

# Expectation-Maximization 기반의 새로운 OFDM 채널 추정 방식

정회원 김 남 겸\*, 종신회원 손 인 수\*\*, 신 재 호\*\*

## A Novel Expectation-Maximization based Channel Estimation for OFDM Systems

Namkyeom Kim\* *Regular Member*, Insoo Sohn\*\*, Jaeho Shin\*\* *Lifelong Members*

### 요 약

대용량의 데이터 전송을 위해 최근에 많이 사용되고 있는 OFDM 시스템은 다중경로페이딩에는 유리하지만 시간 선택성 페이딩에서는 자유롭지 못하고 이를 위해 채널추정이 필요하게 된다. 이를 위해 본 논문에서는 기존의 EM 알고리즘의 성능을 향상시키기 위해 LPC 알고리즘을 접목시킨 EM-LPC 알고리즘을 제안했다. 이 알고리즘은 기존의 EM 알고리즘의 M-Step 다음에 LPC 알고리즘을 사용하여 미리 다음 pilot 데이터를 추정할 수 있게 된다. 또한 interpolation을 통한 데이터 수정도 가능하게 된다. 살펴본 결과 EM-LPC 알고리즘이 기존의 LS 알고리즘과 EM 알고리즘보다 좋은 성능을 내는 것을 볼 수 있었다. 또한 EM 루프의 반복도 역시 줄어드는 것을 볼 수 있었다.

**Key Words** : Channel Estimation, Expectation-Maximization, OFDM

### ABSTRACT

Accurate estimation of time-selective fading channel is a difficult problem in OFDM(Orthogonal Frequency Division Multiplexing) system. There are many channel estimation algorithms that are very weak in noisy channel. For solving this problem, we use EM (Expectation-Maximization) algorithm for iterative optimization of the data. We propose an EM-LPC algorithm to estimate the time-selective fading. The proposed algorithm improves of the BER performance compared to EM based channel estimation algorithm and reduces the iteration number of the EM loop. We simulated the uncoded system. If coded system use the EM-LPC algorithm, the performance are enhanced because of the coding gain. The EM-LPC algorithm is able to apply to another communication system, not only OFDM systems. The image processing of the medical instruments that the demand of accurate estimation can also use the proposed algorithm.

### I. 서 론

빠르게 정보화되어가고 있는 현대사회에서 대용량의 데이터를 전송하기 위한 이동통신시스템의 개발이 필요한 시점에 OFDM(Orthogonal Frequency Division Multiplexing)은 적절한 시스템이라고 볼

수 있겠다. 이러한 OFDM은 현재 차세대 방송과 무선랜(WLAN: Wireless Local Area Network)에서 이미 활발하게 사용되고 있다. 최근에는 WiBro(Wireless Broadband)와 LTE(Long Term Evolution)의 통신 방식으로도 사용되고 있다.

기본적으로 OFDM은 병렬 데이터 전송 기법으로

\* 삼성전자 무선사업부 한국개발팀(namkyeom.kim@samsung.com),

\*\* 동국대학교 전자공학과(isohn@donguk.edu, jhshin@donguk.edu)

논문번호 : KICS2008-12-562, 접수일자 : 2008년 12월 19일, 최종논문접수일자 : 2009년 3월 23일

다수의 반송파를 이용해 데이터를 전송하기 때문에 주파수 선택성 페이딩에 강하다. 하지만, 도플러 확산에 의한 ISI(Inter-Symbol Interference)가 발생하게 되고 이를 막기 위해 보호구간으로 Cyclic Prefix를 사용하게 된다. 그러나 이러한 방식으로 완벽한 데이터 복원은 어려운 일이기 때문에 채널추정이 반드시 필요하게 된다. 채널추정은 LS(Least Square) 알고리즘, MMSE(Minimum Mean Square Error) 알고리즘, ML(Maximum Likelihood) 알고리즘 등 다양한 방법들이 있으며, 실제로 이러한 방법들이 통신 시스템에 적용되고 있다. 이외에도 최근에 많이 개발되고 있는 알고리즘 중 하나가 EM(Expectation-Maximization) 알고리즘인데, 이것은 사라진 신호의 최우 추정을 하는 방법이다<sup>[1]</sup>. EM 알고리즘은 반복 과정을 거듭할수록 확률적인 ML 값에 근접하는 장점이 있지만 복잡도가 크고 지역적 최대값에 수렴할 수 있는 단점이 있다<sup>[2]</sup>. 본 논문에서는 이 EM 알고리즘의 성능을 더 높이기 위해 LPC(Linear Prediction Coding) 기법을 접목했다. 실제로 LPC 알고리즘은 적응적 필터로 다양한 부문에서 데이터 복원에 널리 사용되고 있다.

