

# 다중 안테나 시스템에서 적응적 조기 종료를 이용한 낮은 복잡도 반복 검출 및 복호기

정회원 정 현 승\*, 준회원 최 경 준\*\*, 정회원 김 경 준\*\*, 종신회원 김 광 순\*\*°

## Low Complexity Iterative Detection and Decoding using an Adaptive Early Termination Scheme in MIMO system

Kyung Jun Choi\* *Regular Member*, Hyun Sung Joung\*\* *Associate Member*,  
Kyung Jun Kim\* *Regular Member*, Kwang Soon Kim\*\*° *Lifelong Member*

### 요 약

다중 안테나를 이용한 통신 시스템에서 반복 검출 및 복호 수신기 (iterative detection and decoding)는 비트 오류율은 상당히 줄일 수 있으나, 각 비트마다 연판정 값을 계산하여야 하므로 높은 계산 복잡도를 요구한다. 본 논문에서는 적은 계산 복잡도로 연판정 값을 얻을 수 있는 수신기 구조를 제안한다. 반복 검출 및 복호 수신기는 내부 복호기로 구 복호기 (sphere decoder)를 사용하고 외부 복호기로 저 밀도 패리티 부호 (low density parity check) 복호기를 사용한다. 연판정 값을 얻기 위한 구 복호기의 복잡도를 줄이기 위하여 트리 탐색을 레이어 별로 제한하는 레이어 심볼 탐색 (Layer symbol search, LSS)를 제안한다. 그리고 채널과 잡음 상황에 따라 달라지는 구 복호기의 동작 시간을 제한하기 위하여 반복 복호 횟수를 줄이는 적응적 조기 종료를 제안한다. 제안한 알고리즘은 기존의 알고리즘 대비 20dB에서 70%정도 낮은 계산 복잡도를 갖으며 유사한 성능을 얻을 수 있다.

**Key Words** : MIMO, Iterative detection and decoding, Sphere decoder, LDPC, Early termination

### ABSTRACT

The iterative detection and decoding (IDD) has been shown to dramatically improve the bit error rate (BER) performance of the multiple-input multiple-output (MIMO) communication systems. However, these techniques require a high computational complexity since it is required to compute the soft decisions for each bit. In this paper, we show IDD comprised of sphere decoder with low-density parity check (LDPC) codes and present the tree search strategy, called a layer symbol search (LSS), to obtain soft decisions with a low computational complexity. In addition, an adaptive early termination is proposed to reduce the computational complexity during an iteration between an inner sphere decoder and an outer LDPC decoder. It is shown that the proposed approach can achieve the performance similar to an existing algorithm with 70% lower computational complexity compared to the conventional algorithms.

### I. 서 론

최근 대역폭의 증가 없이 높은 전송 속도를 얻을

수 있는 다중 안테나 시스템이 널리 사용된다<sup>[1]</sup>. 다중 안테나 시스템의 성능은 다중 안테나 검출기를 내부 복호기로 사용하고 터보나 LDPC 같은 오류 정정 부

※ 이 논문은 2008년 정부(교육과학기술부)의 재원으로 한국연구재단의 지원을 받아 수행된 연구임(KRF-2008-314-D00311).

\* 삼성전자 SYSTEM LSI사업부 AP개발팀 (jehis.joung@samsung.com)

\*\* 연세대학교 전기전자공학부 {kjchoi87, kimkj}@dcl.yonsei.ac.kr, ks.kim@yonsei.ac.kr}, (° : 교신저자)

논문번호 : KICS2011-05-233, 접수일자 : 2011년 05월 31일, 최종논문접수일자 : 2011년 8월 5일

호를 외부 복호기로 사용하는 반복 검출 및 복호 수신기 구조를 사용함으로써 상당히 개선된다<sup>2)</sup>. 그러나 다중 안테나 검출기에서 반복 검출 및 복호를 위한 연관정 값인 로그 우도비 (log likelihood ratio, LLR)을 얻기 위한 복잡도는 안테나의 수와 변조 레벨에 따라 지수적으로 증가하므로 실제 구현이 어렵다. 이를 해결하기 위하여 수신 신호의 일정 반지름 안의 격자점만을 탐색하는 구 복호기 기반의 알고리즘이 제안되었다<sup>2-5)</sup>.

