

# 연관정 후 전송 방식 기반 다중 릴레이 협동통신망의 릴레이 선택 방식의 다이버시티 분석

정회원 송 경 영\*, 김 재 홍\*, 종신회원 노 중 선\*, 정 하 봉\*\*

## Diversity Analysis of Relay Selection for Soft-Decision-and-Forward Cooperative Communication Network with Multiple-Relay

Kyoung-Young Song\*, Jaehong Kim\* *Regular Members*,  
Jong-Seon No\*, Habong Chung\*\* *Lifelong Members*

### 요 약

모든 노드에서 다중 안테나를 갖고 다중 릴레이가 존재하는 협동통신망을 고려한다. 연관정 후 전송 기법을 적용하여 쌍 오류 확률을 구하고 이를 이용하여 다이버시티 차수를 유도한다. 하지만 이러한 다중 릴레이 시스템에서 간섭을 피하기 위해 전송률 측면에서 비효율적인 직교 채널의 사용이 요구된다. 이를 해결하기 위해 순시적인 신호 대 잡음의 비가 가장 큰 릴레이를 사용하도록 하는 선택 기법을 적용하고, 이 시스템에 대한 성능 분석을 한다. 또한, 릴레이의 개수가 증가할수록 모든 릴레이를 사용할 때보다 릴레이 선택 기법을 사용했을 때의 성능이 우수함을 보인다.

**Key Words** : Cooperative diversity, moment generating function (MGF), relay selection, soft-decision-and-forward (SDF)

### ABSTRACT

The system model of SDF protocol with multiple relays equipped with multiple antennas in each node is considered. In this paper, a relay selection scheme for the SDF protocol network with multiple relays is proposed. The performance is analyzed in terms of the pairwise error probability (PEP) and diversity order. Then the performances such as PEP and diversity order of the proposed scheme are compared with the conventional multiple-relay transmission.

### I. 서 론

무선통신 시스템에서의 신호는 전송 중 장애물로 인한 페이딩 및 다른 신호에 의한 간섭 등에 의해 왜곡이 된다. 이러한 신호 왜곡 현상을 해결하기 위한

하나의 방법으로 수신단에서 뿐만 아니라 송신단에서 다중 안테나를 사용하여 구조화된 신호를 전송함으로써 수신 신호의 신뢰도를 향상시키는 시공간 부호화 Tarokh, Seshadri, Calderbank에 의해 제안되었다<sup>[1]</sup>. 하지만 송신단에서 다중 안테나를 사용하는 것은 구

\* 본 연구는 2010년도 정부(교육과학기술부)의 재원으로 한국과학재단의 지원 [No. 2010-0000867]과 지식경제부 및 정보통신연구진흥원의 IT 핵심기술개발사업의 일환으로 수행하였음. [KI001809, 3차원 환경에서의 지능형 무선통신 시스템].

\* 서울대학교 전기·컴퓨터 공학부 및 뉴미디어통신공동연구소({sky6174, kilmd55}@ccl.snu.ac.kr, jsno@snu.ac.kr)

\*\* 홍익대학교 전자전기공학부(habchung@hongik.ac.kr)

논문번호 : KICS2010-06-2651, 접수일자 : 2010년 6월 11일, 최종논문접수일자 : 2010년 9월 6일

현의 문제 등으로 인해 실제 사용이 극히 제한될 수 있다. 이러한 문제 해결을 위해 하나의 노드가 다른 노드와의 협력을 통해 신호를 전송하는 협력 통신 기법이 제안되었다<sup>2,3)</sup>.

Bletsas<sup>[4]</sup> 등은 다수의 릴레이가 존재하는 상황에서 운용 방식에 따른 릴레이 선택을 위한 채널 추정기가 가능함을 설명하였고, Ikki와 Ahmed<sup>[5]</sup>는 증폭 후 전송 기법에서 노드 당 하나의 안테나를 갖는 다수의 릴레이 노드가 있을 때, 가장 좋은 릴레이를 선택하는 것이 전송률이나 비트 오류 측면에서 유리함을 보였다.

본 논문에서는 Alamouti<sup>[6]</sup> 부호를 적용한 연관정 후 전송 방식(soft-decision-and-forward: SDF)<sup>[7]</sup>을 기반으로 하는 다중 안테나 다중 릴레이 협력 통신망에서 릴레이 선택에 의한 비트 오류율을 쌍 오류 확률을 유도하여 계산하고, 이를 릴레이 선택 방식을 사용하지 않은 시스템의 성능과 비교한다. 또한 릴레이 선택 기법을 적용한 시스템이 최대 다이버시티 차수를 가짐을 보인다.

