DBpia

다중 안테나 다중 사용자 환경에서 최대 전송율에 근접하는 선형 precoding 기법

정회원 장 승 훈*, 양 장 훈*, 준회원 장 규 환*, 종신회원 김 동 구*

A Near Optimal Linear Precoding for Multiuser MIMO Throughput Maximization

Seunghun Jang*, Janghoon Yang* ***Regular Members***,
Kyuhwan Jang* ***Associate Member***, Dong Ku Kim* ***Lifelong Member***

요 약

본 논문은 최대 전송률에 가까운 성능을 보이는 선형 precoding 기법을 제안한다. MMSE precoding은 ZF precoding 방식보다 우수한 평균 자승 오차 성능을 가진다. 반면 MMSE precoding 방식의 전송률은 낮은 SNR 범위에서는 ZF 방식에 비해 개선된 성능을 보여주지만 높은 SNR에서는 오히려 성능 열화현상을 보인다. 이와 같은 사실에 착안하여 본 논문에서는 최대 전송률에 근접하는 선형 precoding 기법을 제안한다. 제안된 방식은 ZF precoding방식에서 사용되는 역행렬 연산을 전송율이 최대화될 수 있도록 정규화하는 방식이고 이를 위한 간단한 수치 알고리즘이 제안된다. 또한 그 과정에서 낮은 복잡도를 가지는 간단한 전력 재할당에 의한 정규화 방식이 제안된다. 시뮬레이션과 성능분석을 통해 제안된 방식이 모든 SNR 범위에서 기존의 ZF precoding 방식과 MMSE precoding방식보다 높은 전송률을 가짐을 보인다. 또한 제안된 방식은 채널 추정 오차가 존재하는 경우에도 기존의 선형 precoding 방식들과 비교하여 성능 이득을 유지하면서 채널 추정 오차에 강인함을 가진다.

Key Words : Multiuser MIMO, Duality, MMSE precoding, ZF precoding, RCI

Abstract

This paper considers a linear precoding scheme that achieves near optimal sum rate. While the minimum mean square error (MMSE) precoding provides the better MSE performance at all signal-to-noise ratio (SNR) than the zero forcing (ZF) precoding, its sum rate shows superior performance to ZF precoding at low SNR but inferior performance to ZF precoding at high SNR, From this observation, we first propose a near optimal linear precoding scheme in terms of sum rate. The resulting precoding scheme regularizes ZF precoding to maximize the sum rate, resulting in better sum rate performance than both ZF precoding and MMSE precoding at all SNR ranges. To find regularization parameters, we propose a simple algorithm such that locally maximal sum rate is achieved. As a low complexity alternative, we also propose a simple power re-allocation scheme in the conventional regularized channel inversion scheme. Finally, the proposed scheme is tested under the presence of channel estimation error. By simulation, we show that the proposed scheme can maintain the performance gain in the presence of channel estimation error and is robust to the channel estimation error.

※ 이 논문은 2008년도 정부(교육과학기술부)의 재원으로 한국과학재단의 지원을 받아 수행된 연구임(No. R01-2008-000-10687-0)
※ 이 논문은 IEEE VTC Spring 2008에서 일부 발표되었음[17].
* 연세대학교 전기전자공학과 이동통신 연구실(shjang@yonsei.ac.kr)
논문번호 : KICS2008-12-542, 접수일자 : 2008년 12월 8일, 최종논문접수일자 : 2009년 3월 12일

www.dbpia.co.kr

Ⅰ. 서 론

다중 안테나 시스템은 통신 자원의 추가적인 사용 없이 스펙트럼 효율성을 높일 수 있는 우수한 통신 방식 가운데 하나이다. 단일 사용자 다중 안테나시스템의 우수한 성능을 보인 기존의 연구를[1] 기반으로 하여, 최근에는 다중 안테나를 가진 하나의 기지국에서 다중 안테나를 가지는 다중 사용자로 전송하는 다중 사용자 다중 안테나 하향링크 시스템의 성능 이득에 대해서 많은 관심을 가지고 연구가 진행되었다[2-5]. 이 때 전송률을 가장 최대로 만들 수 있는 전송 방식중 하나로 dirty paper coding(DPC)이라는 기법이 잘 알려져 있다. 그러나 DPC는 그 우수한 성능에 비해 복잡한 비선형 연산이 요구되기 때문에 복잡도를 고려한 선형 precoding 시스템에 대한 연구가 최근 활발히 진행되고 있다[6-11].

선형 Precoding 시스템으로는 잘 알려진 두 가지 방식이 있는데 그 하나는 ZF precoding이고, 또 다른 하나는 ZF precoding의 정규화된 방식인 Regularized Channel Inversion (RCI) 방식이 있다. 보다 일반적으로 RCI는 평균 자승 오류의 합 (Sum of Mean Square Error: SMSE)을 최소화하는 MMSE precoding방식의 특수한 경우로 생각 할 수도 있다.

MMSE prcoding방식은 MSE의 관점에서는 가장 우수한 성능을 나타내지만, 전송률 관점에서는 최적의 precoding방식이 아니다. 특히 높은 SNR영역에서 MMSE precoding 방식은 ZF precoding방식보다 더 낮은 전송률을 갖는데, 이는 regularization 파라미터가 SMSE를 최소화하도록 정해지기 때문이다. 따라서 본 논문에서는 전송율 관점에서 최적에 가까운 선형 precoding방식을 제안한다. 그리고 제안된 기법이 기존의 ZF precoding과 MMSE precoding보다 더 우수한 전송률을 가짐을 보인다. 본 논문에서 제안된 precoding 방식은 전송률이 최대화 되도록 하기 위하여 다수의 regularization 파라미터를 사용하여 ZF precoding의 채널 inversion 연산을 정규화하는 방식이다. 이 다수의 regularization 파라미터들은[2],[14]의 상향링크와 하향링크 SINR(Signal to interference plus noise ratio) 쌍대성(duality)에 바탕을 두고 결정된다. 구체적으로는 상향링크 파워 할당 문제로 귀결되는 쌍대(dual) 상향링크 전송율 최대화 문제를 풀어서 얻어지는 해(solution)를 사용하여 ZF precoding을 정규화하는데 사용한다.

본 논문에서는 다음과 같은 수식 기호를 사용하도록 한다. $(\bullet)^H$, $diag(\bullet)$, $(\bullet)^{1/2}$, $\det(\bullet)$와 $card(A)$는 각각 켤레 전치(conjugate transpose), $(\bullet)$로 구성되는 대각 행렬, 행렬의 제곱근, 행렬식, 집합 A의 원소의 개수를 의미한다. 또한 굵은 대문자 수식은 행렬을 의미하고, 굵은 소문자 수식은 벡터를 나타낸다.

