

# LDPC 부호 기반의 터보 등화기에 적합한 고차 변조 심볼 사상

정회원 이명규\*, 종신회원 양경철\*

## Bit-to-Symbol Mapping Strategy for LDPC-Coded Turbo Equalizers Over High Order Modulations

Myung-Kyu Lee\* *Regular Member*, Kyeongcheol Yang\* *Lifelong Member*

### 요약

본 논문에서는 고차 변조 방식의 심볼 사상(mapping)이 LDPC (low-density parity-check) 부호를 사용하는 터보 등화기(turbo equalizer)의 수렴 특성에 미치는 영향에 대해서 살펴본다. 심볼 사상에 따른 선형 MMSE 등화기의 유효(effective) SNR과 LDPC 복호기의 수렴 특성을 통해 LDPC 부호를 사용하는 터보 등화기에 BR (bit-reliability) 사상이 성능 관점에서 유리하다는 것을 보여준다. 그리고 밀도 진화 분석(density evolution)을 통한 잡음 임계치(noise threshold)와 전산 실험 결과를 통해 터보 등화기의 성능에 심볼 사상이 미치는 영향을 검증한다.

**Key Words** : Turbo Equalizer, LDPC Codes, Symbol Mapping, High Order Modulations

### ABSTRACT

In this paper we study the effect of bit-to-symbol mappings on the convergence behavior of turbo equalizers employing low-density parity-check (LDPC) codes over high order modulations. We analyze the effective SNR of the outputs from linear minimum mean-squared error (MMSE) equalizers and the convergence property of LDPC decoding for different symbol mappings. Numerical results show that the bit-reliability (BR) mapping provides better performance than random mapping in LDPC-coded turbo equalizers over high order modulations. We also verify the effect of symbol mappings through the noise threshold and error performance.

### I. 서론

터보 부호<sup>[1]</sup>의 등장으로 반복 복호의 우수성이 알려지면서 터보 원리(turbo principle)를 적용한 시스템에 대한 연구가 활발히 진행되고 있다. 터보 수신기의 대표적인 예로 터보 등화기가 있으며, 이 시스템은 심볼 간 간섭(intersymbol interference, ISI)이 발생하는 채널에서 통상적인 방식에 비해 우수한 성능을 가지는 것으로 알려져 있다<sup>[2],[3]</sup>.

고차 변조 방식을 사용하는 경우에 신호 성좌의 레이블링(labeling)과 심볼 사상(mapping)은 터보 등화기의 수렴 특성과 오류정정부호의 수렴 특성에 큰 영향을 준다. 따라서 고차 변조 상에서의 터보 등화기 최적화 과정은 사용되는 오류정정부호에 따라 서로 다른 양상을 가질 수 있다. 터보 등화기에 대한 대부분의 연구들은 길쌈 부호(convolutional code)를 오류정정부호로 사용할 경우에 관한 것들이며<sup>[4]</sup>, 터보 부호<sup>[1]</sup>나 LDPC (low-density parity-

※ 이 논문은 2010년도 정부(교육과학기술부)의 재원으로 한국연구재단의 지원을 받아 수행된 기초연구사업임 (No. 2010-0000170).

\* 포항공과대학교 전자전기공학과 통신 및 신호설계 연구실 (mklee@postech.ac.kr, kcyang@postech.ac.kr)

논문번호 : KICS2009-05-222, 접수일자 : 2009년 5월 30일, 최종논문접수일자 : 2010년 3월 8일

check) 부호 [5]와 같이 채널 용량에 근접하는 부호를 오류정정부호로 사용할 경우에 대한 연구는 미비한 실정이다.

본 논문에서는 LDPC 부호를 사용하는 터보 등화기의 수렴 특성에 심볼 사상이 미치는 영향에 대해서 살펴본다. 고차 변조 방식에 사용되는 대표적인 심볼 사상으로 BICM (bit-interleaved coded modulation) [6] 기법에서 가정되는 랜덤(random) 사상, 그리고 구조적인 사상의 일종인 BR (bit-reliability) [7] 사상 등이 있다. 이 두 사상들이 선형 MMSE (linear minimum mean-squared error) 등화기와 LDPC 복호기의 수렴 특성에 미치는 영향에 대해서 알아본다. 그리고 각 사상에 대해 LDPC 부호를 사용하는 터보 등화기의 점근적인 성능을 밀도 진화 분석(density evolution)을 통해서 비교 및 분석한다.