본 논문의 구성은 다음과 같다. 2장에서는 연관정 후 전송 방식에 대한 시스템 모델을 설명하고, 릴레이 선택 기법을 설명한다. 3장에서는 두 가지 시스템에 대한 쌍 오류 확률을 유도하고, Fox H-function<sup>[8]</sup>을 이용하여 다이버시티 차수를 계산한다. 4장에서 모의 실험을 통해 수학적 분석의 정확성을 확인하고, 마지막으로 5장에서 결론을 맺는다.

설명의 편의를 위해 다음과 같은 표기를 사용한다.  $X \sim CM(0, \sigma^2)$ 는 확률변수  $X$ 가 평균이 0이고 각 차원당 분산이  $\sigma^2/2$ 인 복소 가우시안 분포를 따름을 의미한다.  $(\cdot)^T, (\cdot)^H, \|\cdot\|$  은 각각 행렬에 대해 전치행렬, 켈레전치행렬, Frobenius norm을 나타낸다.  $\mathbf{0}_n$  과  $\mathbf{I}_n$  은 영행렬과 단위행렬을 의미한다. 복소수에 대해  $|\cdot|, R\{\cdot\}, (\cdot)^*$  는 각각 절대치, 실수부, 복소 켈레수를 나타낸다.

## II. 시스템 모델

이 장에서는 이 장에서는 SDF 기반 협력 통신망에 대해 설명한다. 이 시스템은 순서적인 릴레이 링크의 신호 대 잡음비(signal-to-noise ratio: SNR)가 최대가 되는 릴레이를 선택하는 방식이다. 그림 1은 이 논문에서 고려하는 하나의 소스(S),  $M$ 개의 릴레이( $R_m$ ), 하나의 테스트네이션(D)를 갖는 협력통신망을 보여준다. 각 노드는 두 개의 송신 안테나와 두 개의 수신안테나를 갖는다고 가정한다.

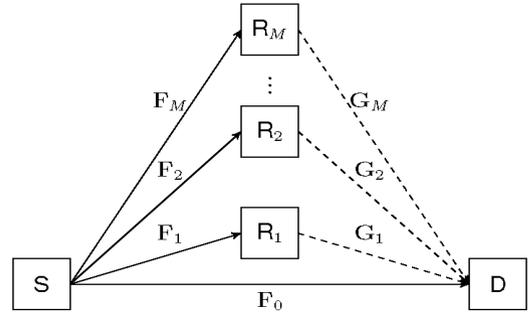


그림 1. 다중 릴레이 협력통신망

심볼  $a$ 와  $b$ 를 전송하는 Alamouti 부호를 다음과 같이 정의한다.

$$\mathbf{A}(a, b) = \begin{bmatrix} a & b \\ -b^* & a^* \end{bmatrix}$$

임의의  $2 \times 2$  행렬  $\mathbf{B} = \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{bmatrix}$ 에 대해서,  $4 \times 2$  행렬  $\mathbf{B}'$ 와 벡터  $cv(\mathbf{B})$ 는 다음과 같이 정의된다.

$$\mathbf{B}' = \begin{bmatrix} b_{11} & b_{21}^* & b_{12} & b_{22}^* \\ b_{21} & -b_{11}^* & b_{22} & -b_{12}^* \end{bmatrix}$$

$$cv(\mathbf{B}) = \begin{bmatrix} b_{11} & b_{21}^* & b_{12} & b_{22}^* \end{bmatrix}$$

분석의 편의를 위해 시스템에서 사용되는 총 송신 전력은  $P$ 이고 S와 R에서 각각  $P/2$ 의 전력을 사용한다고 가정한다.  $S \rightarrow D, S \rightarrow R_m$ , 그리고  $R_m \rightarrow D$ 의 각 채널은 평균이 0이고 분산이  $\sigma_{SD}^2, \sigma_{SR}^2, \sigma_{RD}^2$ 인 Rayleigh 페이딩을 겪는다고 가정한다. 즉,  $f_0^{i,j} \sim CN(0, \sigma_{SD}^2), f_m^{i,j} \sim CN(0, \sigma_{SR}^2)$ , 그리고  $g_m^{i,j} \sim CN(0, \sigma_{RD}^2)$ 이다.  $f_0^{i,j}, f_m^{i,j}, g_m^{i,j}$ 는 각각  $\mathbf{F}_0, \mathbf{F}_m, \mathbf{G}_m$ 의  $i$ 행  $j$ 열의 원소로서 S의  $i$ 번째 안테나에서 D의  $j$ 번째 안테나로의 경로 이득, S의  $i$ 번째 안테나에서  $R_m$ 의  $j$ 번째 안테나로의 경로 이득,  $R_m$ 의  $i$ 번째 안테나에서 D의  $j$ 번째 안테나로의 경로 이득을 나타낸다.