1.1 시스템 모델

본 논문에서는 단일 셀(cell) 내에 있는 하나의 기지국에서 총 K명의 사용자에게 정보를 전송하는 하향 링크 전송을 가정한다. 기지국은 N_T개의 송신 안테나를 가지고 있고, 각 사용자들은 N_R개의 수신 안테나를 가지고 있다. k번째 사용자가 L_k개의 stream을 전송받는다고 가정하면, 총 전송되는 stream의 개수는 $L=\sum_{k=1}^{K} L_k$개 이다. k번째 사용자에게 전송되는 신호 $\boldsymbol{x_k}$는 precoding 행렬 $\boldsymbol{T_k} \in C^{N_T \times L_k}$를 곱하여 MIMO 채널 행렬 $\boldsymbol{H_k^H}$를 거쳐서 각 사용자들에게 전달된다. 이를 수식으로 나타내면 다음과 같다.

$$\boldsymbol{y}=\boldsymbol{H^H T x}+\boldsymbol{n} \tag{1}$$

여기서 $\boldsymbol{x^T}=(\boldsymbol{x_1^T},\ldots,\boldsymbol{x_K^T})$, $\boldsymbol{n} \in C^{KN_R}$, $\boldsymbol{T}=(\boldsymbol{T_1},\cdots,\boldsymbol{T_K})$, $\boldsymbol{H}=(\boldsymbol{H_1},\cdots,\boldsymbol{H_K})$이고, 각각 전송 신호 벡터, 백색 가우시안 잡음, precoding 행렬, 하향 링크 채널을 나타낸다. 또한, 각 stream은 독립적으로 가정할 수 있고 전력 할당은 precoding 행렬에 의해 반영되므로 본 논문에서는 $E(\boldsymbol{xx^H})=\boldsymbol{I}$을 가정 한다[2-11]. 또한, 수신단 백색화 과정(Whitening process)에 의해 일반성을 잃지 않고 $E(\boldsymbol{nn^H})=\boldsymbol{I}$을 가정할 수 있다[2-11]. 단일 사용자 다중 안테나 시스템에서와 달리 다중 사용자 다중 안테나 채널에서는 신호의 다중화(multiplexing)를 위해 송신단에서 precoding을 사용하는 것이 아주 중요하다[2-5]. 이렇게 전송된 신호는 수신 필터링 과정을 거치게 되고 그 결과식은 다음과 같이 나타 낼 수 있다.

$$\boldsymbol{r}=\boldsymbol{\Lambda^{1/2} R H^H T x}+\boldsymbol{\Lambda^{1/2} R n} \tag{2}$$

여기서 $\boldsymbol{\Lambda}$과 $\boldsymbol{R}$은 다음과 같이 정의하고

$$\boldsymbol{\Lambda}=\begin{pmatrix} \boldsymbol{\Lambda_1} & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & \boldsymbol{\Lambda_K} \end{pmatrix}, \quad \boldsymbol{R}=\begin{pmatrix} \boldsymbol{R_1} & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & \boldsymbol{R_K} \end{pmatrix} \tag{3}$$

www.dbpia.co.kr

$\Lambda_k \in R^{L_k \times L_k}$은 대각 행렬이고, R_k는 각 행 벡터들이 단위 norm을 갖는 행렬을 의미한다.

(2)에 대응 되는 쌍대 상향링크 모델은 T와 $\Lambda^{1/2}R$의 역할을 바꾸어 다음과 같이 주어진다[9],[10].

$$r = T^H H R^H \Lambda^{1/2} x + T^H n \tag{4}$$

특별히 $N_R = 1$인 경우에 대해서, (2)는 다음과 같이 간단히 쓸 수 있다.

$$r = \Lambda^{1/2} H^H T x + \Lambda^{1/2} n \tag{5}$$

본 논문에서는 편의상 $N_R = 1$을 가정한다. $N_R > 1$인 경우에는 각 사용자의 선형 수신필터를 적절히 설계한 후 각 스트림을 가상의 사용자로 간주함으로써 본 논문의 내용이 손쉽게 적용가능하다.

1.2 다중 사용자 MIMO 선형 precoder에 관한 기존의 연구

ZF precoding방식은 공간적 간섭이 전혀 없이 다수의 stream을 동시에 보낼 수 있는 방식으로 precoding 행렬이 다음과 같이 주어진다.

$$T = H\left(H^H H\right)^{-1} diag\left(\sqrt{p_1}, \cdots, \sqrt{p_K}\right) \tag{6}$$

여기서, $K \le N_T$이고, p_k는 전송율이 최대화 되도록 결정되는 전력으로 다음과 같이 주어진다.

$$p_k = \left(\frac{\mu}{\left[\left(H^H H\right)^{-1}\right]_{kk}} - 1 \right)^+ \tag{7}$$

여기서 $(\bullet)^+$는 $\max\{\bullet, 0\}$이고, μ는 총전력 제한 조건을 만족시키도록 정해지는 값이다. 단일 사용자 다중안테나 신호 검출에서 ZF 수신기가 가지는 잡음 강화(noise enhancemnet) 문제와 유사하게 ZF precoding에서는 전력 손실 현상이 나타난다. 따라서 이 전력 손실 문제를 해결하기 위해 정규화된 ZF precoding 방식인 RCI방식이 제안되었다[6]. 이 방식에서 정규화 파리미터는 (6)식의 역행렬을 구하는 연산에 들어가 계산되며 이를 수식으로 나타내면 다음과 같다.

$$T = \gamma H \left(\frac{K}{P_{\max}} I + H^H H \right)^{-1} \tag{8}$$

γ은 총 전력 제한조건을 만족하기 위한 파워 normalization 성분이고, regularization 성분 $(K/P_{\max})I$ 는 근사적으로 SINR을 최대화 하도록 선택된다. 또한 (8)의 RCI는 [9],[10]에서 소개된 SMSE를 최소화하는 다음 문제의 특별한 경우로 생각해 볼 수 있다.

$$\begin{aligned} &\min_{T, \Lambda^{1/2}} E\left(\| x - \Lambda^{1/2} y \|^2 \right) \\ &s.t.\ tr\left(TT^H\right) \le P_{\max} \end{aligned} \tag{9}$$