본 논문은 서론에 이어서 2장에서는 EM 알고리즘과 LPC 알고리즘에 대해서 살펴보고 3장에서는 EM-LPC 알고리즘을 제안한다. 4장에서 시뮬레이션 구조 및 결과를 본 후 5장에서 결론을 하고 마치도록 한다.

## II. EM 알고리즘과 LPC 알고리즘

### 2.1 EM 알고리즘

EM 알고리즘은 데이터를 계속 피드백해서 최우 추정을 하는 것으로 크게 E-Step(Expectation-Step)과 M-Step(Maximization-Step)으로 이루어진다. 그림 1에서와 같이 우선 초기에 주어진 데이터를 가지고 E-Step에서 잠재변수의 기대치를 계산한다. 이후에 M-Step에서는 E-Step에서 계산한 잠재변수의 기대치와 초기 데이터를 가지고 최우 추정을 하게 된다. 마지막으로 p번째 추정된 데이터와 M-Step에서 최우 추정된 데이터를 비교하여 값이 수렴하게 되면 종료하게 되고, 그렇지 않다면 반복도가 하나 늘어난 후, E-Step으로 돌아가게 된다<sup>[1]</sup>.

여기에서 가장 중요한 것은 먼저 complete 데이터와 incomplete 데이터를 정하는 것이다. 아무런 정보를 가지고 있지 않은 상태에서 incomplete 데이터를 가지고 확률 값을 추정하는 것은 어렵기 때문

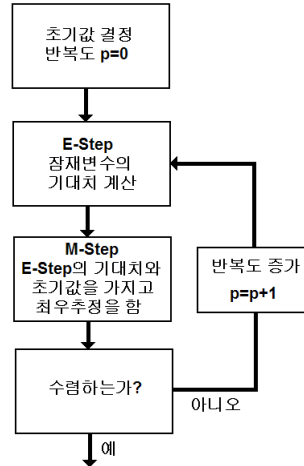


그림 1. EM 알고리즘

에 complete 데이터의 확률 분포를 이용하여 확률 값을 추정할 수 있다. 우선, 식(1)과 같이 수신된 D개의 신호동안 채널이 변하지 않음을 가정한 OFDM 시스템에 이 방법이 적용된다면, 수신 신호이자 관측변수인  $\bar{Y}$ 는 잠재변수이자 송신 신호인  $\bar{X}$ 가 포함되어 있으므로 incomplete 데이터가 되며,  $\bar{X}$ 와  $\bar{Y}$ 가 한데 묶인  $(\bar{Y}, \bar{X})$ 가 complete 데이터가 된다. 여기서, 송신 신호  $\bar{X} = [X^1, \dots, X^D]$ , 수신 신호  $\bar{Y} = [Y^1, \dots, Y^D]$ ,  $\bar{H}$ 는 채널,  $\bar{N}$ 은 노이즈이다.

$$\bar{Y} = \bar{H}\bar{X} + \bar{N} \quad (1)$$

$\bar{Y}$ 의 스칼라 형태인 Y의 pdf(Probability Density Function)는 Gaussian 분포를 가지게 되며 식(2)와 같이 정의되고,  $\bar{Y}$ 의 log-likelihood 함수 형태의 pdf는 식(3)과 같다. 여기서  $\sigma$ 는 노이즈의 분산이며, C는 constellation size이다.

$$f(Y|H, X) = \frac{1}{2\pi\sigma^2} \exp\left(-\frac{1}{2\sigma^2}|Y - HX|^2\right) \quad (2)$$

$$\log f(\bar{Y}, \bar{X}|H) = \sum_{d=1}^D \log \left[ \frac{1}{C} f(Y^d|H, X^d) \right] \quad (3)$$