리스트 구 복호기 (list sphere decoder, LSD)는 수신 신호로부터 가장 가까운 1개의 점을 구하는 구 복호기를 확장하여 가까운 L개의 격자점을 찾고, 그 격자점들을 통하여 연관정 값을 생성한다<sup>2,3)</sup>. 그러나 이 방식으로 찾은 L개의 격자점은 모든 비트에 대한 LLR 값을 생성하지 않으므로 성능 열화가 발생한다. 이를 해결하기 위하여 반복적 트리 탐색 (repeated tree search, RTS)와 단일 트리 탐색 (single tree search, STS)는 LLR 값에 영향을 주는 모든 노드를 방문하여 모든 비트에 대한 리스트를 생성하여 성능 열화를 방지한다<sup>4,5)</sup>. RTS는 대립 가설에 대하여 각각 트리 탐색을 수행하고 STS는 모든 대립 가설에 영향을 미치는 노드를 한 번만 방문하여 복잡도를 줄인다. 최근에 제안된 고정 복잡도 구 복호기 (fixed sphere decoder, FSD)<sup>7)</sup>와 스마트 정렬 및 후보 추가 (smart ordering and candidate adding, SOCA)<sup>8)</sup>, 그리고 집합 분할 (set partition)<sup>9)</sup>은 기존의 구 복호기와 달리 폭 우선 탐색 (breadth-first search)을 이용하여 트리를 탐색하여 LLR을 생성한다. 그러나 LSD, RTS, STS 뿐만 아니라 FSD, SOCA는 경관정 알고리즘에 비해 여전히 높은 복잡도를 갖고 있으므로 낮은 복잡도를 갖는 연관정 알고리즘의 개발이 필요하다.

추가적으로 반복 검출 및 복호 수신기에서 반복 복호 횟수를 정하는 것은 수신기의 성능 및 복잡도에 상당한 영향을 미친다<sup>6)</sup>. 일반적으로 수신기의 복잡도는 반복 복호의 횟수에 선형적으로 증가하지만, 성능은 일정 횟수 이후 개선되는 수준이 미미하다. 따라서 반복 검출 및 복호 과정에서 LLR 값의 변화를 이용하여 반복 복호의 횟수를 결정하는 것이 중요하다.

본 논문에서는 기존의 반복 검출 및 복호 알고리즘에서 대부분의 복잡도를 차지하는 연관정 검출기의 복잡도를 낮추기 위하여 트리의 대립 가설을 각각의 레이어에 한정하는 트리 탐색 방법으로 레이어 심볼 탐색 (layer symbol search, LSS)를 제안한다. 그리고 외부 복호기로 LDPC 복호기를 사용하고 그것의 특성을 이용하여 복호 횟수를 결정하는 적응적 조기

종료 알고리즘을 제안한다. 제안한 알고리즘은 시뮬레이션을 통하여 기존의 제안된 알고리즘 대비 낮은 복잡도로 유사한 성능을 얻을 수 있음을 보였다.

본 논문의 구성은 다음과 같다. II장에서는 시스템 모델에 대해 설명한다. III장에서는 제안한 트리 탐색 방법을 설명한다. IV장에서는 III장에서 제안한 트리 탐색 방법을 이용한 적응적 조기 종료 방식을 알아본다. 끝으로 V장에서 시뮬레이션을 통하여 기존의 알고리즘과 성능을 비교하고 복잡도를 분석한다.