[9],[10]에서는 상하향링크간 MSE 쌍대성을 사용하여 문제 (9)의 최적해가 다음과 같이 주어짐을 보였다.

$$T = \gamma H \Lambda^{1/2} \left(I + \Lambda^{1/2} H^H H \Lambda^{1/2} \right)^{-1} \tag{10}$$

여기서 Λ는 다음의 쌍대 상향링크 SMSE 최소화 문제의 최적해로 선택된다.

$$\begin{aligned} &\min_{\Lambda} tr\left(I + H \Lambda H^H\right)^{-1} \\ &s.t.\ tr(\Lambda) \le P_{\max}, \Lambda_{kk} \ge 0 \end{aligned} \tag{11}$$

이 문제는 [9],[10]에서 소개된 알고리즘을 통해 풀 수 있는 비교적 간단한 convex 문제이다. 본 논문에서는 (10)의 precoding 방식을 MMSE precoding 방식이라고 명한다. 우리는 (10)과 (11)에 관하여 다음과 같은 사실을 관찰 할 수 있다.

- $\Lambda = \left(\frac{P_{\max}}{K}\right) I$인 경우 (10)은 기존의 RCI에 해당되며 (8)은 다음 식으로 바꿔 표현할 수 있다. $T = \gamma H \sqrt{\frac{P_{\max}}{K}} \left(I + \sqrt{\frac{P_{\max}}{K}} H^H H \sqrt{\frac{P_{\max}}{K}} \right)^{-1}$ 이로부터 RCI에서 Regularization의 정도는 H의 열 벡터들을 $\sqrt{P_{\max}/K}$로 스케일링하고 identity 행렬을 통해 inverse 연산을 정규화 함으로써 결정됨을 알 수 있다. 이로부터 우리는 보다 일반적으로 H의 열 벡터들을 임의의 대각 행렬 $\Lambda^{1/2}$로 스케일링 하는 경우를 생각해 볼 수 있다. 이런 의미에서 MMSE precoding 기법은 다수의 regularization 파라미터 Λ를 사용해서 MSE 값을 최소화 하도록 ZF precoder의 채널 inversion 연산을 정규화한다.
- Regularization 파라미터 Λ은 쌍대 상향링크 SMSE 최소화 문제에서 쌍대 상향링크 전력의 역할을 한다.

www.dbpia.co.kr

Ⅱ. Sum Rate 최대화

2.1 높은 SNR영역에서 MMSE precoding과 ZF precoding의 성능 비교

SMSE 성능면에서 MMSE precoding방식이 ZF precoding보다 우수하지만, 전송률 관점에서는 MMSE precoding 방식이 ZF 방식에 비해 성능이 떨어질 수 있다. 특히 높은 SNR에서는 MMSE 방식의 전송율이 ZF에 비해 더 낮아지는 현상을 보이게 된다. 이를 이해하기 위해 높은 SNR에서 (11)을 근사화 하는 문제를 살펴보자. 높은 SNR에서 (10)식의 precoder는 다음과 같은 식으로 근사화 된다.

$$\boldsymbol{T} \approx \gamma \boldsymbol{H}\left(\boldsymbol{H}^{\boldsymbol{H}}\boldsymbol{H}\right)^{-1}\boldsymbol{\Lambda}^{-1/2} \tag{12}$$

여기서, $\boldsymbol{\Lambda}$는 (11)을 높은 SNR 범위에서 근사화 하여 얻어지는 다음의 문제를 풀어서 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} &\min_{\boldsymbol{\Lambda}} \sum_{k=1}^{K} \frac{\left[\left(\boldsymbol{H}^{\boldsymbol{H}}\boldsymbol{H}\right)^{-1}\right]_{kk}}{\boldsymbol{\Lambda}_{kk}} \\ &s.t. tr(\boldsymbol{\Lambda}) \le P_{\max}, \boldsymbol{\Lambda}_{kk} \ge 0 \end{aligned} \tag{13}$$

Karush-Kuhn-Tucker(KKT)조건[12]을 사용하여 (13)식을 풀면 다음과 같은 해를 얻을 수 있다.

$$\boldsymbol{\Lambda}_{kk} = \frac{P_{\max}\left[\left(\boldsymbol{H}^{\boldsymbol{H}}\boldsymbol{H}\right)^{-1}\right]_{kk}^{1/2}}{\sum_{k=1}^{K}\left[\left(\boldsymbol{H}^{\boldsymbol{H}}\boldsymbol{H}\right)^{-1}\right]_{kk}^{1/2}} \tag{14}$$

반면에 (6)과 (7)에서 주어진 ZF precoder는 높은 SNR영역에서 다음과 같이 근사화 할 수 있다.

$$\begin{aligned} &\boldsymbol{T} \approx \boldsymbol{H}\left(\boldsymbol{H}^{\boldsymbol{H}}\boldsymbol{H}\right)^{-1} diag\left(\sqrt{p_1}, \cdots, \sqrt{p_K}\right) \\ &p_k = \frac{P_{\max}}{K\left[\left(\boldsymbol{H}^{\boldsymbol{H}}\boldsymbol{H}\right)^{-1}\right]_{kk}} \end{aligned} \tag{15}$$

(12)식과 (15)식을 비교해 보면, 높은 SNR에서 MMSE precoding 방식과 ZF precoding방식 둘 다 $\boldsymbol{H}^{\boldsymbol{H}}$의 Moore-Penrose inverse를 통해 채널 효과를 없애는 동일한 연산을 수행하고 있기는 하지만, MMSE precoding 방식은 전송율 관점에서 준최적의 전력 할당을 사용하고 있음을 알 수 있다. 이로부터 우리는 ZF precoding 방식이 높은 SNR영역에서 MMSE precoding 방식보다 전송율 성능이 더 우수함을 알 수 있다. 그림 1에 있는 모의 실험 결과로부터도 이를 확인해 볼 수 있다. MMSE precoding 방식의 성능은 중간 영역까지의 SNR 범위에서는 ZF보다 우수하지만, 높은 SNR에선 전송률이 ZF보다 작아지는 현상을 관찰 할 수 있다. 앞서 설명한 바와 같이 RCI 방식은 MMSE precoding방식의 특수한 경우에 해당되므로, RCI에 대해서도 MMSE와 유사한 현상을 관찰 할 수 있다. 이와 같은 성능 열화 현상을 극복하고 MMSE precoding방식의 전송률을 개선하기 위해서는, regularization 파라미터 ($\boldsymbol{\Lambda}$)를 전송률이 최대화 될 수 있도록 설정해 주어야 한다. 이 문제는 다음 절에서 다루도록 하겠다.