식(2)와 식(3)을 이용해 E-Step을 식(4)와 같이 정의한다.

$$Q(H|H^{(p)}) = E\{f(\bar{Y}, \bar{X}|H)|\bar{Y}, H^{(p)}\} \quad (4) \\ = \sum_{c=1}^C \sum_{d=1}^D \log \left[ \frac{1}{C} f(Y^d|H, X_c^d) \right] \frac{f(Y^d|H^{(p)}, X_c^d)}{Cf(Y^d|H^{(p)})}$$

M-Step은 앞서 계산한 E-Step의 Q함수의 최우 추정을 하기위한 과정으로 다음 식(5)와 같이 argument maximization을 취해준다<sup>[3][4]</sup>. 여기에서  $(\cdot)^*$ 는 conjugate 연산을 나타낸다.

$$\begin{aligned}
 H^{(p+1)} &= \arg \max_H Q(HH^{(p)}) \quad (5) \\
 &= \sum_{c=1}^C \sum_{d=1}^D \left[ X_i X_i^* \frac{f(Y^d | H^{(p)}, X_i)}{f(Y^d | H^{(p)})} \right]^{-1} \\
 &\quad \times \sum_{c=1}^C \sum_{d=1}^D \left[ Y^d X_i^* \frac{f(Y^d | H^{(p)}, X_i)}{f(Y^d | H^{(p)})} \right]
 \end{aligned}$$

마지막으로 반송파마다  $H^{(p+1)}$ 의 값이 수렴하지 않을 경우 Q함수의 값은 노이즈 성분과 채널 추정 오차 성분의 합으로 구성된다. 반면에 수렴하게 되면, 노이즈 성분만 남게 되고  $H^{(p+1)}$ 의 값과  $H^{(p)}$ 의 값이 차이가 나지 않게 된다.

여기서  $\bar{H}^{(p+1)} = [H^{(p+1)}(0), \dots, H^{(p+1)}(M-1)]$ 이 되고, 이것을 FFT를 하면 식(6)과 같이 추정된 채널이 된다. 이것은 식(7)과 같이 전송 신호를 추정할 수 있다<sup>[5]</sup>. 여기서  $\bar{W}_L$ 은  $M \times L$  행렬 FFT matrix,  $m$ 은 반송파의 index이며,  $0 \leq m \leq M-1$ 이다.  $(\cdot)^H$ 는 hermitian 연산이다.

$$\hat{H} = \frac{1}{M} \bar{W}_L \bar{W}_L^H \bar{H}^{(p+1)} \quad (6)$$

$$\hat{X}(m) = Quantization \left\{ \frac{Y(m)}{\hat{H}(m)} \right\} \quad (7)$$

### 2.2 LPC(Linear Prediction Coding) 알고리즘

LPC 알고리즘은 오디오 신호처리와 음성 신호처리에 가장 많이 사용되는 기술이다. 이 기술은 과거의 일정 개수의 샘플 값들에 계수를 각각 곱하고 이를 총합한 값으로 현재의 샘플값을 예측하게 된다.

그림 2는 LPC 알고리즘 중 하나인 Forward Linear Predictor이다. 총  $L$ 개의 계수  $w_1, \dots, w_L$ 를 가지며, 입력값은  $u(n-1), \dots, u(n-L)$ 으로 역시 총  $L$ 개로 구성되어 있다. 다음 식(8)은 그림 3을 수식으로 표현한 것<sup>[6]</sup>이며 결국 선행 값들이 있어야 값을 유추해 낼 수 있다는 것을 보여준다. 여기서  $(\cdot)^T$ 는 transposition 연산을 나타낸다.