본 논문의 구성은 다음과 같다. II장에서는 본 논문에서 고려하는 시스템에 대해 간단히 설명한다. III장에서는 심볼 사상이 선형 MMSE 등화기와 LDPC 복호기의 수렴 특성에 미치는 영향에 대해서 살펴본다. IV장에서는 LDPC 부호를 사용하는 터보 등화기의 밀도 진화 분석에 대해서 설명한다. V장에서는 심볼 사상과 터보 등화기에 최적화된 LDPC 부호의 차수 분포를 구하고, 설계된 부호를 사용하는 터보 등화기의 성능을 전산 실험을 통해 검증한다. 마지막으로 VI장에서는 본 논문의 내용을 요약 및 정리한다.

## II. 시스템 모델

본 논문에서 고려하는 시스템의 블록 다이어그램을 그림 1에 나타내었다. 길이가  $K$ 인 이진 정보어 벡터  $\mathbf{z}$ 는 부호율이  $R$ 인 LDPC 부호의 부호화기를 통하여 길이가  $N$ 인 이진 부호어 벡터  $\mathbf{x}$ 로 변환된다. 각 부호어 비트들은  $M$  비트 단위로  $2^M$ -PAM (pulse-amplitude modulation) 신호 성좌내의 심볼로

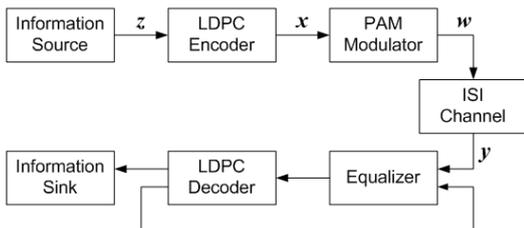


그림 1. 시스템 모델

변환되어 길이가  $N_w (= N/M)$ 인 송신 벡터  $\mathbf{w}$ 로 구성되고 ISI 채널을 통하여 전송된다. 이 때  $t$ 번째 심볼 구간에서 수신된 심볼  $y_t$ 는 다음과 같다:

$$y_t = \sum_{l=0}^{L-1} h_l w_{t-l} + n_t \quad (1)$$

여기서  $w_t$ 는  $t$ 번째 심볼 구간에서 전송된 심볼이고  $h_l$ 은 채널 계수이며  $L$ 은 채널의 길이를 나타낸다. 백색 가우시안 잡음 (AWGN, additive white Gaussian noise)  $n_t$ 는 평균이 0이고 차원당 분산이  $\sigma^2 (= N_0/2)$ 인 복소 가우시안 확률 변수이다. 채널 계수  $h_l$ 은 AWGN 채널에서는 상수이며, Rayleigh 페이딩 채널에서는 평균이 0이고 차원당 분산이  $\sigma_l^2$ 인 복소 가우시안 확률 변수이다. 이 두 채널 모두에 대하여 채널 계수들은  $\sum_{l=0}^{L-1} E[|h_l|^2] = 1$ 을 만족한다고 가정한다.

그림 2는 LDPC 부호를 오류정정부호로 사용하는 터보 등화기의 구조와 메시지 전달 과정을 나타낸다. 등화기와 복호기는 각각의 부가 정보(extrinsic information)를 상호 교환함으로써 부호어에 대한 신뢰도를 향상시킨다. 등화기는 수신 심볼  $y_t$ 와 복호기의 부가 정보  $L_1^E(x_{t,k})$ 를 이용해서 부호어 비트  $x_{t,k}$ 의 사후 정보(a posteriori information)  $L_P^E(x_{t,k})$ 를 계산한다. 여기서  $x_{t,k}$ 는  $t$ 번째 전송 심볼을 구성하는  $M$ 개의 비트들 중에서  $k$ 번째 비트를 나타낸다. 이 때  $L_P^E(x_{t,k})$ 를 다음과 같이 나타낼 수 있다:

$$\begin{aligned} L_P^E(x_{t,k}) &= \log \frac{\Pr(x_{t,k}=0|y_1, \dots, y_{N_w})}{\Pr(x_{t,k}=1|y_1, \dots, y_{N_w})} \quad (2) \\ &= \log \frac{\Pr(y_1, \dots, y_{N_w} | x_{t,k}=0)}{\Pr(y_1, \dots, y_{N_w} | x_{t,k}=1)} \\ &\quad + \log \frac{\Pr(x_{t,k}=0)}{\Pr(x_{t,k}=1)}. \quad (3) \end{aligned}$$