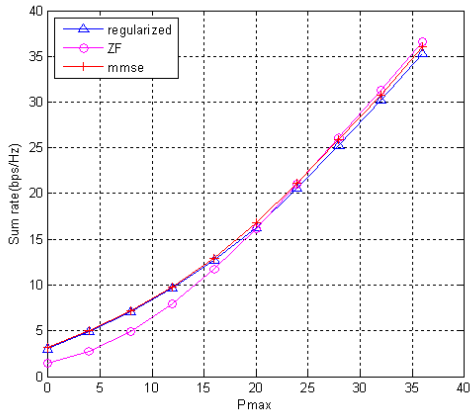


그림 1. ZF, MMSE, RCI 전송 방식의 전송률 비교 ($K = N_T = 4$)

2.2 전송률의 최대화

k번째 사용자의 하향 링크 SINR을 $SINR_k^{dl}$로 표시하고 다음과 같이 정의한다.

$$SINR_k^{dl}(\boldsymbol{T}) = \frac{\| \boldsymbol{h}_k^{\boldsymbol{H}}\boldsymbol{t}_k \|^2}{1 + \sum_{i \ne k} \| \boldsymbol{h}_k^{\boldsymbol{H}}\boldsymbol{t}_i \|^2} \tag{16}$$

유사하게 상향링크 SINR을 나타내는 SINRul은 다음과 같이 정의한다.

$$SINR_k^{ul}(\boldsymbol{T}^H, \boldsymbol{\Lambda}) = \frac{\boldsymbol{\Lambda}_{kk} \| \boldsymbol{t}_k^{\boldsymbol{H}}\boldsymbol{h}_k \|^2}{\| \boldsymbol{t}_k^{\boldsymbol{H}} \|^2 + \sum_{i \ne k} \boldsymbol{\Lambda}_{ii} \| \boldsymbol{t}_k^{\boldsymbol{H}}\boldsymbol{h}_i \|} \tag{17}$$

이로부터 일반적인 하향링크 전송율 최대화 문제를 다음과 같이 쓸 수 있다.

www.dbpia.co.kr

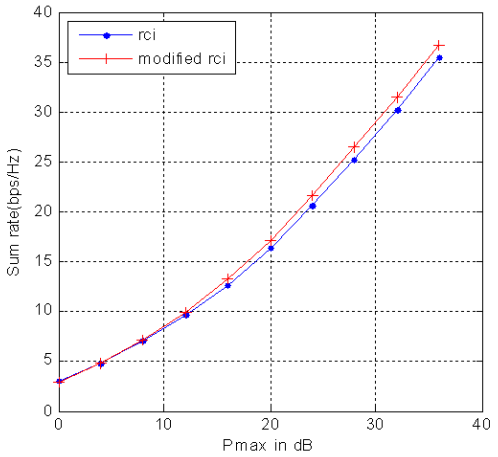


그림 2. 기존의 RCI와 제안된 RCI 성능 비교($K=N_T=4$)

$$\max_{\boldsymbol{T}} \sum_{k=1}^{K} \log\left(1+SINR_k^{dl}(\boldsymbol{T})\right) \quad (18)$$
$$s.t.\ tr\left(\boldsymbol{T}\boldsymbol{T}^{\boldsymbol{H}}\right) \le P_{\max}$$

SMSE 문제에서와 마찬가지로 쌍대 상향링크 문제를 푸는 것이 하향링크의 문제를 직접적으로 푸는 것보다 더 쉽다. 따라서 전송률 최대화를 목적으로하는 (18)의 쌍대 상향링크 문제를 써보면 다음과 같다.

$$\max_{\boldsymbol{T}^{\boldsymbol{H}},\boldsymbol{\Lambda}} \sum_{k=1}^{K} \log\left(1+SINR_k^{ul}\left(\boldsymbol{T}^{\boldsymbol{H}},\boldsymbol{\Lambda}\right)\right) \quad (19)$$
$$s.t.\ tr(\boldsymbol{\Lambda}) \le P_{\max},\ \boldsymbol{\Lambda_{kk}} \ge 0$$

여기서 주목할 점은 원 문제인 (18)의 전송률 최대화 문제에서 $\boldsymbol{\Lambda}$는 변수로 작용하지 않는 반면 쌍대 문제 (19)에서는 문제의 중요한 변수로 사용됨을 알 수 있다. 그리고 쌍대 상향 링크 문제 (19)에서 최적 수신 필터는 잘 알려진 사실대로 다음의 MMSE 수신기가 됨을 알 수 있다.

$$\boldsymbol{T}^{\boldsymbol{H}} = \left(\boldsymbol{I}+\boldsymbol{\Lambda}^{1/2}\boldsymbol{H}^{\boldsymbol{H}}\boldsymbol{H}\boldsymbol{\Lambda}^{1/2}\right)^{-1}\boldsymbol{\Lambda}^{1/2}\boldsymbol{H}^{\boldsymbol{H}} \quad (20)$$

이제 (20)의 MMSE 수신 필터를 가정하면, (19)의 상향링크 쌍대 문제는 다음과 같이 $\boldsymbol{\Lambda}$만을 변수로 가진 문제로 간략화 될 수 있다.

$$\max_{\boldsymbol{\Lambda}} \sum_{k=1}^{K} \log\left(1+\boldsymbol{\Lambda_{kk}}\boldsymbol{h}_k^{\boldsymbol{H}}\boldsymbol{K}_k^{-1}\boldsymbol{h}_k\right) \quad (21)$$
$$s.t.\ tr(\boldsymbol{\Lambda}) \le P_{\max},\ \boldsymbol{\Lambda_{kk}} \ge 0$$

여기서 $\boldsymbol{K_k} = \boldsymbol{I}+\sum_{i\neq k}\boldsymbol{h}_i\boldsymbol{h}_i^{\boldsymbol{H}}\boldsymbol{\Lambda}_{ii}$ 이다. (21)을 풀어서 얻어지는 최적 $\boldsymbol{\Lambda}$를 (22)에 적용하면 하향링크 최적 선형 precoding이 구해진다. 그러나 SMSE문제와 달리 (21)의 쌍대 상향링크 문제는 여전히 그 최적해를 구하기 어려운 nonconvex 문제이다. 따라서 본 논문에서는 (21)의 국소 최적해를 찾는 접근법을 채택하였고 그 자세한 풀이법은 다음 절에서 설명된다. 문제 (21)과 관련하여 추가적으로 다음의 두 가지 사실 또한 주목할 필요가 있다.

