

효과적인 간섭 부공간 추정을 통한 조향에러에 강인한 고유공간 기반 적응 어레이

중신회원 최 양 호*

Eigenspace-Based Adaptive Array Robust to Steering Errors By Effective Interference Subspace Estimation

Yang-Ho Choi* *Lifelong Member*

요 약

원하는 신호의 어레이 응답벡터와 조향벡터 사이에 불일치가 있다면 적응 어레이는 원하는 신호와 간섭신호를 동시에 감쇠하기 때문에 심한 성능저하를 가져올 수 있다. 본 논문에서는 조향벡터에 도래각 에러뿐만 아니라 랜덤에러가 있을 때 이에 대처하는 강인한 적응 어레이 기법을 제시한다. 제시된 기법에서는 상관행렬로부터 SIS(signal-plus-interference subspace) 부공간을 구한 후, ULA(uniform linear array) 구조를 이용하여 원하는 신호의 방향벡터 영향을 가능한 줄이면서 간섭 부공간을 추출하고 이에 직교하도록 가중벡터를 구하여 조향벡터 에러에 대한 강인성을 얻는다. 제안된 방식은 DCRCB(doubly constrained robust Capon beamformer) 등 기존방식보다 우수한 SINR(signal-to-interference plus noise ratio) 성능을 가짐을 시뮬레이션 결과는 보여준다.

Key Words : Adaptive array, Steering vector errors, Robust beamforming, Interference subspace

ABSTRACT

When there are mismatches between the beamforming steering vector and the array response vector for the desired signal, the performance can be severely degraded as the adaptive array attempts to suppress the desired signal as well as interferences. In this paper, an robust method is proposed for the adaptive array in the presence of both direction errors and random errors in the steering vector. The proposed method first finds a signal-plus-interference subspace (SIS) from the correlation matrix, which in turn is exploited to extract an interference subspace based on the structure of a uniform linear array (ULA), the effect of the desired signal direction vector being reduced as much as possible. Then, the weight vector is attained to be orthogonal to the interference subspace. Simulation shows that the proposed method, in terms of signal-to-interference plus noise ratio (SINR), outperforms existing ones such as the doubly constrained robust Capon beamformer (DCRCB).

I. 서 론

적응 어레이(adaptive array)는 조향벡터(steering vector)를 이용하여 원하는 신호(desired signal)를 보호하면서 간섭신호를 제거한다^[1]. 그러나 조향벡터에 에러가 있다면 원하는 신호도 간섭처럼 간주

되어 감쇠됨에 따라 SINR(signal-to-interference plus noise ratio) 성능이 심하게 저하될 수 있다^[1, 2]. 조향에러는 원하는 신호의 도래각 정보가 정확치 않거나 랜덤에러(random errors)로 인해 발생된다. 도래각에서만 에러가 있다면 도래각 정보 정정 기법을 도입하여 성능저하 문제를 해결할 수 있다^[3].

* 강원대학교 전자통신전공 (yhochoi@kangwon.ac.kr)

논문번호 : KICS2012-01-020, 접수일자 : 2012년 1월 19일, 최종논문접수일자 : 2012년 4월 12일

그러나 이러한 방식을 랜덤에러가 존재하는 환경에 서는 적용할 수 없다.

랜덤에러는 교정에러(calibration error), 센서위치 에러, 센서 간 상호결합(mutual coupling) 등에 의 해서 야기된다. SIS(signal-plus-interference subspace) 부공간에 기초한 방식¹⁴⁻¹⁶⁾을 이용하여 랜덤 에러를 포함한 조향에러 문제에 대응할 수 있다. 이 방식에서는 가중벡터(weight vector)가 SIS 부공 간에 놓여 있도록 제어한다. 가중벡터를 SIS 부공간 내에서 조정함에 따라 실질적으로 제거할 수 있는 방향성 신호(directional signals)의 수가 제한되고, 간섭신호가 원하는 신호보다 매우 강하다면 간섭만 을 제거하도록 동작하여 좋은 성능을 보인다. 그러나 조향에러가 크거나, 원하는 신호에 비해 약한 간 섭이 존재하면 원하는 신호도 제거할 목표가 되어 성능이 크게 저하될 수 있다. 다른 방식으로 대각로딩(diagonal loading)¹⁷⁻¹¹⁾이 널리 알려져 있다. 상관 행렬의 대각요소의 값을 증가시켜 원하는 신호가 감쇠되지 않도록 하는데, 성능개선에 관건은 적절한 로딩 수준의 결정에 달려있다. DCRCB(doubly constrained robust Capon beamformer)¹¹⁾ 방식은 조향벡터에 관한 불확실 집합을 정의하여 벡터 크 기의 제한아래서 출력전력을 최대로 하는 새로운 조향벡터를 구하며, 이에 따라 등가적으로 대각로딩 값이 정해지게 된다. 그러나 불확실 집합을 정의하 는 그 한계값을 정하는 문제가 여전히 남아있다. 한 계값을 너무 작게 하면 원하는 신호도 심하게 감쇠 되며, 너무 크게 하면 간섭 제거가 잘되지 않게 된 다.