$$\hat{u}(n | U_{n-1}) = \sum_{k=1}^L w_k u(n-k) = \bar{w}^H \bar{u}(n-1) \quad (8)$$

$$\bar{w} = [w_1, w_2, \dots, w_L]^T \quad (9)$$

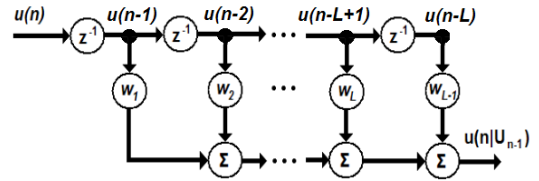


그림 2. Forward Linear Predictor

$$\bar{u}(n-1) = [u(n-1), \dots, u(n-L)]^T \quad (10)$$

여기에서 중요한 것은 계수  $\bar{w}$ 를 구하는 것인데 최적의 계수의 값인  $\bar{w}_{opt}$ 는 다음 식(11)과 같이 구할 수 있다.

$$\bar{w}_{opt} = \bar{R}^{-1} \bar{r} \quad (11)$$

$$\bar{R} = E[\bar{u}(n-1) \bar{u}^H(n-1)] \quad (12)$$

$$\bar{r} = E[\bar{u}(n-1) u^*(n)] \quad (13)$$

### III. EM-LPC 알고리즘

EM-LPC 알고리즘은 기존의 EM 알고리즘에서 M-Step 다음에 P-Step(Prediction-Step)을 넣어서 pilot 데이터를 추정하는데 있어서 도움을 주는 역할을 하게 했고, pilot을 통한 채널추정이 끝난 후에 interpolation할 때에도 LPC 알고리즘을 통해 전체적으로 잘못된 데이터를 바로 잡도록 했다. 전체적인 구조는 그림 3과 같다. 이와 같은 구조는 채널이 아무리 랜덤하고 불규칙적으로 구성된 데이터라 하더라도 시간을 길게 두고 관찰하게 되면, 일정 시간의 간격을 두고 규칙적인 모습을 보이게 되고 이것은 LPC 알고리즘을 통해 데이터를 어느 정도 바로 잡을 수 있게 된다.

일단 식(1)과 같은 OFDM 시스템에 우리가 추정할 데이터는 채널  $\bar{H}$ 이므로, 이것의 초기값을 결정

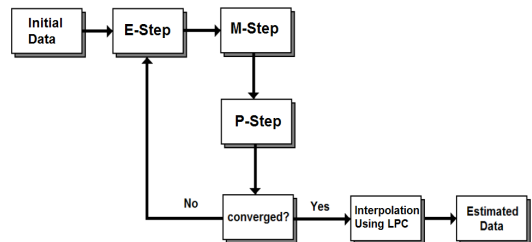


그림 3. EM-LPC 알고리즘

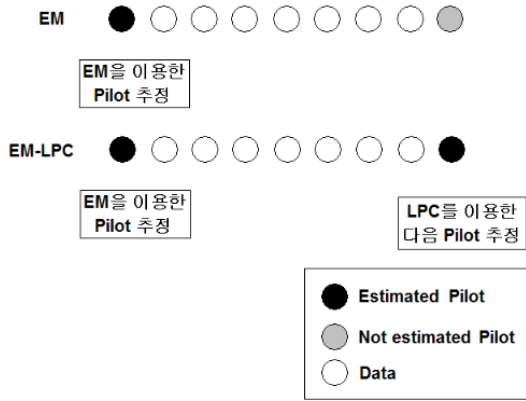


그림 4. EM 알고리즘과 EM-LPC 알고리즘의 pilot 추정 차이점

한다. 이후에 E-Step과 M-Step을 통해 EM 알고리즘을 그대로 통과시키게 되고 이것은 앞서 살펴본 식(4)와 식(5)와 같다. 여기서 EM 알고리즘을 통해 추정된 pilot 데이터 상의 채널을  $\tilde{H}(n)$ 라 정의한다.  $n$ 은 pilot의 개수로 전체  $P$ 개를 가지고,  $0 \leq n \leq P-1$ 이다. EM 알고리즘의 특성상 한 번에 한 개의 pilot밖에 추정할 수 없으므로 P-Step에서 그림 4에서 보듯이 미리 다음 pilot  $\tilde{H}(n)$ 을 추정하게 되며 다음 식(14)와 같이 된다. 여기서 최적의 계수의 값인  $\bar{w}_{opt}$ 는 식(17)과 같이 구할 수 있다.