- regularization 성분 $\boldsymbol{\Lambda}$는 SMSE문제에서와 유사하게 쌍대 문제에서 전력 할당의 역할을 한다.
- MSE 쌍대성 대신에 SINR 쌍대성이 필요하다.

(21)식의 최적해 $\boldsymbol{\Lambda}$가 주어지면 전송률 최적 하향링크 precoder는 상하향링크간의 SINR 쌍대성의 원리에 의해서 다음과 같이 쓸 수 있다[2],[14].

$$\boldsymbol{T} = \boldsymbol{H}\boldsymbol{\Lambda}^{1/2}\left(\boldsymbol{I}+\boldsymbol{\Lambda}^{1/2}\boldsymbol{H}^{\boldsymbol{H}}\boldsymbol{H}\boldsymbol{\Lambda}^{1/2}\right)^{-1}\boldsymbol{\Sigma}^{1/2} \quad (22)$$

여기서 $\boldsymbol{\Sigma}$은 파워 할당을 나타내는 대각 행렬이며 다음과 같이 주어진다.

$$\boldsymbol{\Sigma} = \boldsymbol{M}diag\left(\left(\boldsymbol{D}^{-1}-\boldsymbol{\Psi}(\boldsymbol{U})\right)^{-1}\boldsymbol{1}\right) \quad (23)$$

여기서 $\boldsymbol{M}$, $\boldsymbol{D}$, $\boldsymbol{\Psi}(\boldsymbol{U})$는 다음과 같이 정의된다.

$$\boldsymbol{D} = diag\left(\frac{\|\boldsymbol{u}_1^{\boldsymbol{H}}\|^2 SINR_1^{ul}}{\|\boldsymbol{u}_1^{\boldsymbol{H}}\boldsymbol{h}_1\|^2},\cdots,\frac{\|\boldsymbol{u}_K^{\boldsymbol{H}}\|^2 SINR_K^{ul}}{\|\boldsymbol{u}_K^{\boldsymbol{H}}\boldsymbol{h}_K\|^2}\right)$$
$$\boldsymbol{\Psi}(\boldsymbol{U})_{ik} = \begin{cases} \dfrac{\|\boldsymbol{u}_k^{\boldsymbol{H}}\boldsymbol{h}_i\|^2}{\|\boldsymbol{u}_k^{\boldsymbol{H}}\|^2}, & k\neq i \\ 0, & k=i \end{cases}$$
$$\boldsymbol{M} = diag\left(\|\boldsymbol{u}_1^{\boldsymbol{H}}\|^{-2},\cdots,\|\boldsymbol{u}_K^{\boldsymbol{H}}\|^{-2}\right)$$
$$\boldsymbol{U} = \boldsymbol{H}\boldsymbol{\Lambda}^{1/2}\left(\boldsymbol{I}+\boldsymbol{\Lambda}^{1/2}\boldsymbol{H}^{\boldsymbol{H}}\boldsymbol{H}\boldsymbol{\Lambda}^{1/2}\right)^{-1} \quad (24)$$

특히, $\boldsymbol{\Lambda}=(P_{\max}/K)\mathbf{I}$ 이면 하향링크 precoder는 다음과 같이 간단하게 표현 할 수 있다.

$$\boldsymbol{T} = \boldsymbol{H}\left(\frac{K}{P_{\max}}\boldsymbol{I}+\boldsymbol{H}^{\boldsymbol{H}}\boldsymbol{H}\right)^{-1}\boldsymbol{\Sigma}^{1/2} \quad (25)$$

(25)는 (8)의 RCI와 유사하지만 전력할당방식이 (8)과 다름을 알 수 있다. RCI는 쌍대 상향링크 문제에서 동일 전력할당을 사용할 때 MSE 쌍대성으

www.dbpia.co.kr

로부터 얻어지는 precoding방식이고 반면 (25)는 쌍대 상향링크 전송율 최적화 문제에서 동일 전력할당을 사용할 때 SINR 쌍대성으로부터 유도되는 precoder이다. 본 논문에서는 (25)를 수정된 RCI로 부르기로한다. 그림 2의 모의 실험결과에서 우리는 (25)의 성능이 (8)의 성능보다 더 우수함을 관찰할 수 있다. 다음 절에서는 전송률을 최대화도록 하는 최적 regularization 파라미터 Λ를 결정 하는 방법에 대해 알아보도록 한다.

2.3 최적 Regularization 을 얻기 위한 알고리즘

(21)식을 풀기 위해 Zoutendijk의 feasible direction 방식을 사용하도록 한다[12]. 이 알고리즘은 두 단계를 연속하여 반복 진행하게 되는데, 첫 번째 단계에선 주어진 점으로부터 제약집합을 벗어나지 않고 목적함수를 증가시킬 수 있는 방향을 찾고, 두 번째 단계는 첫 번째 단계에서 얻어진 방향에서 최적해를 찾는 선 탐색(line search)으로 구성된다. 특히 주어진 문제에서는 첫 단계의 방향을 찾는데 있어 수치적인 알고리즘들이 필요하지 않기 때문에 특히나 유용한 알고리즘이라 할 수 있다. 구체적으로 먼저 첫 번째 단계에서 방향을 찾는 문제를 수식으로 나타내면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} &\max_{\boldsymbol{d}} \nabla f(\alpha)^T \boldsymbol{d} \\ &s.t.\ \mathbf{1}^T \boldsymbol{d} = 0, |d_k| \le 1, \\ &d_k \ge 0 \text{ for } k \in \boldsymbol{A}(\boldsymbol{\alpha}) \end{aligned} \tag{26}$$

여기서 $\boldsymbol{\alpha}$는 Λ행렬의 대각 성분을 의미한다. $\boldsymbol{A}(\boldsymbol{\alpha}) = \{1 \le k \le K : \alpha_k = 0\}$이고 $f(\bullet)$는 (21) 식에서 목적함수에 해당한다. $\sigma(\bullet)$는 $\nabla f(\alpha)$의 각 원소를 오름차순으로 정렬하는 순열이다. 이 문제는 선형계획 문제이기 때문에 (26)식의 최적해는 extreme point중 하나라고 가정 할 수 있다[13]. 그러면 (26)식의 최적해는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$d_{\sigma(k)} = \begin{cases} +1 & \text{if } \sigma(k) \in B \\ 0 & o.w. \\ -1 & \text{if } \sigma(k) \in A \end{cases} \tag{27}$$

여기서 A와 B는 각각 다음과 같이 정의 된다.

$$\begin{aligned} A &= \{\sigma(k) : 1 \le k \le K - card(A) - 1, \alpha_{\sigma(k)} \ne 0\} \\ B &= \{\sigma(k) : K - card(A) + 1 \le k \le K\} \end{aligned} \tag{28}$$

두 번째 단계에서는 첫 번째 단계에서 결정한 방향으로 전송률을 최대화시키는 step size를 결정하도록 한다.

$$\begin{aligned} &\max_{t \ge 0} f(\boldsymbol{\alpha} + t\boldsymbol{d}) \\ &s.t.\ \boldsymbol{\alpha} + t\boldsymbol{d} \ge \mathbf{0} \end{aligned} \tag{29}$$

이 문제는 많은 풀이 알고리즘이 존재하는 1차원 최적화 문제이다[12],[13].