전송은 두 phase로 이루어진다. 첫 번째 phase에서 S는 Alamouti 부호를 이용하여 신호를  $R_m$ 와 D에 전송한다.  $R_m$ 와 D에서 수신되는 신호는 다음과 같이 표현된다.

$$\mathbf{Y}_{R_m} = \sqrt{\frac{P_1}{2}} \mathbf{X} \mathbf{F}_m + \mathbf{N}_{R_m}$$

$$\mathbf{Y}_{D1} = \sqrt{\frac{P_1}{2}} \mathbf{X} \mathbf{F}_0 + \mathbf{N}_{D1}$$

$P_1$ 과  $P_2$ 는 각각 S와 R에서 전송되는 신호의 전력을 나타낸다.  $\mathbf{X} = \mathbf{A}(x_1, x_2)$ 는 S에서 전송되는 신호이고,  $\mathbf{F}_0$ 와  $\mathbf{F}_m$ 는 각각 S→D와 S→ $R_m$ 의 채널 행렬을 의미한다. 또한,  $\mathbf{N}_{R_m}$ 와  $\mathbf{N}_{D1}$ 는 각 원소가 평균이 0이고 분산이 1인  $2 \times 2$  AWGN 행렬들이다.

$R_m$ 에서는 다음과 같이 maximal ratio combining을 이용하여 연관정된 신호들을 얻을 수 있다.

$$\tilde{\mathbf{x}}_m \triangleq [\tilde{x}_{1m} \quad \tilde{x}_{2m}]^T = \lambda_m \mathbf{F}'_m{}^H \mathbf{cv}(\mathbf{Y}_{R_m})$$

여기서

$$\begin{aligned} \mathbf{cv}(\mathbf{Y}_{R_m}) &= [y_{11}^{(R)} \quad y_{21}^{(R)*} \quad y_{12}^{(R)} \quad y_{22}^{(R)*}]^T \\ &= \sqrt{\frac{P_1}{2}} \mathbf{F}'_m \mathbf{x}_m + \mathbf{cv}(\mathbf{N}_{R_m}) \\ \lambda_m &= \sqrt{\frac{2}{\|\mathbf{F}_m\|^2 (P_1 \|\mathbf{F}_m\|^2 + 2)}} \end{aligned}$$

기존의 다중 릴레이 전송의 경우 두 번째 phase에서  $M$  time slot동안  $M$ 개의 모든 릴레이가 부호어를 전송하는 반면에, 릴레이 선택 기법은 두 번째 phase에서 다음과 같은 릴레이 선택 기준에 따라 오직 하나의 릴레이를 선택하여 전송한다.

$$\hat{m} = \arg \max_{m \in \{1, \dots, M\}} \left\{ \frac{\gamma_{m,1} \gamma_{m,2}}{\gamma_{m,1} + \gamma_{m,2} + 1} \right\} \quad (1)$$

여기서  $\gamma_{m,1}$ 과  $\gamma_{m,2}$ 는 각각  $\gamma_{m,1} = P_1 \|\mathbf{F}_m\|^2/2$ , 그리고  $\gamma_{m,2} = P_2 \|\mathbf{G}_m\|^2/2$ 이다.  $\hat{m}$ 번째 릴레이가 선택되었다고 가정하면  $R_{\hat{m}}$ 은 다음과 같은 부호어를 D로 전송한다.

$$\mathbf{X}_{R_{\hat{m}}} = \mathbf{A}(\tilde{x}_{1\hat{m}}, \tilde{x}_{2\hat{m}}) = \begin{bmatrix} \tilde{x}_{1\hat{m}} & \tilde{x}_{2\hat{m}} \\ -\tilde{x}_{2\hat{m}}^* & \tilde{x}_{1\hat{m}}^* \end{bmatrix}$$

따라서 두 번째 phase에서, D에서 수신되는 신호는 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\mathbf{Y}_{D2} = \sqrt{\frac{P_2}{2}} \mathbf{X}_{R_{\hat{m}}} \mathbf{G}_{\hat{m}} + \mathbf{N}_{D2}$$

여기서  $\mathbf{G}_{\hat{m}}$ 은  $R_{\hat{m}}$ →D로의 채널 행렬을 나타내고,

$\mathbf{N}_{D2}$ 은 각 원소의 평균이 0이고 분산이 1인  $2 \times 2$  AWGN 행렬을 의미한다. 위의 행렬 형태를 벡터 형태로 다음과 같이 다시 쓸 수 있다.

$$\begin{aligned} \mathbf{cv}(\mathbf{Y}_{D2}) &= \frac{\sqrt{P_1 P_2}}{2} \lambda_{\hat{m}} \|\mathbf{F}'_{\hat{m}}\|^2 \mathbf{G}'_{\hat{m}} \mathbf{x} \\ &\quad + \sqrt{\frac{P_2}{2}} \lambda_{\hat{m}} \mathbf{G}'_{\hat{m}} \mathbf{F}'_{\hat{m}}{}^H \mathbf{cv}(\mathbf{N}_{R_{\hat{m}}}) + \mathbf{cv}(\mathbf{N}_{D2}) \end{aligned}$$

D에서 두 phase동안 수신되는 신호는 다음과 같이 하나의 벡터 모델로 쓸 수 있다.