본 논문에서는 방향에러와 랜덤에러가 모두 존재 하는 가운데 이들 에러에 대처하는 적응 어레이 기 법을 제안한다. 제안 방식에서는 수신신호 상관행렬 (correlation matrix)을 고유분해(eigen-decomposition)하여 SIS 기저(basis)를 얻는다. ULA (uniform linear array)의 구조 특성을 이용하여, 이 기저에서 원하는 신호의 어레이 응답벡터(array response vector) 성분을 억압한 행렬을 구한다. 만 약 조향에러가 없다면 구한 행렬의 열벡터들 (column vectors)에서 원하는 신호 벡터성분은 모두 제거되지만 에러로 인하여 잔류 성분이 남아 있게 된다. 잔류 성분을 가진 행렬을 SVD(singular value decomposition)하고, 좌 특이 벡터(left singular vectors) 중 가장 작은 특이값(singular value)에 대 응하는 벡터를 제거한 후, 나머지 벡터에 직교하도록 가중벡터를 구한다. 시뮬레이션에 따르면, 제안

방식은, 예를 들어 도래각 에러가 0.5°, 랜덤에러가 매우 작을 때 기존방식보다 18 dB 이상의 큰 SINR을 보이는 등, 그 우수성을 보여준다.

II. 적응 어레이 시스템

적응 어레이에서는 각 센서에 수신되는 신호의 위상과 크기를 조정하고 이들을 합하여 어레이 출 력을 얻는다. M 개의 센서로 구성된 어레이에 $(J+1)$ 개의 신호가 $\theta_0, \theta_1, \dots, \theta_J$ 의 방향각을 가 지고 도래한다. θ_0 는 원하는 신호의 도래각, θ_j ($j=1, \dots, J$) 는 j 번째 간섭의 도래각을 나타낸 다. 이때 수신신호는

$$\mathbf{x}(t) = \mathbf{A}\mathbf{s}(t) + \mathbf{n}(t) \quad (1)$$

와 같이 쓸 수 있다. 여기서 \mathbf{A} 는 어레이 응답벡터 를 열로 가지는 $M \times (J+1)$ 행렬로 $\mathbf{A} = [\mathbf{a}(\theta_0), \mathbf{a}(\theta_1), \dots, \mathbf{a}(\theta_J)]$, $\mathbf{a}(\theta)$ 는 θ 방향에 대 한 어레이 응답벡터이고, $\mathbf{s}(t)$ 는 수신신호의 복소 포락선벡터(complex envelope vector)로 $\mathbf{s}(t) = [s_0(t), s_1(t), \dots, s_J(t)]^T$, $s_j(t)$ 는 $(j+1)$ 번째 신호의 복소 포락선, T 는 행렬의 전치 (transpose), $\mathbf{n}(t)$ 는 잡음벡터이다. 어레이 응답벡터 는 방향벡터(direction vector)라고도 부른다. 표기의 간편함을 위해 $\mathbf{a}(\theta_i)$ ($i=0, 1, \dots, J$)를 \mathbf{a}_i 로 표 시한다.

수신신호에 대한 상관행렬은

$$\mathbf{R}_x = E[\mathbf{x}(t)\mathbf{x}^H(t)] \quad (2)$$

와 같이 정의되며, E , H 는 각각 기댓값 (expectation), Hermitian(complex conjugate transpose) 연산을 의미한다. 잡음은 센서 간에 서로 상관되어 있지 않고(spatially white), $\mathbf{s}(t)$ 와 상관되 어 있지 않다. 식 (1)을 (2)에 대입하면

$$\mathbf{R}_x = \mathbf{A}\mathbf{R}_s\mathbf{A}^H + p_n\mathbf{I} \quad (3)$$

처럼 구해지고, $\mathbf{R}_s = E[\mathbf{s}(t)\mathbf{s}^H(t)]$, p_n 은 잡음전 력, \mathbf{I} 는 단위행렬(identity matrix)이다. 각 센서에 수신된 신호는 가중벡터 \mathbf{w} 에 의해 가중되어 다음 처럼 어레이 출력 $y(t)$ 가 생성된다.

$$y(t) = \mathbf{w}^H \mathbf{x}(t) \quad (4)$$

어레이 출력전력은

$$p_o = E[y(t)y^*(t)] = \mathbf{w}^H \mathbf{R}_x \mathbf{w} \quad (5)$$

와 같이 주어지고, *는 켈레복소수(complex conjugate)를 의미한다.