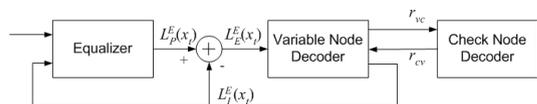


그림 2. LDPC 부호를 사용하는 터보 등화기

식 (3)의 첫 번째 항과 두 번째 항은 각각 부호어 비트  $x_{t,k}$ 에 대한 등화기의 부가 정보  $L_E^E(x_{t,k})$ 와 사전 정보(a priori information)  $L_I^E(x_{t,k})$ 이다. 여기서 부가 정보  $L_E^E(x_{t,k})$ 는 LDPC 부호의 변수 노드 복호기로 전달되어 채널 LLR (log-likelihood ratio)로 사용된다. 이 과정들을 터보 등화기의 외부 반복이라 한다.

그림 2에서 변수 노드 복호기와 검사 노드 복호기 사이의 메시지 갱신 과정을 내부 반복이라 하고 일정한 회수의 반복 복호를 수행한 후에 등화기로 전달되는 메시지  $L_I^E(x_{t,k})$ 를 계산한다. 이 때 메시지  $L_I^E(x_{t,k})$ 는 다음과 같이 계산된다.

$$L_I^E(x_{t,k}) = \sum_{c \in C_{v_t}} r_{cv_{t,k}}$$

여기서  $v_{t,k}$ 는 부호어 비트  $x_{t,k}$ 에 해당하는 변수 노드를 나타내며  $C_{v_t}$ 는  $v_t$ 에 연결된 검사 노드들의 집합을 나타낸다. 메시지  $r_{cv_{t,k}}$ 는 검사 노드  $c$ 에서 변수 노드  $v_{t,k}$ 로 전달되는 메시지를 나타낸다. 그리고 터보 등화의 첫 번째 외부 반복에서 사전 정보  $L_I^E(x_{t,k})$ 는 0으로 설정된다.

등화기는 MAP (maximum a posterior probability) 알고리즘이나 선형 MMSE 등화 알고리즘을 통해서 구현된다 [2],[3]. 일반적으로 고차 변조 방식을 사용하는 경우에는 MAP 알고리즘의 복잡도가 매우 크기 때문에 선형 MMSE 등화 알고리즘을 주로 사용하므로, 본 논문에서도 선형 MMSE 등화기를 사용한다고 가정한다. 그리고 블록 단위의 구조적인 형태로 정의되는 block-type LDPC (BLDPC) 부호 [9]를 사용한다고 가정한다. BLDPC 부호는 패리티 검사 행렬을 효율적으로 저장할 수 있으며, 일반적인 LDPC 부호와 성능 차이가 거의 없는 것으로 알려져 있다 [9].

고차 변조를 사용하는 시스템의 성능은 심볼 사상에 많은 영향을 받는다고 알려져 있으며 대표적인 사상으로 랜덤 사상과 BR 사상 [7]이 있다. 하나의  $2^M$ -PAM 심볼을 전송하는 것을  $M$ 개의 이진 입력 채널을 사용하여 해당 심볼을 구성하는 각 비트들을 전송하는 것으로 볼 수 있으며, 이때 각 이진 입력 채널을 부채널(subchannel)이라 하자. 부채널들은 서로 다른 오류 확률을 가지며, 일반적으로 MSB (most significant bits)에 해당하는 부채널이 가

장 낮은 오류 확률을 가지고 LSB (least significant bits)에 해당하는 부채널이 가장 높은 오류 확률을 가진다. 랜덤 사상은 부호어 비트들을 랜덤 인터리버를 통해서 임의의 부채널로 전송하는 방식이며 BR 사상은 차수가 높은 변수 노드에 해당하는 부호어 비트들을 오류 확률이 낮은 부채널로 전송하는 방식이다. 랜덤 사상은 BICM 기법 [6]에서 가정되는 사상이므로 이후부터는 랜덤 사상을 BICM 사상이라고 칭한다. 일반적으로  $2^{2M}$ -QAM (quadrature-amplitude modulation) 신호 성좌를 실수 성분과 허수 성분에  $2^M$ -PAM 신호성좌를 독립적으로 적용해서 구성하므로 PAM 방식에 적용한 심볼 사상을 QAM 방식에도 그대로 적용할 수 있다. 본 논문에서는 랜덤 사상과 BR 사상이 LDPC 부호와 선형 MMSE 등화기를 사용하는 터보 등화기의 수렴 특성에 미치는 영향에 대해서 살펴본다.