Ⅲ. 성능분석

3.1 기존 RCI, ZF precoding방식과 제안된 RCI 방식의 성능 비교

여기서는 높은 SNR을 가정하여 제안된 RCI 방식의 성능을 기존의 precoding방식과 비교한다. 우선, (25)의 제안된 RCI를 높은 SNR($P_{\max} \to \infty$)에서 다음과 같이 근사화 된다.

$$\boldsymbol{T} \approx \boldsymbol{H}(\boldsymbol{H}^{\boldsymbol{H}}\boldsymbol{H})^{-1}\boldsymbol{\Sigma}^{1/2} \tag{30}$$

여기서 $\boldsymbol{\Sigma}$는 (23)과 (24)에서 $\boldsymbol{U} = \boldsymbol{H}(\boldsymbol{H}^{\boldsymbol{H}}\boldsymbol{H})^{-1}$로 두고 (24)에서 쌍대 상향링크 SINR을 높은 SNR을 가정하여 $SINR_k^{ul} = \frac{P_{\max}}{K\left[(\boldsymbol{H}^{\boldsymbol{H}}\boldsymbol{H})^{-1}\right]_{kk}}$로 둘 때 (23)으로부터 얻어지는 대각행렬로 대각성분은 다음과 같이 쉽게 계산된다.

$$\boldsymbol{\Sigma}_{\boldsymbol{kk}} = \frac{P_{\max}}{K\left[(\boldsymbol{H}^{\boldsymbol{H}}\boldsymbol{H})^{-1}\right]_{kk}} \tag{31}$$

반면, (8)의 RCI의 경우 높은 SNR $P_{\max} \to \infty$, ($\gamma = \frac{P_{\max}}{tr\left((\boldsymbol{H}^{\boldsymbol{H}}\boldsymbol{H})^{-1}\right)}$)에서 다음과 같이 근사화 된다.

$$\boldsymbol{T} \approx \frac{P_{\max}}{tr\left((\boldsymbol{H}^{\boldsymbol{H}}\boldsymbol{H})^{-1}\right)} \boldsymbol{H}(\boldsymbol{H}^{\boldsymbol{H}}\boldsymbol{H})^{-1} \tag{32}$$

다음으로 $\boldsymbol{x}_{[k]}$를 벡터 $\boldsymbol{x}$의 k번째 최대값으로 표시하기로 하고 $\boldsymbol{x} < \boldsymbol{y}$ 를 다음과 같이 정의하자.

$$\begin{aligned} &\sum_{k=1}^{n} \boldsymbol{x}_{[k]} \le \sum_{k=1}^{n} \boldsymbol{y}_{[k]} \text{ for } n = 1, \cdots, K-1, \\ &\sum_{k=1}^{K} \boldsymbol{x}_{[k]} = \sum_{k=1}^{K} \boldsymbol{y}_{[k]} \end{aligned} \tag{33}$$

www.dbpia.co.kr

그러면 위의 기호를 사용하여 다음의 부등식이 성립함을 알 수 있다.

$$\frac{1}{K}tr\left(\left(\boldsymbol{H}^{\boldsymbol{H}}\boldsymbol{H}\right)^{-1}\right)\mathbf{1} < diag\left(\left(\boldsymbol{H}^{\boldsymbol{H}}\boldsymbol{H}\right)^{-1}\right) \quad (34)$$

(33)과 $\sum_{k=1}^{K}\log\left(1+\frac{P_{\max}}{Kx_k}\right)$는 Schur-convex 함수라는 사실로 부터 이제 majorization 부등식을 사용하여 다음의 부등식이 성립한다[16].

$$K\log\left(1+\frac{P_{\max}}{tr\left(\left(\boldsymbol{H}^{\boldsymbol{H}}\boldsymbol{H}\right)^{-1}\right)}\right) \quad (35)$$
$$\leq \sum_{k=1}^{K}\log\left(1+\frac{P_{\max}}{K\left[\left(\boldsymbol{H}^{\boldsymbol{H}}\boldsymbol{H}\right)^{-1}\right]_{kk}}\right)$$

따라서 높은 SNR에서는 제안된 (25)방식이 기존의 (8)의 방식보다 더 우수한 성능을 가짐을 알 수 있고 이는 그림 2의 모의 실험 결과를 잘 설명해 주고 있다.

다음으로, (30), (31)에서 보여지는 바와 같이 높은 SNR에서는 제안된 (25)의 RCI 방식은 ZF precoding방식의 성능으로 수렴하게 됨을 알 수 있다. 하지만 뒤의 모의 실험 결과에서 보게 되듯이 (8)과 (25)의 모두 낮은 SNR에서부터 중간정도의 SNR범위에서는 ZF precoding 방식의 성능을 상당부분 개선하는 효과를 보인다. 이는 중간정도의 SNR까지는 전력할당의 영향보다는 ZF에서 사용되는 inverse연산을 정규화하는 과정이 전송율에 더 큰 영향을 미친다는 것을 보여준다. 반면 (35)로부터 높은 SNR에서는 전력할당의 역할이 전송율 성능결정에 있어 보다 중요해 짐을 알 수 있다.

3.2 국소 최적 regularization 방식의 성능 분석

II-3에서 초기값을 동일 전력할당으로 하여 얻어지는 국소 최적 regularization 파라미터를 사용하는 (22)의 경우는 II-3의 알고리즘에 의해 국소 최적 전송율을 얻을 수 있으므로 SNR에 관계없이 항상 (25)의 제안된 RCI방식보다 높은 전송율을 가지게 됨을 알 수 있다. 물론 이 경우에도 SNR이 증가할수록 (22)와 (25)의 성능차이는 줄어 들고 결국 ZF precoding의 성능에 수렴함을 알 수 있다. 하지만 IV의 모의 실험결과에서 보게 되듯이 낮은 SNR에서부터 중간정도의 SNR범위에서는 상당한 전송율 향상을 관찰 할 수 있다.