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \mathbf{cv}(\mathbf{Y}_{D1}) \\ \mathbf{cv}(\mathbf{Y}_{D2}) \end{bmatrix} &= \mathbf{H} \mathbf{x} + \mathbf{n} \\ &= \sqrt{\frac{P_1}{2}} \begin{bmatrix} \mathbf{F}'_0 \\ \sqrt{\frac{P_2}{2}} \lambda_{\hat{m}} \|\mathbf{F}'_{\hat{m}}\|^2 \mathbf{G}'_{\hat{m}} \end{bmatrix} \mathbf{x} + \begin{bmatrix} \mathbf{cv}(\mathbf{N}_{D1}) \\ \mathbf{cv}(\mathbf{N}_D) \end{bmatrix} \quad (2) \end{aligned}$$

여기서  $\mathbf{cv}(\mathbf{N}_D)$ 는 D에서의 잡음으로서 다음과 같다.

$$\mathbf{cv}(\mathbf{N}_D) = \sqrt{\frac{P_2}{2}} \lambda_{\hat{m}} \mathbf{G}'_{\hat{m}} \mathbf{F}'_{\hat{m}}{}^H \mathbf{cv}(\mathbf{N}_{R_{\hat{m}}}) + \mathbf{cv}(\mathbf{N}_{D2})$$

### III. 쌍 오류 확률 분석

#### 3.1 릴레이 선택 기법의 쌍 오류 확률

S와 R은 균등한 전력의 신호를 전송한다고 가정한다. 즉,  $P_1 = P_2 = P/2$ 이다.  $\gamma_0 = P \|\mathbf{F}_0\|^2/4$ 라고 하면, 릴레이 선택 기법에 대한 순시적 end-to-end SNR은 다음과 같이 간단하게 쓸 수 있다.

$$\gamma_{\text{eq}} = \gamma_0 + \max_m \left\{ \frac{\gamma_{m,1} \gamma_{m,2}}{\gamma_{m,1} + \gamma_{m,2} + 1} \right\} \quad (3)$$

여기서  $\gamma_0 \sim \mathcal{U}(4, \sigma_{\text{SD}}^2 P/4)$ ,  $\gamma_{m,1} \sim \mathcal{U}(4, \sigma_{\text{SR}}^2 P/4)$ , 그리고  $\gamma_{m,2} \sim \mathcal{U}(4, \sigma_{\text{RD}}^2 P/4)$ 이다. 여기서  $X \sim \mathcal{U}(K, \Omega)$ 는 확률변수  $X$ 가 각각의 평균이  $\Omega$ 인  $K$ 개의 합으로 이루어진 감마 변수임을 의미한다. 높은 SNR 영역에서 식 (3)은 다음과 같이 근사화된다.

$$\gamma_{\text{eq}} \approx \gamma_0 + \max_m \left\{ \frac{\gamma_{m,1} \gamma_{m,2}}{\gamma_{m,1} + \gamma_{m,2}} \right\} \quad (4)$$

질량생성함수 (moment generating function: MGF)

기법을 이용하여 SDF를 적용한 협력통신망에 대한 릴레이 선택 기법의 PEP에 대한 다이버시티 차수를 구한다. 식 (2)로부터 PEP는 다음과 같이 표현된다.

$$\Pr(\mathbf{x} \rightarrow \hat{\mathbf{x}} | \mathbf{H}) \approx Q\left(\sqrt{\frac{\gamma_{\text{eq}}}{2} \delta_x^2}\right) \quad (5)$$

식 (5)의 조건부 PEP를  $\mathbf{H}$ 에 대해 평균을 취하면 평균 PEP를 구할 수 있다.

$$\begin{aligned} \Pr(\mathbf{x} \rightarrow \hat{\mathbf{x}} | \mathbf{H}) &\approx E_{\mathbf{H}} \left[ Q\left(\sqrt{\frac{\gamma_{\text{eq}}}{2} \delta_x^2}\right) \right] \\ &\approx E_{\mathbf{H}} \left[ \sum_{n=1}^N a_n \exp\left(-\frac{b_n}{2} \gamma_{\text{eq}} \delta_x^2\right) \right] \\ &= \sum_{n=1}^N a_n M_{\gamma_0} \left(\frac{b_n}{2} \delta_x^2\right) M_{\gamma_{\text{max}}} \left(\frac{b_n}{4} \delta_x^2\right) \end{aligned}$$

여기서  $\gamma_{\text{max}} \triangleq \max_{m \in \{1, \dots, M\}} \gamma_m$ 이고  $\gamma_m = \frac{2\gamma_{m,1}\gamma_{m,2}}{\gamma_{m,1} + \gamma_{m,2}}$ 이다.