## II. 시스템 모델

그림 1은 M 송신 안테나와 N(≥ M) 수신 안테나로 이루어진 송수신기의 구조를 보여 주고 있다. 정보 비트인  $\mathbf{b}$ 는 LDPC 코드로 부호화되고 인터리빙 (interleaving)되어 비트  $\mathbf{x}$ 로 변환되고, 공간 다중화로 각 안테나로 나누어져 보내지고 Q-ary QAM으로 변조된다. 심볼은 Q-QAM 집합 O에서 선택되고 Q는 집합 O의 카디널리티 (cardinality) 이다. 변조된 심볼 벡터  $\mathbf{s} \in O^{M \times 1}$ 는 선형 가우시안 채널을 통과해서 수신기로 전달된다. 수신기에 수신된 신호는 다음과 같다.

$$\mathbf{y} = \mathbf{H}\mathbf{s} + \mathbf{n}. \tag{1}$$

여기서  $\mathbf{H} \in C^{N \times M}$ 는 채널 행렬로 각 원소들은 평균이 0이고 분산이 0.5인 독립이고 동일한 분포 (i.i.d.)를 갖는 가우시안 랜덤 변수이다. 잡음 벡터  $\mathbf{n} \in C^{N \times 1}$ 는 평균이 0이고 분산이  $N_0/2$ 인 i.i.d. 가우시안 랜덤 변수이다. 수신단의 다중 안테나 검출기는 수신된 신호  $\mathbf{y}$ 를 받아서 사후 확률 값인 LLR  $\mathbf{L}_1$ 을 만들어서 LDPC 복호기에 전달한다. LDPC 복호기는 정보 비트에 해당하는  $\hat{\mathbf{b}}$ 를 추정하는 것과 함께 다중 안테나 검출기가 사용할 사전 확률 LLR  $\mathbf{L}_2$ 를 생성한

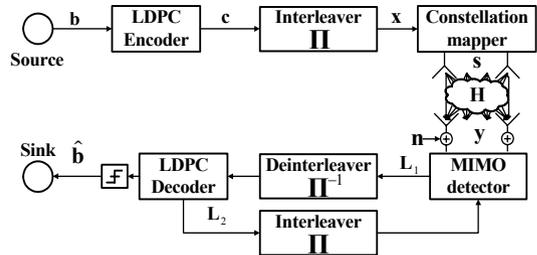


그림 1. 구 복호기와 LDPC 복호기를 이용한 반복 검출 및 복호기 구조

다. 다중 안테나 검출기는 수신된 신호  $\mathbf{y}$ 와 사전 확률  $L_2$ 를 이용하여 다시 복호를 수행한다. 이와 같은 방식으로 구 복호기와 LDPC 복호기 간의 LLR 값  $L_1$ 과  $L_2$ 값을 서로 반복하여 복호함으로써 오류율을 줄일 수 있다.

다중 안테나 검출기에서는 모든 비트에 해당하는 LLR  $L_1$ 을 계산하여야 한다.  $j$ 번째 심볼  $s_j$ 의  $b$ 번째 비트의 LLR 값은 max-log 근사화를 통하여 다음과 같이 나타난다.

$$L_1(j, b) = \min_{\mathbf{s} \in \chi_0^{j,b}} \left( \frac{1}{N_0} \|\mathbf{y} - \mathbf{H}\mathbf{s}\|^2 - \log P(\mathbf{s}) \right) - \min_{\mathbf{s} \in \chi_1^{j,b}} \left( \frac{1}{N_0} \|\mathbf{y} - \mathbf{H}\mathbf{s}\|^2 - \log P(\mathbf{s}) \right). \quad (2)$$

여기서  $\chi_0^{j,b}$ 와  $\chi_1^{j,b}$ 는 각각  $j$ 번째 심볼  $s_j$ 의  $b$ 번째 비트가 0 또는 1을 만족하는 전송 심볼 벡터 집합이다. 식 (2)의 두 최소값 중 하나는 MAP 가설  $\mathbf{s}^{\text{MAP}}$ 로 모든 가능한 송신 심볼 벡터  $\mathbf{s}$  중 거리 메트릭  $\lambda(\mathbf{s})$ 을 최소로 것이다.

$$\lambda^{\text{MAP}} = \min_{\mathbf{s} \in \mathcal{O}^M} \underbrace{\left\{ \frac{1}{N_0} \|\mathbf{y} - \mathbf{H}\mathbf{s}\|^2 - \log P(\mathbf{s}) \right\}}_{\lambda(\mathbf{s})}. \quad (3)$$