Ⅳ. 모의 실험 결과

4.1 기존 precoding 방식과의 성능 비교

모의 실험을 통해 i.i.d. Rayleigh fading 채널하에서 제안된 기법의 성능을 기존의 ZF precoding, MMSE precoding, RCI, DPC의 평균 전송률과 비교해 보았다. DPC는 채널용량을 달성하는 방식이므로 가장 좋은 성능을 보인다. 선형 precoding가운데서는 본 논문에서 제안한 방식이 다른 모든 선형 precoding방식보다 더 좋은 성능을 가진다. DPC와의 성능 차이는 precoder의 선형성에 대한 가정과 regularization 성분을 결정할 때의 준최적성에 기인한다.

그림 3은 $K=N_T=4$이고, $N_R=1$인 경우에 대해서 기존의 여러 precoding 방식들과 본 논문에서 제안한 방식을 비교한 그림이다. 제안된 방식이 MMSE precoding방식보다 우수한 성능을 내는 것을 볼 수 있다. 또한, ZF precoding에 대해서는 기존의 MMSE precoding방식과는 달리 본 논문의 제안 방식이 모든 SNR영역에서 우수한 성능을 나타내고 있다. (25)식에 나타난 수정된 RCI 방식도 그림 3에 나타냈으며, 기존의 RCI의 성능을 개선함은 물론 모든 SNR영역에서 ZF precoding 방식보다 우수한 성능을 나타낸다.

4.2 채널 추정오차의 영향 비교

지금까지 우리는 송신단에서 채널을 완벽히 알고 있다는 이상적인 가정하에 내용을 전개했다. 이 절에서는 제안된 precoding방식이 실제적인 채널 추정

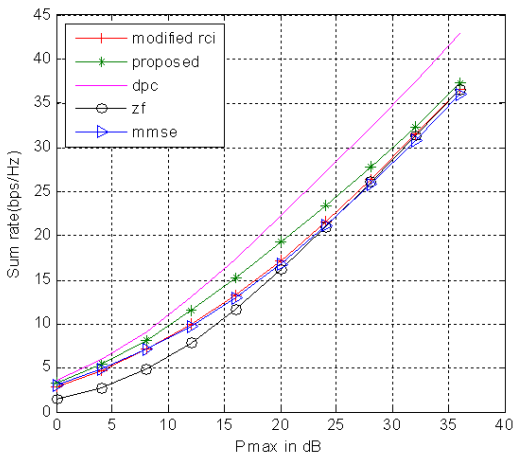


그림 3. 제안된 precoding방식과 기존의 precoding 방식의 성능 비교($K=N_T=4$)

www.dbpia.co.kr

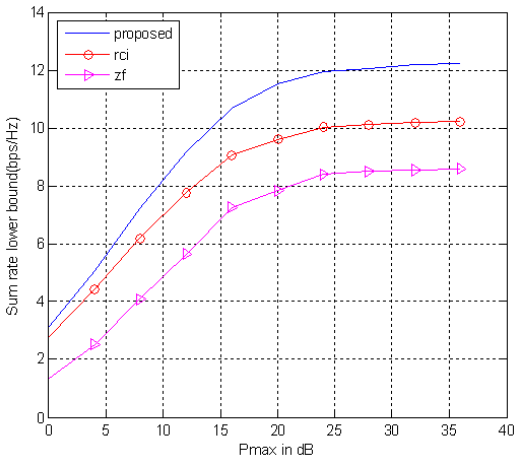


그림 4. 채널추정 오차가 존재하는 상황에서 제안된 precoding 방식의 성능($K = N_T = 4$)

오차가 존재하는 상황에서 어떤 성능을 보이는지 그리고 기존의 선형 precoding방식과 비교하여 채널 추정오차의 민감도를 비교하고자 한다. 먼저 채널 추정 오류의 영향을 살펴보기 위해 다음의 모델을 사용한다.

$$\boldsymbol{H}_k = \hat{\boldsymbol{H}}_k + \boldsymbol{E}_k \qquad (36)$$

여기서 $\hat{\boldsymbol{H}}_k$의 각 원소는 i.i.d. $CN(0,1-\sigma_e^2)$이고 $\boldsymbol{E}_k$의 각 원소는 i.i.d. $CN(\mathbf{0},\sigma_e^2)$이며 각각 추정된 채널과 추정 오차를 나타낸다. 그리고 채널 추정오차의 분산 σ_e^2 는 0에서 1사이의 값이다. (36) 모델에 의해 채널 추정 오차가 존재하는 경우 채널 추정오차에 의해 결과적으로 잡음의 전력이 증가하게 되고 이는 결과적으로 신호의 전력이 $\sigma_e^2 P_{\max}$로 감소되는 효과를 가지게 된다. 그림 4에서는 $\sigma_e^2 = 0.05$인 경우에 대해 제안된 방식과 기존의 RCI, ZF precoding의 전송율 비교한 그림이다. 그림에서 보여지듯 제안된 방식은 기존의 방식에 비해 채널 추정오차하에서도 상대적으로 성능이득을 유지하면서도 보다 높은 전송율에서 포화(saturation)된다는 사실을 관찰 할 수 있다. 이는 제안된 방식을 사용하면 채널추정오차에 의한 잡음 전력의 증가에 대한 영향이 precoder계산에 반영되기 때문이다.

V. 결 론

본 논문에서 우리는 높은 SNR영역에서 ZF precoding과 비교하여 MMSE precoding방식의 성능 열화 현상이 나타남을 보였다. 이를 기반으로 하여 전송률을 최대화하기 위해서는 regularization 파라미터가 쌍대 상향링크 전송율을 최대화 하도록 결정되어야 함을 보였다. 그리고 국소 최적인 regularization 파라미터를 결정할 수 있는 간단한 수치적 알고리즘을 제안하였다. 또한 그 과정에서 수치적 알고리즘의 사용없이 간단한 전력 재할당을 통해 기존의 RCI성능을 개선하는 수정된 RCI기법을 제안하였고 성능분석 및 모의 실험을 통해 제안된 기법이 기존의 RCI 방식보다 우수한 성능을 가짐을 보였다. 쌍대 상향링크 전송율 최대화 문제 자체가 nonconvex라는 속성 때문에 최적의 regularization 파리미터를 결정하는 것은 어려운 문제이지만 성능분석과 모의 실험을 통하여 제안된 알고리즘을 통해 찾은 국소 최적해를 바탕으로 한 regularization의 경우에도 충분한 성능 개선이 가능함을 관찰 할 수 있었다. 또한 본 논문에서 제안한 방식은 채널 추정오차가 존재하는 경우에도 기존의 선형 precoding 방식에 비해 성능 이득을 보이면서 동시에 채널 추정오차에 강인함을 확인할 수 있었다.