$$\tilde{H}(n) = \sum_{k=1}^P w_{opt,k} \tilde{H}(n-k) = \bar{w}_{opt}^H \tilde{\tilde{H}}(n-1) \quad (14)$$

$$\bar{w}_{opt} = [w_{opt,1}, w_{opt,2}, \dots, w_{opt,P}]^T \quad (15)$$

$$\tilde{\tilde{H}}(n-1) = [\tilde{H}(n-1), \dots, \tilde{H}(n-P)]^T \quad (16)$$

$$\bar{w}_{opt} = \bar{R}^{-1} \bar{r} \quad (17)$$

$$\bar{R} = E[\tilde{\tilde{H}}(n-1) \tilde{\tilde{H}}^H(n-1)] \quad (18)$$

$$\bar{r} = E[\tilde{\tilde{H}}(n-1) \tilde{H}^*(n)] \quad (19)$$

이렇게 함으로써 처음부터 어느 정도 실제 값과 가깝게 추정된 데이터를 가지고 EM 알고리즘을 시작하게 되므로 EM 루프의 반복도가 줄어들게 된다.

채널추정 값이 수렴하여 EM 루프가 전부다 둔 후, interpolation을 할 때는 linear interpolation을 사용하게 되고, 다시 한 번 더 LPC 알고리즘을 통해서 잘못된 interpolation을 바로 잡아 데이터 오류를 줄이도록 했다. 이것은 그림 5에 나타나 있다.

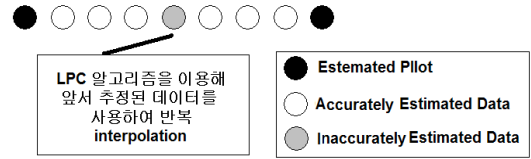


그림 5. LPC 알고리즘을 이용한 interpolation

이후에 채널 추정이 완료 되면,  $\hat{H}$ 이라 하고, 식(20)과 같이 전송데이터  $\hat{X}$ 를 추정할 수 있다.

$$\hat{X} = Quantization \left\{ \frac{Y}{\hat{H}} \right\} \quad (20)$$

#### IV. 시뮬레이션 및 결과

전체적인 시뮬레이션 구조는 그림 6과 같다. 모뮬레이션은 QPSK를 사용했고 채널은 8개의 멀티패스가 있는 Jake's Rayleigh Fading과 AWGN을 사용했다. 총 64개의 반송파를 사용했으며, 1개의 pilot에 8개의 데이터가 따라올 수 있도록 했다. 또한 채널코딩은 사용하지 않았다. 중앙 반송파는 2GHz를 사용했으며, 대역폭은 1024kHz이다.

기존에 많이 사용되는 LS 알고리즘과 EM 알고리즘, 그리고 본 논문에서 제안한 EM-LPC 알고리즘의 SNR(Signal-to-Noise Ratio)에 따른 BER(Bit Error Rate)을 비교해 보았다.

먼저 그림 7을 살펴보면 사용자 이동속도가 30km/h일 경우이다. 전체적으로 EM 알고리즘과 EM-LPC 알고리즘이 LS 알고리즘보다 성능이 향상된 것을 보여주고 있다. 이것은 SNR 4dB 이상일 때 더 확실하게 보여준다. 또한 SNR 10dB 이상일 경우 EM-LPC 알고리즘이 EM 알고리즘보다 좋은 성능을 나타내주는 것을 볼 수 있다. 이것은 BER