### III. 심볼 사상이 터보 등화기의 수렴 특성에 미치는 영향

심볼 사상이 터보 등화기의 수렴 특성에 미치는 영향을 분석하기 위해 심볼 사상에 따른 LDPC 복호의 수렴 특성과 등화기의 성능에 대해서 살펴본다. 심볼 사상은 LDPC 복호의 수렴 특성에 큰 영향을 주는 것으로 알려져 있다 [7]. 그림 3은 검사 노드에서 변수 노드로 전달되는 메시지의 평균을 심볼 사상과 SNR( $=E_b/N_0$ ) 별로 나타낸 곡선이다. 여기서  $E_b$ 는 하나의 정보어 비트에 할당된 에너지이다. 그림에서 가로축은 LDPC 복호의 반복 회수를 나타낸다. 부호율 1/2을 가지는 임의의 LDPC 부호와 그레이(Gray) 부호화된 8-PAM을 가정하였다. 그리고 모든 성분이 0인 부호어를 전송하였다고 가정하였으며, i.i.d. (independent and identically distributed) channel adapter [12]를 통해 채널 대칭 조건을 유지하였다. 실험에 가정된 SNR은 등화를 한번만 수행하면 복호가 실패하지만 터보 등화를 적용하면 복호가 성공하는 영역에 해당되는 값이다. 검사 노드에서 변수 노드로 전달되는 메시지의 평균이 BR 사상을 적용한 경우가 BICM 사상을 적용한 경우에 비해 큰 것을 알 수 있다. 이는 BR 사상을 적용하면 BICM 사상에 비해 신뢰도가 높은 채널 메시지들이 빠르게 전파되기 때문이다. 이러한 경향이 다른 차수 분포를 가지는 LDPC 부호에 대해서도 잘 나타나는 것을 실험적으로 확인하였다.

복호기에서 등화기로 전달되는 메시지는 검사 노드에서 변수 노드로 전달되는 메시지에 의해 결정되므로 [10] 동일한 SNR 조건에서 BR 사상을 적용했을 때에 BICM 사상을 적용했을 때에 비해 터보 등화기의 초기 반복 과정에서 신뢰도가 높은 메시지를 등화기로 전달할 수 있다.

심볼 사상은 복호기에서 등화기로 귀환되는 메시지  $L_1^E(x_{t,k})$ 의 특성에 영향을 준다. BR 사상의 경우에는 MSB에 해당되는 메시지가 가장 큰 신뢰도를 가지고 LSB에 해당되는 메시지가 가장 작은 신뢰도를 가진다. 반면에 BICM 사상을 적용한 경우에는 귀환 메시지들은 평균적으로 모두 동일한 신뢰도를 가진다. 이러한 메시지의 신뢰도 분포 특성은 MMSE 등화기의 성능에 영향을 줄 수 있다.

선형 MMSE 등화기에서 귀환 메시지  $L_1^E(x_{t,k})$ 는 연관성 간섭 제거(soft interference cancellation) 과정과 필터 계수를 구하는 과정에 사용되어 등화기 출력값  $\hat{w}_t$ 의 유효(effective) SNR에 영향을 준다. 등화기의 출력값  $\hat{w}_t$ 를 다음과 같이 채널 입력이  $w_t$ , 채널 이득이  $\mu_t$ 인 AWGN 채널의 출력값으로 근사된다고 가정한다 [3].

$$\hat{w}_t \approx \mu_t w_t + \eta_t. \quad (4)$$

여기서  $\eta_t$ 는 평균이 0이고 차원당 분산이  $\nu_t^2/2$ 인 복소 가우시안 잡음이다. 식 (4)의 채널 이득  $\mu_t$ 와 분산  $\nu_t^2$ 은 채널 계수와 필터 계수에 의해서 결정된다 [3]. 추정치  $\hat{w}_t$ 의 유효 SNR을 식 (4)로부터 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\text{SNR}_{\text{eff}} = \frac{\mu_t^2 \sigma_w^2}{\nu_t^2} = \frac{\mu_t^2 \sigma_w^2}{\mu_t \sigma_w^2 - \mu_t^2 \sigma_w^2}.$$

여기서  $\sigma_w^2$ 은 전송 심볼  $w_t$ 의 평균 에너지이다.