가중벡터는 사전에 주어진 조향벡터 $\hat{\mathbf{a}}_0$ 을 이용, 단위이득제한(unit gain constraint) 조건 $\mathbf{w}^H \hat{\mathbf{a}}_0 = 1$ 아래서 출력전력이 최소가 되도록 구할 수 있다. 이 때 가중벡터는

$$\mathbf{w} = c \mathbf{R}_x^{-1} \hat{\mathbf{a}}_0 \quad (6)$$

와 같이 구해지고, c 는 스칼라 인자(scalar factor)로 $c = 1 / \hat{\mathbf{a}}_0^H \mathbf{R}_x^{-1} \hat{\mathbf{a}}_0$ 이다. DMI(direct matrix inversion) 어레이에서는 상관행렬(실제의 경우는 이의 추정인 샘플행렬)의 역행렬을 직접 계산하여 가중벡터를 얻는다^[1,2,7]. 식 (6)에 따른 적응 어레이에서는, 상수 배 만큼의 차이 내에서, $\hat{\mathbf{a}}_0$ 와 같지 않은 방향벡터를 가진 방향성신호는 간섭으로 간주하여 제거하려고 한다. 따라서 $\hat{\mathbf{a}}_0$ 가 \mathbf{a}_0 와 같으면 원하는 신호는 보호되고 간섭신호만 제거되고, 출력전력은 $p_o = (\mathbf{a}_0^H \mathbf{R}_x^{-1} \mathbf{a}_0)^{-1}$ 와 같이 주어진다. 이때, 원하는 신호가 간섭과 상관되어 있지 않다면 (6)의 가중벡터는 SINR을 최대로 하는 최적 벡터가 된다^[1].

III. 조향에러에 강인한 빔 형성 방법

적응 어레이에서 $\hat{\mathbf{a}}_0$ 와 \mathbf{a}_0 간에 불일치가 있으면 원하는 신호도 간섭신호처럼 간주되어 심하게 감소될 수 있다. 불일치는 도래각 θ_0 가 정확히 알려지지 않은 경우뿐만 아니라 랜덤에러로 인해 발생된다. 본 논문에서는 ULA 어레이를 이용한다. M 개의 센서가 거리 d 의 일정한 간격으로 배열된 ULA의 θ 방향에 대한 어레이응답벡터 $\mathbf{a}_U(\theta)$ 는

$$\mathbf{a}_U(\theta) = [1 \ \beta(\theta) \ \dots \ \beta^{M-1}(\theta)]^T \quad (7)$$

와 같이 주어진다. 여기서

$\beta(\theta) = \exp(j2\pi d \sin\theta / \kappa)$, κ 는 파장을 나타낸

다. $\hat{\theta}_0$ 이 θ_0 의 추정이라고 할 때 $\hat{\mathbf{a}}_0$ 은 $\mathbf{a}_U(\hat{\theta}_0)$ 가 주어진다. 랜덤에러를 고려하여 \mathbf{a}_0 을 다음처럼 모델링한다.

$$\mathbf{a}_0 = \mathbf{a}_U(\theta_0) + \boldsymbol{\delta} \quad (8)$$

랜덤에러벡터 $\boldsymbol{\delta}$ 의 평균은 $E[\boldsymbol{\delta}] = \mathbf{0}$, 공분산(covariance)은 $E[\boldsymbol{\delta}\boldsymbol{\delta}^H] = \sigma_\delta \mathbf{I}$ 이고[2], σ_δ 는 $\boldsymbol{\delta}$ 의 각 요소의 분산이다. 대부분의 경우, 원하는 신호의 방향벡터 \mathbf{a}_0 은 정확히 알려져 있지 않으며, 따라서 조향벡터에러에 강인한 적응어레이 기법이 필요하다.