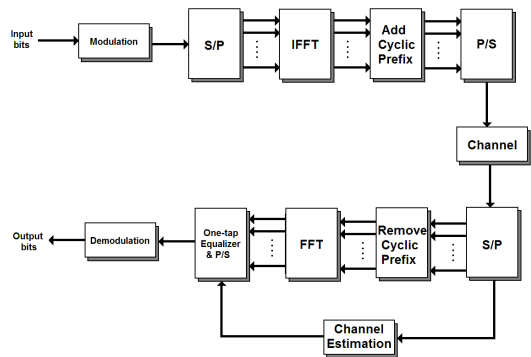


그림 6. 시뮬레이션 구조

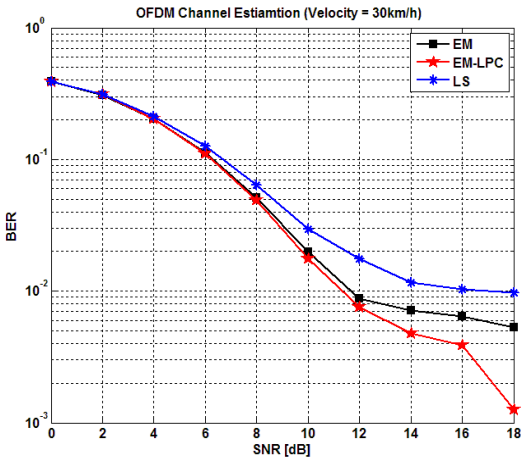


그림 7. SNR vs. BER (사용자 이동속도 30km/h)

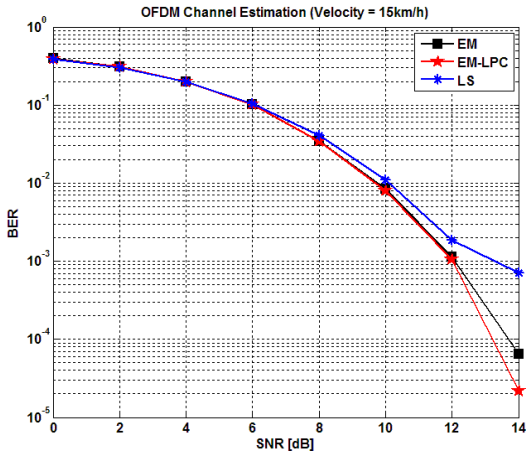


그림 8. SNR vs. BER (사용자 이동속도 15km/h)

이  $10^{-2}$ 일 때를 살펴보면 더욱 명확해 지는데, EM 알고리즘의 경우 SNR 11.5dB일 경우 BER이  $10^{-2}$ 의 값을 나타내고 EM-LPC 알고리즘의 경우 SNR 11dB일 경우 BER이  $10^{-2}$ 의 값을 나타낸다.

다음 그림 8을 살펴보면 사용자 이동속도가 15km/h일 경우이다. LS 알고리즘의 경우 SNR 10dB일 때  $10^{-2}$ 의 BER을 가지지만, EM 알고리즘과 EM-LPC 알고리즘의 경우 SNR 8.5dB일 때,  $10^{-2}$ 의 BER을 가지게 된다. 이러한 것을 볼 때, 역시 LS 알고리즘보다 EM 알고리즘과 EM-LPC 알고리즘이 성능 향상이 된 것을 볼 수 있다. EM-LPC 알고리즘은 EM 알고리즘에 비해, SNR이 14dB일 때부터 조금씩 나아진 성능을 보여주고 있다. EM 알고리즘의 경우 SNR 14dB일 때  $10^{-4}$ 의

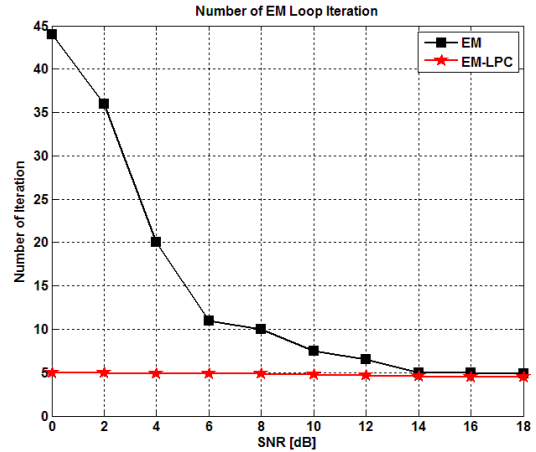


그림 9. EM 루프 반복도 비교 (EM 알고리즘 vs. EM-LPC 알고리즘)

BER을 가지지만, EM-LPC 알고리즘의 경우 SNR 12.5dB일 때  $10^{-4}$ 의 BER을 보여준다.