표 1은 BR 사상 및 BICM 사상을 가정하였을 경우에 등화기 출력값의 유효 SNR을 나타낸다. 표에서 유효 SNR은  $E_b/N_0$ 로 변환된 값들이다. 부호율이 1/2이고 열블록의 개수가 48인 BLDPC 부호, 그레이 부호화된 8-PAM 을 가정하였다.  $d_{\text{max}}$ 는 변수 노드의 최대 차수를 나타내며  $n_{\text{max}}$ 는 최대 차수를 가지는 열블록의 수를 나타낸다. 유효 SNR

표 1. MMSE 등화기 출력값의 유효 SNR (dB), 8-PAM

SNR	m	$d_{\text{max}}=12, n_{\text{max}}=2$		$d_{\text{max}}=12, n_{\text{max}}=6$	
		BR	BICM	BR	BICM
10.0	0.5	4.69	4.53	4.98	4.73
	1.0	5.51	5.28	5.88	5.65
	1.5	6.25	6.0	6.65	6.56
10.5	0.5	5.09	4.92	5.37	5.12
	1.0	5.91	5.68	6.28	6.06
	1.5	6.65	6.41	7.05	6.97

을 단편 형식으로 나타낼 수 없기 때문에 Monte Carlo 방법을 이용하여 값을 계산하였다. 이 때 메시지  $r_{cv}$ 와  $L_1^E(x_{t,k})$ 는 대칭 가우시안 분포를 가진다고 가정하였다. 그리고 ISI 채널은 다음과 같이 설정되었다 [2].

$$h_0 = 0.6708, h_1 = 0.5, h_2 = 0.3873, \\ h_3 = 0.3162, h_4 = 0.2236.$$

평균  $m$ 은 검사 노드에서 변수 노드로 전달되는 메시지  $r_{cv}$ 의 평균을 나타낸다. 평균  $m$ 이 같다는 조건 하에서 BR 사상을 적용했을 때에 BICM 사상을 적용했을 때에 비해 유효 SNR이 큰 것을 알 수 있다. 이는 BR 사상의 경우에는 MSB에 해당되는 비트들의 신뢰도가 커서 전송 심볼  $w_t$ 와 연관성 추정치  $E[w_t]$  간의 평균 제곱 오차가 작아지기 때문이다. 즉 연관성 추정치의 신뢰도가 BR 사상일 때에 BICM 사상일 때 보다 높아서 연관성 간섭 제거에서 발생하는 오차가 줄어들기 때문이다.

피드백 메시지  $L_1^E(x_{t,k})$ 는 MMSE 등화기의 연관성 간섭 제거 과정과 필터 계산 과정 외에 복조(demodulation) 과정에서도 사용된다. 일반적으로 그레이 부호를 사용하는 경우에는 복호기의 부가 정보가 채널 LLR의 신뢰도에 큰 영향을 주지 않는 것으로 알려져 있다 [11].

LDPC 복호기와 선형 MMSE 등화기의 수렴 특성을 통해서 LDPC 부호와 선형 MMSE 등화 알고리즘을 사용하는 터보 등화기 상에서 BR 사상이 유리하다는 것을 확인할 수 있다. SNR이 같다는 조건 하에서 BR 사상을 적용하는 경우에 신뢰도가 큰 메시지가 복호기에서 등화기로 전달되며, 등화기의 수렴 특성에 의해서 BICM 사상에 비해 더 큰 유효 SNR을 가지기 때문이다.

#### IV. 터보 등화를 고려한 LDPC 부호의 밀도 진화 분석

밀도 진화 분석을 이용하여 터보 등화기 상에서 LDPC 부호의 잡음 임계치(noise threshold)를 구할 수 있다<sup>[8]</sup>. 모든 성분이 0인 부호어를 전송하였다 고 가정하면 반복 복호를  $q$ 번 수행했을 경우에 메시지의 오류 확률  $P_e^{(q)}$ 는 다음과 같다<sup>[9]</sup>:

$$P_e^{(q)} = \int_{-\infty}^{0^-} P_{vc}^{(q)}(x) dx.$$

여기서  $P_{vc}^{(q)}(x)$ 는 신뢰도 확산(belief-propagation) 복호기의  $q$ 번째 복호 과정에서 임의로 선택된 선분을 통하여 변수 노드에서 검사 노드로 전달되는 메시지의 확률 밀도 함수이다. 차수 분포, 전송 방식, 심볼 사상, 복호 알고리즘 및 터보 등화기의 스케줄링이 주어져 있다고 가정하면 메시지의 오류 확률은 잡음의 표준 편차에 의해 결정된다. 잡음 임계치  $\sigma^*$ 는  $P_e^{(\infty)}$ 를 0으로 수렴시키는 잡음 표준 편차의 최대값으로 정의된다. 표현의 편의를 위해서  $\sigma^*$ 를 다음과 같이  $E_b/N_0$ 로 변환해서 잡음 임계치를 나타낼 수 있다.

$$(E_b/N_0)^* = \frac{\sigma_w^2}{2R(\sigma^*)^2}.$$

고차 변조 방식과 터보 등화기 상에서의 밀도 진화 분석은 복호기의 부가 정보가 등화기로 전달되고 등화를 반복 수행함으로써 채널 LLR의 확률 분포가 변한다는 점을 제외하면 일반적인 고차 변조 상에서의 밀도 진화 분석과 동일하다.

PAM과 같은 고차 변조 시스템을 고려하는 경우에는 채널 LLR의 확률 밀도 함수를 닫힌 형식으로 나타낼 수 없기 때문에 Monte Carlo 방법을 통해서 추정한다. 이 때 복호기에서 등화기로 전달되는 메시지의 확률 밀도 함수는 차수 분포와 심볼 사상에 의해 결정되며 실현값 형태로 변환되어 Monte Carlo 방법에 이용된다. 그리고 채널 대칭 조건을 만족시키기 위해 i.i.d. channel adapter를 적용하였다<sup>[12]</sup>.

**예제:** 48개의 열블록과 24개의 행블록을 가지는 BLDPC 부호, 그레이 부호화된 4-PAM 전송 방식

을 가정하자. 변수 노드의 차수는 2, 3 그리고 6이며 각 차수에 대응되는 열블록의 수는 23, 20, 5라 가정하자.

4-PAM 방식은 2개의 부채널을 가진다. 복호기에서 등화기로 전달되는 메시지들 중에서 MSB에 해당하는 메시지의 확률 밀도 함수를  $f_1(l)$ 이라 하고 LSB에 해당하는 메시지의 확률 밀도 함수를  $f_2(l)$ 이라 하자. BR 사상을 가정하는 경우의 확률 밀도 함수는 다음과 같다:

$$f_1(l) = \frac{5}{24}g_6(l) + \frac{19}{24}g_3(l),$$

$$f_2(l) = \frac{1}{24}g_3(l) + \frac{23}{24}g_2(l).$$

여기서  $g_i(l)$ 은 차수가  $i$ 인 변수 노드에서 등화기로 전달되는 메시지의 확률 밀도 함수를 나타낸다. 그리고 BICM 사상을 가정하는 경우의 확률 밀도 함수는 다음과 같다:

$$f_1(l) = f_2(l) = \frac{23}{48}g_2(l) + \frac{20}{48}g_3(l) + \frac{5}{48}g_6(l). \blacksquare$$

#### V. 전산 실험 결과

고차 변조를 사용하는 터보 등화기에서 전송 방식과 심볼 사상에 대해 잡음 임계치 관점에서 최적인 차수 분포를 가지는 BLDPC 부호를 설계하고 전산 실험을 통해 성능을 검증하였다. 전산 실험에 가정된 BLDPC 부호의 설계 조건을 표 2에 나타내었다. 그레이 부호와 4-PAM, 8-PAM을 가정하였다. 수신단에서 ISI 채널 계수를 모두 알고 있다고 가정하였으며 III장에서 가정된 채널 계수를 사용하였다. 그리고 LDPC 복호 5회 간격으로 MMSE 등화를 수행하였다.