3.1 기존방식

3.1.1. SIS 고유분해 방식

앞에서 언급한 바와 같이 $\hat{\mathbf{a}}_0 = \mathbf{a}_0$ 일 때 (6)의 가중벡터는 SINR을 최대로 하는 최적 벡터가 된다. 최적벡터의 고유공간 표현식을 구해보자. 이를 위해 \mathbf{R}_x 를 고유분해하면

$$\begin{aligned} \mathbf{R}_x &= \sum_{m=1}^M \lambda_m \mathbf{e}_m \mathbf{e}_m^H \\ &= \mathbf{E}_s \boldsymbol{\Lambda}_s \mathbf{E}_s^H + \mathbf{E}_n \boldsymbol{\Lambda}_n \mathbf{E}_n^H \end{aligned} \quad (9)$$

이고 여기서 λ_m , \mathbf{e}_m 은 각각 \mathbf{R}_x 의 고유치, 고유벡터 쌍이다. 고유치는 양의 실수로 내림차순으로 배열되어 $\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \dots \geq \lambda_n$, $\lambda_{J+2} = \dots = \lambda_M = p_n$ 이고,

$$\mathbf{E}_s = [\mathbf{e}_1, \dots, \mathbf{e}_{J+1}]$$

$$\mathbf{E}_n = [\mathbf{e}_{J+2}, \dots, \mathbf{e}_M]$$

$$\boldsymbol{\Lambda}_s = \text{diag}[\lambda_1, \dots, \lambda_{J+1}]$$

$$\boldsymbol{\Lambda}_n = \text{diag}[\lambda_{J+2}, \dots, \lambda_M]$$

이다. \mathbf{E}_s 의 열은 \mathbf{A} 의 열과 같은 공간을 생성하며, \mathbf{A} 의 열이 생성하는 공간을 SIS 부공간이라 부른다. \mathbf{E}_n 의 열공간(column space)은 \mathbf{E}_s 의 직교보완 공간(orthogonal complement)으로 이 공간을 잡음 부공간(noise subspace)이라 부른다. \mathbf{R}_x 는 Hermitian 행렬로 고유벡터는 서로 직교하며, 따라서 SIS 공간에 놓여 있는 \mathbf{a}_0 는 \mathbf{E}_n 의 각 열과 직교한다. $\hat{\mathbf{a}}_0 = \mathbf{a}_0$ 과 함께 (9)의 역행렬을 (6)에 대입하면 최적 가중벡터의 고유공간에서의 표현을 얻을 수 있다.

$$\mathbf{w}_{opt} = c\mathbf{E}_s\mathbf{\Lambda}_s^{-1}\mathbf{E}_s^H\mathbf{a}_0 \quad (10)$$

SIS 고유분해 방식에서는 \mathbf{a}_0 에 대한 추정 $\hat{\mathbf{a}}_0$ 을 이용, (10)에 기초하여 가중벡터를 다음처럼 구한다.

$$\mathbf{w}_{SIS} = c\mathbf{E}_s\mathbf{\Lambda}_s^{-1}\mathbf{E}_s^H\hat{\mathbf{a}}_0 \quad (11)$$

SIS 방식은 DMI 방식에 비해 조향에러에 강인한 특성을 가진다. 그 이유를 간략히 다음과 같이 설명할 수 있다. 식 (10)에 따르면 최적 벡터는 SIS 부공간에 놓여 있다. 이러한 사실을 이용하여, 구하는 가중벡터가 SIS 부공간에 놓여 있도록 $\mathbf{w} = \mathbf{E}_s\mathbf{g}$ 의 형태로 놓는다. 단위이득제한 조건 $\mathbf{w}^H\hat{\mathbf{a}}_0 = 1$ 하에서 어레이 출력전력이 최소가 되도록 $(J+1)$ 차원 벡터 \mathbf{g} 를 구한다. 즉,

$$\min_{\mathbf{g}} (\mathbf{E}_s\mathbf{g})^H\mathbf{R}_x(\mathbf{E}_s\mathbf{g}), (\mathbf{E}_s\mathbf{g})^H\hat{\mathbf{a}}_0 = 1 \quad (12)$$