나머지 최소값은  $\overline{\lambda_{j,b}^{\text{MAP}}}$ 으로 MAP 대립 가설이라 부른다.

$$\overline{\lambda_{j,b}^{\text{MAP}}} = \min_{\mathbf{s} \in \chi_{j,b}^{\overline{(\text{MAP})}}} \lambda(\mathbf{s}). \quad (4)$$

여기서  $\overline{\lambda_{j,b}^{\text{MAP}}}$ 은 MAP 심볼 벡터  $\mathbf{s}^{\text{MAP}}$ 의  $j$ 번째 심볼의  $b$ 번째 비트인  $x_{j,b}^{\text{MAP}}$ 의 보수(complement)이다. 따라서 식 (2)는 다음과 같이 정리된다.

$$L_1(j, b) = \begin{cases} \lambda^{\text{MAP}} - \overline{\lambda_{j,b}^{\text{MAP}}}, & \text{if } x_{j,b}^{\text{MAP}} = 0, \\ \overline{\lambda_{j,b}^{\text{MAP}}} - \lambda^{\text{MAP}}, & \text{if } x_{j,b}^{\text{MAP}} = 1. \end{cases} \quad (5)$$

따라서 구 복호기는 낮은 복잡도로 하나의 MAP 가설과  $M \log Q$ 개의 MAP 대립 가설을 구해야 한다.

### III. 트리 탐색 방법

식 (5)의 MAP 가설과 그의 대립가설은 트리 탐

색으로 표현할 수 있다. 채널 행렬  $\mathbf{H}$ 의 QR-분할으로  $\mathbf{H} = \mathbf{Q}\mathbf{R}$ 를 얻을 수 있다. 여기서  $\mathbf{Q}$ 는  $N \times N$  유니타리 행렬로  $\mathbf{Q}^H \mathbf{Q} = \mathbf{I}$ 를 만족한다.  $\mathbf{R}$ 는  $N \times M$

상삼각행렬이다.  $\mathbf{Q}^H$ 을 식 (1)에 곱하면 다음을 얻을 수 있다.

$$\tilde{\mathbf{y}} = \mathbf{R}\mathbf{s} + \tilde{\mathbf{n}}. \quad (6)$$

여기서  $\tilde{\mathbf{y}} = \mathbf{Q}^H \mathbf{y}$ 이고  $\tilde{\mathbf{n}} = \mathbf{Q}^H \mathbf{n}$ 이다. 식 (3)을 식 (6)를 이용하여 나타내면 다음과 같이 나타난다.

$$\begin{aligned} \lambda(\mathbf{s}) &= \frac{1}{N_0} \|\tilde{\mathbf{y}} - \mathbf{R}\mathbf{s}\|^2 - \log P(\mathbf{s}) \\ &= \sum_{k=1}^N \underbrace{\left( \frac{1}{N_0} \left| y_k - \sum_{j=k}^N R_{k,j} s_j \right|^2 - \log p(s_k) \right)}_{\Delta_k}. \end{aligned} \quad (7)$$

상삼각행렬  $\mathbf{R}$ 에 의하여 식 (7)의  $\Delta_k$ 는  $s_k, s_{k+1}, \dots, s_N$ 에 의하여 결정되고 모든  $k$ 에 대하여 음수가 아니다. 따라서  $\lambda = \lambda_1$ 는 다음과 같이 구해진다.

$$\lambda_k = \lambda_{k+1} + \Delta_k, \quad k = N, N-1, \dots, 1. \quad (8)$$

여기서  $\lambda_{N+1} = 0$ 으로 초기화 된다.  $\lambda_k$ 는  $k$ 가 줄어들수록 단조 증가하므로 미리 정해진 반지름  $r$ 보다 크면 탐색을 중단한다. 따라서 구 복호기의 복잡도는 미리 정해진 반지름  $r$ 에 의하여 결정된다.