표 3은 각 설계 조건과 심볼 사상에 대해 최적화된 차수 분포를 나타낸다. 설계 조건 1과 4-PAM 전송 방식에서 BR 사상에 대해 최적화된 차수 분

표 2. BLDPC 부호의 설계 조건

설계 조건	부호율	열블록의 수	행블록의 수	$d_{max}$
1	1/3	48	32	8
2	1/2	48	24	12

표 3. 터보 등화기에 최적화된 BLDPCC 부호의 잡음 임계치  $(E_b/N_0)^*$  (dB)

설계 조건	심볼 사상	4-PAM		8-PAM	
		$n_{max}$	잡음 임계치 $(E_b/N_0)^*$	$n_{max}$	잡음 임계치 $(E_b/N_0)^*$
1	BR	6	4.5	5	6.9
	BICM	2	4.66	2	7.06
2	BR	4	6.26	8	9.18
	BICM	2	6.75	2	10.12

포가 BICM 사상에 대해 최적화된 차수 분포에 비해 잡음 임계치  $(E_b/N_0)^*$  관점에서 약 0.16 dB의 이득이 있음을 알 수 있다. 다른 설계 조건과 전송 방식에 대해서도 BR 사상에 대해 최적화된 차수 분포가 우수한 잡음 임계치를 가지는 것을 확인할 수 있다. 이는 LDPC 부호를 사용하는 터보 등화기에서 BR 사상이 BICM 사상에 비해 유리하다는 점을 보여준다.

그림 4는 설계 조건 1과 8-PAM 방식에서 BR 사상과 BICM 사상에 대해 최적화된 차수 분포로 설계된 BLDPCC 부호들을 사용하는 터보 등화기의 성능을 나타낸다. LDPC 복호 5회 간격으로 등화를 수행하였으며 반복 복호의 최대 회수를 50으로 제한하였다. 그리고 부호어의 길이는 3456이다. BR 사상에 대해 최적화된 부호가 BICM 사상에 대해 최적화된 부호에 비해 BER=10<sup>-3</sup>인 영역에서 약

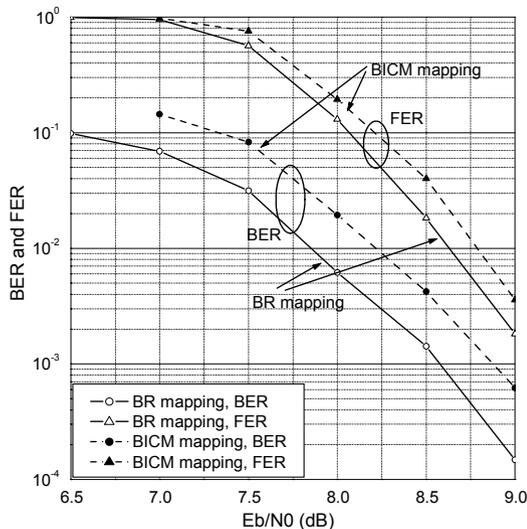


그림 4. 터보 등화기에 표 3의 BR과 BICM 사상에 최적화된 BLDPCC 부호를 사용했을 때의 BER과 FER,  $N=3600$ ,  $R=1/3$ , 8-PAM

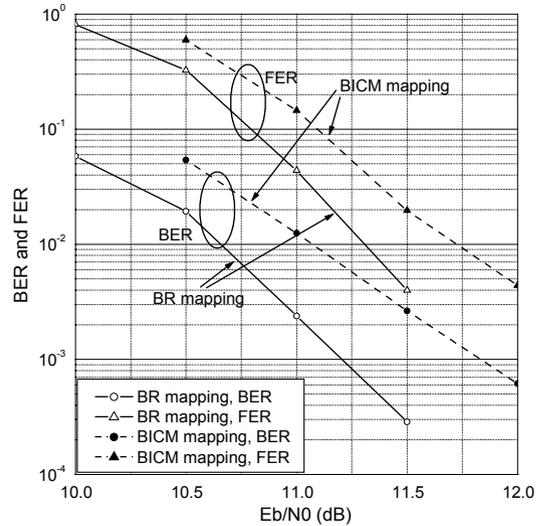


그림 5. 터보 등화기에 표 3의 BR과 BICM 사상에 최적화된 BLDPCC 부호를 사용했을 때의 BER과 FER,  $N=3600$ ,  $R=1/2$ , 8-PAM

0.32 dB 정도의 이득이 있음을 알 수 있다.

그림 5는 설계 조건 2와 8-PAM 방식에서 각 사상에 대해 최적화된 차수 분포를 가지는 BLDPCC 부호들을 사용하는 터보 등화기의 성능을 나타낸다. 이전 전산 실험과 동일한 스케줄링과 부호어 길이를 가정하였다. 이전의 전산 실험 결과와 마찬가지로 BR 사상에 대해 최적화된 부호가 BICM 사상에 대해 최적화된 부호에 비해 우수한 성능을 가지는 것을 확인할 수 있다.