Lagrange multiplier 방법을 도입하여 (12)의 문제를 풀면 $\mathbf{g} = \mathbf{\Lambda}_s^{-1}\boldsymbol{\alpha}/\boldsymbol{\alpha}^H\mathbf{\Lambda}_s^{-1}\boldsymbol{\alpha}$, $\boldsymbol{\alpha} = \mathbf{E}_s^H\hat{\mathbf{a}}_0$ 와 같이 구해지고, 가중벡터 $\mathbf{w} = \mathbf{E}_s\mathbf{g}$ 는 (11)과 같게 된다. 따라서 SIS 고유분해 방식은 (12)에 따라 동작한다고 볼 수 있다. 가중벡터가 $\mathbf{w} = \mathbf{E}_s\mathbf{g}$ 의 형태로 $(J+1)$ 자유도(degree of freedom)를 가져서 어레이는 J 개의 방향성 신호를 제거할 수 있다. 조향에러가 작고 간섭이 원하는 신호에 비해 강하다면, 출력전력을 최소화하기 위해 원하는 신호보다 간섭신호를 제거하도록 가중벡터를 조정하고, 따라서 조향에러에 강인한 특성을 보인다.

그러나 조향에러가 작지 않거나, 간섭신호가 상대적으로 크지 않으면 원하는 신호를 감쇠해야 전체 어레이 출력전력이 최소가 되고, 이에 따라 성능이 심하게 저하될 수 있다.

3.1.2. DCRCB 방식

DCRCB^[10]에서는 처음에 주어진 조향벡터 $\hat{\mathbf{a}}_0$ 에 대한 불확실 집합을 정의하고, 집합 내에서 크기가 \sqrt{M} 인 벡터 중 어레이 출력전력을 최대로 하는 벡터를 찾아 새로운 조향벡터로 사용한다. 편의상, $\hat{\mathbf{a}}_0$ 의 크기 제곱은 M 이라 가정한다. 즉 $\|\hat{\mathbf{a}}_0\|^2 = M$, 여기서 $\|\cdot\|$ 은 Euclidean norm을 나타낸다. 불확실의 한계값이 ϵ 으로 주어졌을

때, 불확실 집합 $\Omega(\epsilon)$ 은

$$\Omega(\epsilon) = \{\mathbf{a}: \|\mathbf{a} - \hat{\mathbf{a}}_0\|^2 \leq \epsilon, \|\mathbf{a}\|^2 = M\} \quad (13)$$

과 같이 정의된다. 새로운 조향벡터를

$$\mathbf{a}_{DCR} = \arg \min_{\mathbf{a} \in \Omega(\epsilon)} \mathbf{a}^H\mathbf{R}_x^{-1}\mathbf{a} \quad (14)$$

와 같이 구한다. Lagrange multiplier 방법을 이용하여 (14)의 최소화문제의 해를 구할 수 있으며, 그 해는 다음과 같이 주어진다^[10].

$$\mathbf{a}_{DCR} = \frac{\rho(\mathbf{R}_x^{-1} + \gamma_s\mathbf{I})\hat{\mathbf{a}}_0}{\hat{\mathbf{a}}_0^H(\mathbf{R}_x^{-1} + \gamma_s\mathbf{I})\hat{\mathbf{a}}_0} \quad (15)$$

여기서 $\rho = M - \epsilon/2$, γ_s 는 (16), (17)에 의해 주어진다.

$$h(\gamma_s) = \frac{M}{(M - \epsilon/2)^2} \quad (16)$$

$$h(\gamma) = \frac{\hat{\mathbf{a}}_0^H(\mathbf{R}_x^{-1} + \gamma\mathbf{I})^{-2}\hat{\mathbf{a}}_0}{[\hat{\mathbf{a}}_0^H(\mathbf{R}_x^{-1} + \gamma\mathbf{I})^{-1}\hat{\mathbf{a}}_0]^2} \quad (17)$$

$\hat{\mathbf{a}}_0$ 대신에 \mathbf{a}_{DCR} 을 사용하여 (18)과 같이 가중벡터를 계산한다.

$$\mathbf{w}_{DCR} = \frac{\mathbf{R}_x^{-1}\mathbf{a}_{DCR}}{\mathbf{a}_{DCR}^H\mathbf{R}_x^{-1}\mathbf{a}_{DCR}} \quad (18)$$

DCRCB의 성능은 ϵ 에 크게 종속 될 수 있어, 적절한 값으로 ϵ 을 선택하는 것은 매우 중요하다. ϵ 은 집합 $\Omega(\epsilon)$ 이 \mathbf{a}_0 를 포함하면서 가장 작은 값을 가지도록 선택하는 것이 바람직하다. $\hat{\mathbf{a}}_0$ 와 \mathbf{a}_0 간 제곱 최소거리 ϵ_{min} 을

$$\epsilon_{min} = \min_{\phi} \|e^{j\phi}\tilde{\mathbf{a}}_0 - \hat{\mathbf{a}}_0\|^2 \quad (19)$$