일반적으로  $\overline{\lambda_{j,b}^{\text{MAP}}}$ 는  $\lambda^{\text{MAP}}$ 보다 큰 값을 가지므로 더 큰 반지름  $r$ 이 필요하다. LSD는 반지름  $r$ 을 다음과 같이 설정한다<sup>2)</sup>.

$$r_{\text{LSD}} = \max \left\{ \overline{\lambda_{j,b}^{\text{MAP}}} \mid \forall j, \forall b \right\}. \quad (9)$$

LSD는 식 (9)을 통하여 얻은 반지름을 이용하여 수신 신호로부터 가장 가까운 점을  $L$ 개의 점을 찾는다. 그리고  $L$ 개의 점을 이용하여 식 (2)를 계산한다. LSD의 문제점은  $L$ 개의 점으로 식 (2)를 계산할 때, 모든  $j, b$ 에 대하여  $\chi_0^{j,b}$ 와  $\chi_1^{j,b}$ 이 적어도 하나 이상의 점을 가지지 못할 가능성으로 인하여 성능 열화가 발생한다는 점이다. 이를 해결하기 위하여 STS는 모든  $j, b$ 에 대하여  $\chi_0^{j,b}$ 와  $\chi_1^{j,b}$ 가 하나의 점을 포함하도록 반지름을 결정한다. 레이어  $m$ 에서 반지름은 다음과 같다.



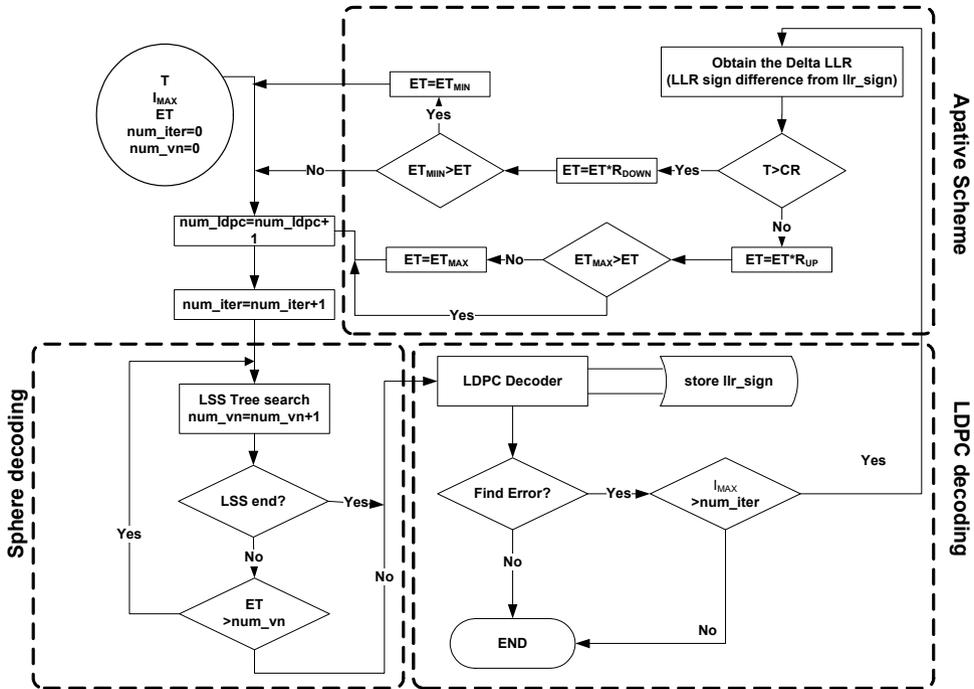


그림 3. 적응적 조기 종료 알고리즘 흐름도. 적응적 조기 종료 알고리즘은 크게 세 부분으로 나뉜다. 첫 번째 부분은 조기 종료값 ( $ET_{new}$ )을 결정하는 적응 부분이고, 나머지 두 부분은 결정된 조기 종료값( $ET_{new}$ )으로 구 복호기와 LDPC 복호기를 동작 시키는 부분이다. 입력 변수  $num\_iter$ 는 반복 복호 횟수,  $num\_vn$ 은 구 복호기에서 방문 노드의 수이다.