Q-function은 다음과 같이 지수함수의 합으로 근사된다<sup>[9]</sup>.

$$Q(u) \approx \sum_{n=1}^N a_n \exp(-b_n u^2)$$

이 논문에서는 다음과 같은 근사를 고려한다.

$$Q(u) \approx \frac{1}{12} \exp\left(-\frac{u^2}{2}\right) + \frac{1}{4} \exp\left(-\frac{2u^2}{3}\right) \quad (6)$$

식 (6)을 이용하면, PEP는 다음과 같이 근사된다.

$$\begin{aligned} \Pr(\mathbf{x} \rightarrow \hat{\mathbf{x}} | \mathbf{H}) &\approx \frac{1}{12} M_{\gamma_0} \left(\frac{1}{4} \delta_x^2\right) M_{\gamma_{\text{max}}} \left(\frac{1}{8} \delta_x^2\right) \\ &\quad + \frac{1}{4} M_{\gamma_0} \left(\frac{1}{3} \delta_x^2\right) M_{\gamma_{\text{max}}} \left(\frac{1}{6} \delta_x^2\right) \quad (7) \end{aligned}$$

### 3.2 다이버시티 차수 분석

감마확률변수에 대한 조화평균의 최대분포에 대한 MGF를 구하는 것은 쉽지 않다. 다이버시티 분석의 편의를 위해 다음과 같이 Fox H-function<sup>[8]</sup>을 도입한다.

$$\begin{aligned} \Pr(\gamma_{\text{max}} \leq \gamma) &= \Pr(\gamma_1 \leq \gamma, \dots, \gamma_M \leq \gamma) \\ &= \Pr\left(\lim_{\gamma \rightarrow \infty} [\gamma_1^r + \dots + \gamma_M^r] \leq \gamma^r\right) \end{aligned}$$

$\gamma_m$ 은 H-function 확률변수이므로  $\gamma_m^r$ 도 H-function 분포를 따른다. H-function의 성질로부터,  $\gamma_m^r$ 의 MGF는 다음과 같은 H-function으로 쓸 수 있다.  $\gamma_m$ 의 독립성을 이용하여,  $\gamma_{\text{max}}$ 의 MGF는  $\gamma_m^r$ 의 MGF의 M승과 같다.

$$M_{\gamma_{\text{max}}} (t) = M_{\sum_{m=1}^M \gamma_m^r} (t) = [M_{\gamma_m^r} (t)]^M, \quad r \rightarrow \infty$$

부록에서와 같이,  $\gamma_{\text{max}}$ 의 극한에서의 MGF는 다음과 같이 표현될 수 있다.

$$M_{\gamma_{\text{max}}} (t) \approx \left\{ \left(\frac{\Omega}{2}\right)^{-4} \left[ 3 + \frac{95}{2^7} \left(\frac{\Omega}{2}\right)^{-4} \log\left(\frac{\Omega}{2}\right) \right] \right\}^M \quad (8)$$

위 결과로부터,  $S \rightarrow R_m \rightarrow D$  링크의 다이버시티 차수는  $4M$ 이다.  $S \rightarrow D$  링크의 다이버시티 차수가 4이기 때문에, 결국 전체 다이버시티 차수는  $4(M+1)$ 이다.

## IV. 모의실험 결과

이 장에서는 제안된 시스템의 성능을 BER 관점에서 모의실험을 통하여 비교한다. 준정지 채널, 즉, 하나의 블록에서는 채널이 변하지 않고, 블록 간의 채널은 독립적으로 변한다고 가정한다.  $\sigma_{\text{SD}}^2 = \sigma_{\text{SR}}^2 = \sigma_{\text{RD}}^2 = 1$ 인 Rayleigh 페이딩 채널을 가정한다. 수신단에서는 채널 상태를 순시적으로 알 수 있고, 릴레이 선택 기법에서 릴레이들은 자신들이 관련된 링크의 채널 상태에 대한 norm 정보를 알 수 있다고 가정한다. QPSK 변조가 사용되고, 각 노드는 모두 두 개의 송수신 안테나를 갖고, 시스템에서 S와 R에서 사용되는 전력의 합은 P라고 가정한다. 또한 수신단에서 잡음의 통계적 특성은 평균이 0이고 분산이 1인 가우시안 분포를 따르므로, 위의 전력은 평균 SNR과 같은 의미로 사용된다. ML 복호기를 사용할 때, 제안된 기법의 BER의 분석값은 [10]의 결과를 이용하여 3.1절에서 유도한 PEP로부터 얻을 수 있다.

