep. 2008.

[15] J. S. Cha, S. Kameda, K. Takahashi, M. Yokoyama, N. Suehiro, K. Masu, K. Tsubouchi,"Proposal and Implementation of Approximately synchronized CDMA system using novel biphase sequences" Proc. IEICE ITC-CSCC 99, Sado Island Japan, Vol.1, pp.56-59, July. 1999.

[16] J.S. Cha, S. Kameda, M. Yokoyama, H. Nakase, K. Masu and K. Tsubouchi,"New binary sequences with zero-correlation duration for approximately synchronised CDMA" Electronics

Letters, Vol.36, Issue 11, pp.991-993,2000.
[17] J.S. Cha,"Class of ternary spreading sequences with zero correlation duration"Electronics Letters, Vol.37, Issue.10, pp.636-637, 2001.
[18] S.-Y. Lee, J. S. Cha, J.-W. Seo, E.-Y. Ko, and M.-C. Shin,"A class of multi-phase ZCD sequqnces for MAI-Cancelled DS-CDMA Systems"Proc. ICIS, Seoul, Korea, Vol.1, pp.817-820, 2002.

장 지 웅 (Ji-Woong Jang) 정회원

2000년 2월 서울대학교 전기공학부 공학사
2002년 2월 서울대학교 전기컴퓨터공학부 석사
2006년 2월 서울대학교 전기컴퓨터공학부 박사
2006년 3월~2008년 6월 삼성전자 책임연구원
2008년 8월~현재 UCSD(postdoc)

김 영 식 (Young-Sik Kim) 정회원

2001년 2월 서울대학교 전기공학부 공학사
2003년 2월 서울대학교 전기·컴퓨터공학부 석사
2007년 2월 서울대학교 전기·컴퓨터공학부 박사
2007년 3월~현재 삼성전자
<관심분야> 암호학, 시퀀스, 오류정정부호, 디지털 통신

임 대 운 (Dae-Woon Lim) 정회원

1994년 2월 한국과학기술원 전기및전자공학과 학사
1997년 2월 한국과학기술원 전기및전자공학과 석사
2006년 8월 서울대학교 전기·컴퓨터공학부 박사
1995년 9월~2002년 8월 LS산전(주) 중앙 연구소 선임 연구원
2006년 9월~현재 동국대학교 IT학부 조교수
<관심분야> OFDM, 부호 이론, 시공간 부호