## VI. 결론

본 논문에서는 LDPC 부호를 사용하는 터보 등화기의 수렴 특성과 심볼 사상 간의 관계에 대해서 분석하였다. 심볼 사상에 따른 선형 MMSE 등화기와 LDPC 복호기의 수렴 특성을 통해 LDPC 부호를 사용하는 터보 등화기 상에서 BR 사상이 BICM 사상에 비해 유리하다는 것을 확인하였다. 그리고 밀도 진화 분석으로 계산된 잡음 임계치와 전산 실험을 통한 성능 결과를 통해 이를 검증하였다.

## 참고 문헌

[1] C. Berrou, A. Glavieux, and P. Thitimajshima, "Near Shannon limit error-correcting coding and decoding: turbo codes," in *Proc. IEEE Int.*

*Conf. Commun.*, Vol.2, Geneva, Switzerland, May, 1993, pp.23-26.

[2] C. Douillard, M. Jezequel, C. Berrou, A. Picart, P. Didier, and A. Glavieux, "Iterative correction of intersymbol interference: turbo-equalization," *Euro. Trans. Telecommun.*, Vol.6, No.5, pp.507-511, Sept./Oct., 1995.

[3] M. Tuchler, R. Koetter, and A. C. Singer, "Turbo equalization: principles and new results," *IEEE Trans. Commun.*, Vol.50, No.5, pp.754-767, May, 2002.

[4] A. Chindapol and J. A. Ritcey, "Design, analysis, and performance evaluation for BICM-ID with square QAM constellations in Rayleigh fading channels," *IEEE J. Select. Area. Commun.*, Vol.19, No.5, pp.944-957, May, 2001.

[5] R. G. Gallager, *Low-Density Parity-Check Codes*. Cambridge, MA: MIT Press, 1963.

[6] G. Caire, G. Taricco, and E. Biglieri, "Bit-interleaved coded modulation," *IEEE Trans. Inf. Theory*, Vol.44, No.3, pp.927-946, May, 1998.

[7] Y. Li and W. E. Ryan, "Bit-reliability mapping in LDPC-coded modulation systems," *IEEE Commun. Lett.*, Vol.9, pp.1-3, Jan., 2005.

[8] T. J. Richardson and R. L. Urbanke, "The capacity of low-density parity-check codes under message-passing decoding," *IEEE Trans. Inf. Theory*, Vol.47, No.2, pp.599-618, Feb., 2001.

[9] S. Myung, K. Yang, and J. Kim, "Quasi-cyclic LDPC codes for fast encoding," *IEEE Trans. Inf. Theory*, Vol.51, No.8, pp.2894-2901, Aug., 2005.

[10] A. Kavcic, X. Ma, and M. Mitzenmacher, "Binary intersymbol interference channels: Gallager codes, density evolution, and code performance bounds," *IEEE Trans. Inf. Theory*, Vol.49, No.7, pp.1636-1652, July, 2003.

[11] S. ten Brink, J. Speidel, and R. Yan, "Iterative demapping and decoding for multilevel modulation," in *Proc. IEEE Global Commun. Conf.*, Vol.1, Sydney, Australia, Nov., 1998, pp.579-584.

[12] J. Hou, P. H. Siegel, and L. B. Milstein, "Capacity-approaching bandwidth-efficient coded modulation schemes based on low-density parity-check codes," *IEEE Trans. Inf. Theory*, Vol.49, No.9, pp.2141-2155, Sept., 2003.

이 명 규 (Myung-Kyu Lee)

정회원



2005년 2월 부산대학교 전자전기통신공학과 학사  
 2007년 2월 포항공과대학교 전자전기공학과 석사  
 2007년 3월~현재 포항공과대학교 전자전기공학과 박사과정  
 <관심분야> 광대역 통신 시스템

부호이론

양 경 철 (Kyeongcheol Yang)

중신회원



1986년 2월 서울대학교 전자공학과 학사  
 1988년 2월 서울대학교 전자공학과 석사  
 1992년 12월 University of Southern California 전기공학과 박사

1993년 3월~1999년 2월 한양대학교 전자통신공학과 조교수  
 1999년 2월~현재 포항공과대학교 전자전기공학과 교수  
 <관심분야> 디지털 통신, 부호이론, 다중 안테나 시스템, 신호설계, 정보보호