를 수행한다. 만약  $ET_{new}$  보다 방문 노드의 수가 많으면 조기 종료한다. 끝으로 LDPC 복호기에서는 복호한 LLR을 저장하고 오류가 존재하는지 확인한다.

### V. 시뮬레이션 결과

제안한 LSS 구 복호기와 적응적 조기 종료는 16QAM을 이용한  $4 \times 4$  다중안테나 시스템에서 시뮬레이션하였다. LDPC 코드의 블록 크기는 1024이고 코드율은 1/2이다. 성능은 비트 오류율 (BER)로 비교되고, 복잡도  $C_T$ 는 다음과 같다.

$$C_T = \sum_{i=1}^{I_{MAX}} (C_{LDPC}^{(i)} + C_{SD}^{(i)}). \quad (16)$$

여기서  $I_{MAX}$ 는 구 복호기와 LDPC 복호기 간의 최대 반복 복호 횟수이고  $C_{SD}^{(i)}$ 과  $C_{LDPC}^{(i)}$ 는 각각  $i$ 번째 반복 복호에서 구 복호기와 LDPC 복호기의 복잡도이다.

RTS-APX1과 RTS-APX2는 각각 논문<sup>[4]</sup>에 있는 것으로, APX1은 대립가설은 1bit로 제한한 것이고 APX2는 대립가설을 2bit로 제한한 것이다. 제안한

LSS와 RTS, 그리고 STS의 성능은 그림 4과 5에 비교하였다. 그림 5은 조기 종료를 수행하지 않은 결과로 LSS의 성능은 RTS-APX1보다 우수하며, RTS-APX2와 비교할만하다. 그리고 모든 트리를 탐색한 RTS-MLM과 비교하여  $10^{-3}$ 에서 1.5dB의 열화가 있음을 확인할 수 있다. 그림 5에서는 고정 조기 종료와 적응적 조기 종료를 수행하였을 때, 얻을 수 있는 성

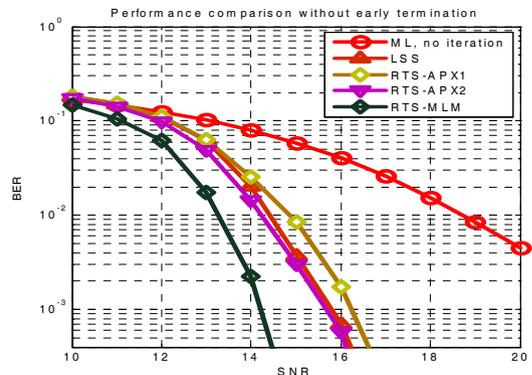


그림 4.  $4 \times 4$  16QAM 시스템에서 조기 종료를 수행하지 않았을 때 성능 곡선.

능을 나타냈다. 고정 조기 종료와 적응적 조기 종료의 성능 차이가 거의 무시할 만 하다는 것을 알 수 있다.

끝으로 고정 조기 종료와 적응적 조기 종료를 수행하였을 때, 계산 복잡도는 그림 6에 나타났다. 낮은 SNR에서 반복 복호를 위한  $I_{MAX}$ 가 증가하므로 더 큰 복잡도를 갖는다. 제안한 LSS는 모든 SNR 영역에서 RTS-APX1과 RTX-APX2보다 낮은 복잡도를 갖음을 알 수 있다. 그리고 20dB에서 고정 조기 종료를 사용한 LSS 대비 적응적 조기 종료를 이용하면 70%정도 복잡도를 낮출 수 있다.