그림 2는 제안된 시스템에서, 릴레이 개수에 따른 BER 성능을 보인다. 릴레이 개수가 증가할수록 모든 SNR 영역에서 성능이 향상됨을 알 수 있다.

그림 3은 기존의 다중 릴레이 시스템과 제안된 릴

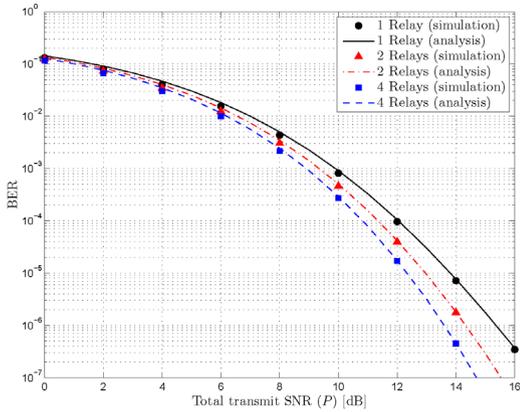


그림 2. 릴레이 선택 기법을 적용한 시스템의 비트오율

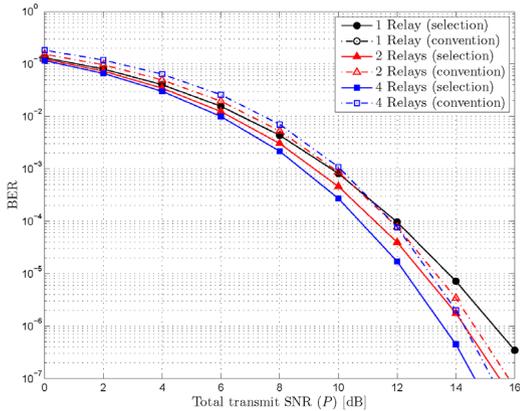


그림 3. 다중 릴레이 시스템과 릴레이 선택 시스템의 비트오율 비교

레이 선택 시스템의 BER 성능을 나타낸다. 마찬가지로 모든 SNR 영역에서 제안된 시스템이 우수한 성능을 보임을 확인할 수 있다. 이는 두 번째 phase에서 릴레이에서 사용되는 전력의 차이에 기인한다. 다이버시티 관점에서 두 시스템은 같지만 릴레이 링크에서 사용되는 전력의 차이로 인해, 각 링크의 성능이 기존의 시스템에 비해 우수하기 때문이다.

### V. 결 론

이 논문에서는 각 노드 당 두 개의 송수신 안테나를 갖고, 여러개의 릴레이를 갖는 협동 통신망에서 릴레이 선택 기법이 적용되었을 때의 비트 오율을 기존의 다중 릴레이 전송 시스템과 비교하였다. 쌍 오류 확률로부터 다이버시티 차수를 분석하였다. 더불어 제

안된 기법은 기존의 방식에 대해 throughput 관점에서 도 큰 이득이 있음을 확인할 수 있었다. 향후 과제는 Pade approximation을 이용하여 MGF의 근사적인 값을 이용하여 비트 오율을 분석적으로 구하는 것이다.

### VI. 부록: 최대 분포의 MGF에 대한 극한값

#### 6.1 Fox H-function

피적분 함수에 감마 함수를 포함하는 적분을 Mellin-Barnes type integral이라고 한다. 특히 Fox H-function은 다음과 같이 정의된다.

$$H(z) \triangleq H_{p,q}^{m,n} \left[ z \mid \begin{matrix} (a_i, \alpha_i)_{1,p} \\ (b_j, \beta_j)_{1,q} \end{matrix} \right] = \frac{1}{2\pi i} \int_C \frac{\prod_{j=1}^m \Gamma(b_j + \beta_j s) \prod_{i=1}^n \Gamma(1 - a_i - \alpha_i s)}{\prod_{i=n+1}^p \Gamma(a_i + \alpha_i s) \prod_{j=m+1}^q \Gamma(1 - b_j - \beta_j s)} z^{-s} ds$$

여기서,  $m, n, p, q \in \mathbf{Z}^+$ ,  $0 \leq m \leq q, 0 \leq n \leq p$  이고,  $\alpha_i, \beta_j \in \mathbf{R}^+$ 이며  $i = 1, \dots, p, j = 1, \dots, q$  에서  $a_i, b_i \in \mathbf{C}$ 이다.