그림 9는 사용자 이동속도가 30km/h일 경우 기존의 EM 알고리즘과 본 논문에서 제안한 EM-LPC 알고리즘의 EM 루프 반복도를 비교한 것이다. 낮은 SNR일수록 큰 차이를 보여주게 되는데, 이것은 앞서 설명한 pilot을 미리 근사치로 추정하는 LPC 알고리즘의 영향 때문이다. SNR이 0dB일 경우 기존의 EM 알고리즘은 약 44번의 반복도를 보여주는 반면에 EM-LPC 알고리즘은 약 5번의 반복도를 나타낸다. 이후에 SNR이 약 14dB일 때부터 약 4번 정도로 비슷해지게 된다.

## V. 결론

본 논문에서는 기존의 EM 알고리즘에 LPC 알고리즘을 더한 EM-LPC 알고리즘을 제안했다. 이것은 현재 많이 사용되고 있는 LS 알고리즘보다 성능이 뛰어난 EM 알고리즘에 바탕을 두고 있어 시뮬레이션 결과를 살펴본 결과 SNR 약 10dB 이상일 경우 BER 성능 향상이 가능하다. 또한 SNR 약 10dB 이하일 경우에는 EM 루프 반복도 감소로 인한 추정속도 향상도 가능하다.

본 논문에서의 시뮬레이션 환경에서와는 다르게 채널코딩을 하게 되면, 코딩 이득에 힘입어 조금 더 좋은 성능을 나타낼 수 있을 것이라 본다. 또한 EM 알고리즘의 특성상 MIMO 환경에도 적합한 채널추정 방식이므로 MIMO 채널 환경 시스템에도 좋은 성능을 낼 수 있으리라 본다.

참 고 문 헌

- [1] A. P. Dempster, N. M. Laird, D. B. Rubin, "Maximum Likelihood from Incomplete Data via the EM Algorithm," *Journal of the Royal Statistical Society. Series B (Methodological)*, vol. 39, no. 1, pp. 1-38, 1976.
- [2] T. K. Moon, "The expectation-maximization algorithm," *IEEE Signal Processing Magazine*, vol. 13, no. 13, pp. 47-60, Nov. 1996.
- [3] 조용수, 김재권, 양원영, *MIMO-OFDM 무선통신과 MATLAB*, 홍릉과학출판사, pp. 279-283, 2008
- [4] S. Jain, P. Gupta, D. K. Mehra, "EM-MMSE based Channel Estimation for OFDM Systems", *ICIT2006, IEEE International Conference*, pp. 15-17, 2006
- [5] X. Ma, H. Kobayashi, S. C. Schwartz, "EM-Based Channel Estimation Algorithms for OFDM," *EURASIP Journal on Applied Signal Processing*, pp. 1460-1477, 2004
- [6] S. Haykin, *Adaptive Filter Theory 4th Edition*, Prectice Hall, pp. 136-193, 2002.

김 남 겹 (Namkyeom Kim)

정회원



2007년 2월 동국대학교 전자공학과 공학사  
 2009년 2월 동국대학교 전자공학과 공학석사  
 2009년 2월~현재 삼성전자 무선사업부 한국개발팀 연구원  
 <관심분야> OFDM, 통신신호처리, MIMO, 4G

손 인 수 (Insoo Sohn)

종신회원



1994년 5월 RPI 컴퓨터공학과 공학사  
 1996년 1월 NJIT 전기공학과 공학석사  
 1998년 8월 SMU 전기공학과 공학박사  
 1998년 8월~1998년 12월 ERI-CSSON USA 선임연구원  
 1999년 1월~2004년 2월 한국전자통신연구원 선임연구원  
 2004년 3월~2006년 2월 명지대학교 통신공학과 조교수  
 2006년 3월~현재 동국대학교 전자공학과 조교수  
 <관심분야> 이동통신 시스템, 통신신호처리, 4G

신 재 호 (Jaeho Shin)

종신회원



1979년 2월 서울대학교 공학사  
 1982년 2월 서울대학교 공학석사  
 1987년 2월 서울대학교 공학박사  
 1988년 3월~현재 동국대학교 전자공학과 정교수  
 1999년~2003년 동국대학교 교무처장  
 2005년~2007년 대한전자공학회 협동부회장  
 2001년~현재 한국정보통신설비학회 상임부회장  
 <관심분야> 디지털신호처리, 음성신호처리