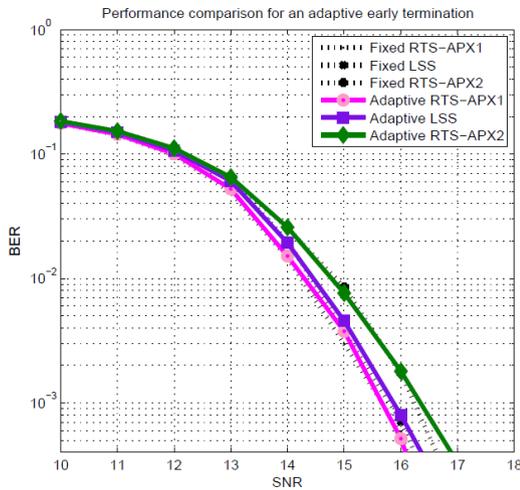


그림 5. 4×4 16QAM 시스템에서 고정 조기 종료와 적응적 조기 종료를 수행하였을 때 성능 곡선.  $I_{MAX} = 4$ ,  $ET_{min} = 5$ ,  $ET_{max} = 2000$ ,  $T = 0.01$ ,  $R_{UP} = 1.5$ ,  $R_{DOWN} = 0.5$ .

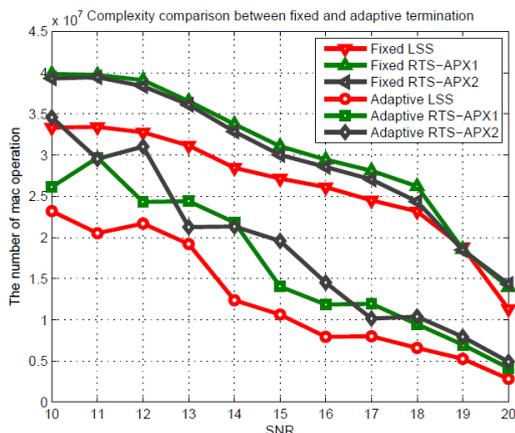


그림 6. 4×4 16QAM 시스템에서 고정 조기 종료와 적응적 조기 종료를 수행하였을 때 복잡도 곡선. 그림 4와 동일한 환경에서 시뮬레이션 수행.

## VI. 결론

본 논문에서는 다중 안테나 시스템에서 낮은 복잡도를 갖는 터보 수신기 구조를 제안하였다. 수신기는 내부 복호기로 구 복호기를 사용하고 외부 복호기로 LDPC 복호기를 사용하였다. 구 복호기의 복잡도를 줄이기 위하여 LSS를 제안하였다. 그리고 LSS의 동작시간을 제한하기 위하여 적응적 조기 종료를 제안하였다. LSS와 적응적 조기 종료를 이용하면 기존의 제안된 알고리즘과 유사한 성능을 갖을 가지면서 20dB에서 70%정도의 복잡도 감소를 얻을 수 있음 보였다.

## 참고 문헌

- [1] I. E. Telatar, "Capacity of multi-antenna Gaussian channels," Eur. Trans. Telecom, Vol. 10, pp.585-595, Nov. 1999.
- [2] B. M. Hochwald and S. ten Brink, "Achieving near-capacity on a multiple -antenna channel," in Proc. Allerton Conf. Commun., Control, and Computing, Monticello, IL, Oct. 2001.
- [3] H. Vikalo, B. Hassibi, and T. Kailath, "Iterative decoding for MIMO channels via modified sphere decoding," in IEEE Transactions on Wireless communications, Vol.3, No.6, pp. 2299-2311, Nov. 2004.
- [4] R. Wang and G. B. Giannakis, "Approaching MIMO channel capacity with reduced-complexity soft sphere decoding," in Proc. IEEE Wireless Commun. and Networking Conf.(WCNC), Vol. 3, pp.1620-1625, Mar. 2004.
- [5] C. Studer, A. Burg and H. Bolcskei, "Soft-Output Sphere Decoding: Algorithm and VLSI Implementation," in IEEE Journal on Selected Areas In Communications, Vol.26, No 2, pp.290-300, Feb. 2008.
- [6] A. Burg, M. Borgmann, M. Wenk, M. Zellweger, W. Fichtner, and H. Bolchkei, "VLSI implementation of MIMO detection using the sphere decoding algorithm," in IEEE J. Solid-State Circuits, Vol.40, No7, pp.1566-1577, July 2005.
- [7] L. G. Barbero and J. S. Thompson, "Extending a Fixed-Complexity Sphere Decoder to Obtain