#### 6.2 최대 분포의 MGF에 대한 극한값

감마확률변수  $X$ 의 확률밀도함수는 다음과 같이 H-function을 이용하여 표현할 수 있다.

$$f_X(x; K, \Omega) = x^{K-1} \frac{e^{-\frac{x}{\Omega}}}{\Omega^K \Gamma(K)}, \quad x > 0; K, \Omega > 0$$

이를  $X \sim \mathcal{U}(K, \Omega)$ 로 표현한다.

$X_i \sim \mathcal{U}(K, \Omega)$ ,  $i = 1, 2$ 에 대해  $Y = \frac{2X_1 X_2}{X_1 + X_2}$ 의 확률밀도함수,  $f_Y(y)$ 는 다음과 같이 주어진다<sup>[10]</sup>.

$$f_Y(y) = \frac{\sqrt{\pi}}{2^{2K-2} \Gamma^2(K) \Omega} H_{1,2}^{2,0} \left[ \frac{2y}{\Omega} \mid \begin{matrix} (K-0.5, 1) \\ (K-1, 1), (2K-1, 1) \end{matrix} \right] \quad (9)$$

$Z_m = Y_m^r$ 라 하면,  $Z$ 의 확률밀도함수는 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$f_{Z_m}(y) = \frac{\sqrt{\pi}}{2^{2K-2}\Gamma^2(k)\Omega} \left(\frac{2}{\Omega}\right)^{r-1} \times H_{1,2}^{2,0} \left[ \left(\frac{2}{\Omega}\right)^2 z \mid (K-r+0.5, r) \right]_{(K-r, r), (2K-r, r)} \quad (10)$$

[11]의 결과로부터, Z의 MGF는 다음과 같이 계산 가능하다.

$$M_{Z_m}(t) = E_Z[e^{-tZ_m}] = c_0 H_{2,2}^{1,2} \left[ c_1 t \mid (1-K, r), (1-2K, r) \right]_{(0, 1), (0.5-K, r)}$$

여기서  $c_0 = \frac{\sqrt{\pi}}{2^{2K-1}\Gamma^2(K)}$  와  $c_1 = \left(\frac{\Omega}{2}\right)^r$  이다.

[8]의 결과로부터,  $K=4$ 인 경우,  $Z_M = Y_m^r$ 의 MGF를 점근적으로 구할 수 있다.

$$H_{2,2}^{1,2} \left[ c_1 t \mid \begin{matrix} (-3, r), (-7, r) \\ (0, 1), (-3.5, r) \end{matrix} \right] \approx \sum_i h_i (c_1 t)^{-\alpha_i} + \sum_i \sum_{j=0}^{\infty} H_{i,k} (c_1 t)^{-\alpha_i} (\log z)^j \quad (11)$$

$$= h_1 (c_1 t)^{-\frac{4}{r}} + \left\{ H_{1,4} (c_1 t)^{-\frac{4}{r}} + H_{2,0} (c_1 t)^{-\frac{8}{r}} \right\} \log(c_1 t)$$

이 경우,  $a^* = 1+r (> 0)$ 이고  $\Delta = 1-r (< 0)$ 이고,  $h_1, H_{1,k_1}$ , 그리고  $H_{2,k_2}$ 는 다음과 같다.

$$h_1 = \frac{1}{r} \frac{\Gamma\left(\frac{4}{r}\right)\Gamma(4)}{\Gamma\left(\frac{1}{2}\right)}$$

$$H_{1,k_1} = \frac{1}{2r^2} \frac{\Gamma\left(\frac{4+k_1}{r}\right)}{\Gamma\left(\frac{1-k_1}{2}\right)}$$

$$H_{2,k_2} = \frac{1}{2r^2} \frac{\Gamma\left(\frac{8+k_2}{r}\right)}{\Gamma\left(\frac{1-k_2}{2}\right)}$$

$\lim_{r \rightarrow \infty} \Gamma\left(\frac{x}{r}\right)/r = 1/x$ 의 관계를 이용하여, 식 (11)의 값들은 다음과 같이 계산된다.

$$\lim_{r \rightarrow \infty} \left[ h_1 (c_1 t)^{-\frac{4}{r}} \right] = \frac{3}{2\sqrt{\pi}} \left(\frac{\Omega}{2}\right)^{-4}$$

$$\lim_{r \rightarrow \infty} \left[ H_{1,4} (c_1 t)^{-\frac{8}{r}} \log(c_1 t) \right] = \frac{7!!}{2^8 \sqrt{\pi}} \left(\frac{\Omega}{2}\right)^{-8} \log\left(\frac{\Omega}{2}\right)$$

$$\lim_{r \rightarrow \infty} \left[ H_{2,0} (c_1 t)^{-\frac{8}{r}} \log(c_1 t) \right] = -\frac{1}{2^5 \sqrt{\pi}} \left(\frac{\Omega}{2}\right)^{-8} \log\left(\frac{\Omega}{2}\right)$$