참 고 문 헌

〔1〕 I. Telatar “Capacity of multi-antenna gaussian channels,” Bell Labs Technical Memoranom, June 1995.

〔2〕 P. Viswanath and D. Tse, “Sum Capacity of the Multiple Antenna Gaussian Broadcast Channel and Uplink-Downlink Duality,” IEEE Trans. on Info. Theory, vol. 49(8), pp. 1912-1921, Aug. 2003.

〔3〕 S.Vishwanath, N. Jindal, and A. Goldsmith, “Duality, Achevable Rates, and Sum-Rate Capacity of Gaussian MIMO Broadcast Channels,” IEEE Trans. on Info. Theory, vol. 49, Issue 10, pp. 2658-2668, Oct. 2003.

〔4〕 W. Yu, and J. Cioffi : “Sum Capacity of Gaussian Vector Broadcast Channels,” IEEE Trans. on Info. Theory, vol. 50, no. 9, pp. 1875-1892, Sep. 2003.

〔5〕 G. Caire and S. Shamai, “On the Acheivable Throughput of a Multi-antenna Gaussian Broadcast Channel,” IEEE Trans. on Info. Theory, vol. 49, no. 7, pp. 1691-1706, July.

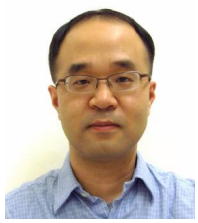
www.dbpia.co.kr

2003.
〔6〕 C. Peel, B. Hochwald and L.Swindlehurst, " A Vector-Perturbation Technique for Near-Capacity Multi-Antenna Multi-User Communication-Part I: Channel Inversion and Regularization," IEEE Trans. on Commun., vol. 53, no. 1, Jan. 2005.
〔7〕 T. Yoo and A. Goldsmith, "On the Optimality of Multi-Antenna Broadcast Scheduling Using Zero-Forcing Beamforming," IEEE J. Sel. Areas Commun., vol. 24, pp. 528-541, Mar. 2006.
〔8〕 Q. Spencer, L. Swindlehurst and Martin Haardt, "Zero-Forcing Methods for Downlink Spatial Multiplexing in Multiuser MIMO Channels," IEEE Trans. on Sig. Proc., vol. 52, no. 2, Feb. 2004.
〔9〕 M. Schubert, S. Shuying, E. A. Jorswiech, and H. boche, "Downlink sum-MSE tranceiver optimization for linear multi-user MIMO Channels," 39th Asilomar Conf. on Signals, Systems and Computers, pp. 1424-1428, Oct. 28-Nov. 1 2005.
〔10〕 A. Mezghani, M. Joham, R. Hunger, and W. Utschick, "Transceiver Design for Multiuser MIMO Systems," ITG WSA, Mar. 2006.
〔11〕 M. Joham, W. Utschick and J. A. Nossek, "Linear Transmit Processing in MIMO Systems," IEEE Trans. On Sig. Proc., vol. 53, no. 8, pp. 2700-2712, Aug. 2005.
〔12〕 M. S. Bazaraa, H. D. Sherali and C. M. Shetty,. Nonlinear Programming: Theory and Algorithms. John Wiley and Sons, New York, 1993.
〔13〕 D. G. Luenberger, Linear and Nonlinear Programming. Addison-Wesley, Reading,. MA, 1984.
〔14〕 M. Schubert and H. Boche, "Solution of the Multi-user Downlink Beamforming Problem with Individual SINR Constraint," IEEE Trans. Veh, Technol., vol. 53, no. 1, pp.18-28, Jan. 2004.
〔15〕 D. P. Palomar, J. M. Cioffi, and M. A. Lagunas, "Joint Tx-Rx Beamforming Design for Multicarrier MIMO Channel: A Unified Framework for Convex Optimization," IEEE Trans. on Sig, Proc., vol. 51, no. 9, pp.2381-2401, Sep. 2003.
〔16〕 A. W. Marshall and I. Olkin, Inequalities: Theory of Majorization and Its Applications. New York: Academic, 1979.
〔17〕 S. Jang, J. Yang, S. Eom and D. K. Kim,"A Near Optimal Linear Precoding for Multiuser MIMO Throughput Maximization," IEEE VTC Spring, 2008.

장 승 훈 (Seunghun Jang) 정회원

2002년 8월 연세대학교 기계전자공학부 졸업
2005년 2월 연세대학교 전기전자공학과 석사
2005년 3월~현재 연세대학교 전기전자공학과 박사과정
<주관심분야> CDMA, OFDM, MIMO 시스템, Cooperative communication.

양 장 훈 (Janghoon Yang) 정회원



1996년 2월 연세대학교 전파공학과 졸업
2001년 U.S.C. Dept. of Electrical Engineering 석사
2001년 U.S.C. Dept. of Electrical Engineering 박사
2001년~2006년 삼성전자 책임연구원
2006년~현재 연세대학교 공과대학 전기전자공 과 연구 교수
<주관심분야> CDMA, OFDMA, MIMO, Relay, Cross layer optimization, 간섭 채널, 정보이론, neural signal processing

장 규 환 (Kyuhwan Jang) 준회원

2007년 2월 연세대학교 전기전자공학과 졸업
2007년 3월~현재 연세대학교 전기전자공학과 통합과정
<주관심분야> Cooperative communication, 정보이론

www.dbpia.co.kr

김 동 구 (Dong Ku Kim) 종신회원

1983년 2월 한국항공대학교 통신공학과 졸업
1985년 U.S.C. Dept. of Electrical Engineering 석사
1992년 U.S.C. Dept. of Electrical Engineering 박사
1999년~현재 연세대학교 공과대학 전기전자공학과 교수

<주관심분야> CDMA 이동통신, 다중접속 기술, 변조 및 채널 부호화 기술, 스케줄링/MAC기술, 순방향링크 빔성형 기술 및 MIMO기술, UWB, Binary CDMA

www.dbpia.co.kr