위의 결과들을 식 (11)에 대입하면 식 (11)은 다음과 같이 근사된다.

$$\lim_{r \rightarrow \infty} H_{2,2}^{1,2} \left[ \left(\frac{\Omega}{2}\right)^r t \mid \begin{matrix} (-3, r), (-7, r) \\ (0, 1), (-3.5, r) \end{matrix} \right] \approx \frac{1}{2\sqrt{\pi}} \left(\frac{\Omega}{2}\right)^{-4} \left[ 3 + \frac{95}{2^7} \left(\frac{\Omega}{2}\right)^{-4} \log\left(\frac{\Omega}{2}\right) \right]$$

### 참 고 문 헌

- [1] V. Tarokh, N. Seshadri, A. R. Calderbank, "Space-time codes for high data rate wireless communication: Performance analysis and code construction," *IEEE Transactions on Information Theory*, 44(3), pp.744-765, March 1998.
- [2] A. Sendonaris, E. Erkip, B. Aazhang, "User Cooperation diversity - part I: System description," *IEEE Transactions on Communications*, 51(11), pp.1927-1938, November 2003.
- [3] A. Nosratinia, T. Hunter, and A. Hedayat, "Cooperative communication in wireless networks," *IEEE Communications Magazine*, 42(10), pp.74-80, October 2004.
- [4] A. Bletsas, A. Khisti, D. P. Reed, and A. Lippman, "A Simple cooperative diversity method based on network path selection," *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, 24(3), pp.659-672, March 2006.
- [5] S. S. Ikki and M. H. Ahmed, "Performance of multiple-relay cooperative diversity systems with best relay selection over Rayleigh fading channels," *EURASIP Journal on Advanced Signal Process*, 11(4), pp.1-7, 2008.
- [6] S. M. Alamouti, "A simple transmit diversity technique for wireless communications," *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, 16(8), pp.1451-1458, October 1998.
- [7] 양재동, 송경영, 노중선, 신동준, "Alamouti 부호에 기반한 협력통신을 위한 연관성 후 전송 프로토콜," 제19회 통신정보융합기술대회(JCCI2009).
- [8] A. A. Kilbas and M. Saigo, *H-Transform: Theory and Applications*, Chapman & Hall, 2004.
- [9] M. Chiani, D. Dardari, M. K. Simon, "New exponential bounds and approximations for the

computation of error probability in fading channels,” *IEEE Transactions on Wireless Communications*, 2(4), pp. 840-845 July 2003.

- [10] S. -H. Kim, J. -D. Yang, and J. -S. No, “Exact bit error probability of orthogonal space-time codes with quadrature amplitude modulation,” *J. Commun. Netw.*, 10(3), pp.253-257 September 2008.
- [11] M. O. Hasna, M.-S. Alouini, “Harmonic mean and end-to-end performance of transmission system with relays,” *IEEE Transactions on Communications*, 52(1), pp.130-135 January 2004.

**노 종 선 (Jong-Seon No)**

중신회원



1981년 2월 서울대학교 전자공학과 공학사  
 1984년 2월 서울대학교 대학원 전자공학과 석사  
 1988년 5월 미국 University of Southern California, 전기공학과 공학박사

1988년 2월~1990년 7월 Hughes Network Systems, Senior MTS  
 1990년 9월~1999년 7월 전국대학교 전자공학과 부교수  
 1999년 8월~현재 서울대학교 전기·컴퓨터공학부 교수  
 <관심분야> 시퀀스, 협력통신, 시공간부호, 네트워크 코딩, LDPC 부호, OFDM, 이동통신, 암호학

**송 경 영 (Kyoung-Young Song)**

정회원



2004년 2월 고려대학교 전기전자전파공학부 공학사  
 2004년 3월~현재 서울대학교 전기·컴퓨터공학부 석·박사 통합 과정  
 <관심분야> 협력 통신, 시공간부호, 오류정정부호, 이동통신

**정 하 봉 (Habong Chung)**

중신회원



1981년 2월 서울대학교 전자공학과 공학사  
 1985년 미국 University of Southern California, 전기공학과 공학석사  
 1988년 미국 University of Southern California, 전기공학과 공학박사

1988년~1991년 미국 뉴욕주립대 전기공학과 조교수  
 1991년~현재 홍익대학교 전자전기공학부 조교수  
 <관심분야> 부호 이론, 조합수학, 시퀀스 설계, 협력통신, 시공간 부호

**김 재 흥 (Jaehong Kim)**

정회원



2008년 2월 서울대학교 전기공학부 공학사  
 2008년 3월~현재 서울대학교 전기·컴퓨터공학부 석·박사 통합 과정  
 <관심분야> 협력통신, 시공간부호, 정보이론