과 같이 정의한다. 여기서 $\tilde{\mathbf{a}}_0 = \sqrt{M}\mathbf{a}_0/\|\mathbf{a}_0\|$ 이다. ϵ_{min} 은 최소한 하나의 $e^{j\phi}\tilde{\mathbf{a}}_0$ 을 포함하는 불확실 집합의 최소반경을 나타내는 최적값(optimum value)이다. ϵ 을 ϵ_{min} 으로 하는 것이 바람직하지만, 실제의 경우 ϵ_{min} 은 알려져 있지 않다. ϵ 이 ϵ_{min} 에

비해 너무 크거나 작다면, 원하는 신호를 감쇠하거나 간섭을 잘 제거하지 못해 큰 성능저하가 일어날 수 있다. 다양한 간섭, 조향에러 환경에서 ϵ 을 적절한 값으로 결정하는 것은 어려운 문제이다.

3.2.2. 간섭 부공간 추정을 통한 기증 방식

기저 E_s 는 SIS 공간을 생성하므로 도래하는 신호의 방향벡터 A 와 다음과 같은 관계를 가진다.

$$E_s = A\Psi \quad (20)$$

여기서 Ψ 는 $(J+1) \times (J+1)$ 행렬로

$$\Psi = (A^H A)^{-1} A^H E_s \quad (21)$$

와 같이 주어진다. 제안방식에서는 간섭 부공간을 이용하며, A_I 를 $A_I = [a_{i1}, \dots, a_{iJ}]$ 와 같이 정의한다. A_I 의 열공간은 M 차원 간섭 부공간이다. 제안 방식의 원리를 설명하기 위해 잠시 조향에러가 없다고 가정하자. 조향에러가 없고 $\theta_0 = 0$ 일 때, 원하는 신호의 방향벡터 a_0 는 $a_0 = [1, 1, \dots, 1]^T$ 와 같다. 벡터 v 에 대해 마지막 요소를 제거하여 v 보다 하나의 요소를 적게 가지는 벡터를 v' , 행렬 M 에서 마지막 행을 제거한 행렬을 M' 으로 나타낸다. a_0 과 직교하는 행으로 구성되는 $(M-1) \times M$ 행렬 J 를 다음처럼 정의 한다.

$$J = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 & \dots & 0 \\ & & & \vdots & & \\ 0 & 0 & \dots & 0 & 1 & -1 \end{bmatrix}$$

행렬 J 의 i 번째 행의 i 번째 요소는 1, $(i+1)$ 번째 요소는 -1 이고, 이외 나머지 요소는 모두 0인 값을 가진다.

시스템 에러가 없는 경우, $J a_i$ 는

$$J a_i = (1 - \beta_i) a_i', \quad i = 0, 1, \dots, J \quad (22)$$

와 같이 쓸 수 있다. $\beta_0 = 1$ 이면 $J a_0$ 는 영 벡터 (zero vector)가 된다. 식 (22)를 이용하여 E_s 로부터 원하는 신호 방향벡터 성분을 제거하여 $(M-1)$ 차원 간섭 부공간을 생성할 수 있다. E_s 에 J 를 곱하면, (20), (22)로부터

$$B \equiv J E_s = A'(I - D)\Psi \quad (23)$$

와 같이 나타낼 수 있다. 여기서 D 는 대각행렬 (diagonal matrix) 이다.

$$D = \text{diag}[\beta_0, \beta_2, \dots, \beta_J]$$

a_0' 는 영 벡터이므로 $(M-1) \times (J+1)$ 행렬 B 의 랭크(rank)는 J 가 된다. 따라서 B 의 J 개의 독립적인 벡터들은 A_I' 의 열공간을 생성하며, $(M-1)$ 차원 간섭 공간의 기저이다. B 의 J 개의 독립적인 벡터를 구하여 이에 직교하도록 기증벡터를 구해 간섭신호를 제거할 수 있다.

시스템 에러가 있는 경우, B 에 a_0 의 성분이 잔류하게 되어 B 의 랭크는 $(J+1)$ 이 된다. B 를 SVD^[12]하여 다음처럼 쓸 수 있다.

$$B = U\Sigma V \quad (24)$$

여기서 U, V 각각 좌 특이벡터, 우 특이벡터 행렬이고, $\Sigma = \text{diag}[\sigma_1, \dots, \sigma_{J+1}]$ 는 특이값 σ_i ($i = 1, \dots, J+1$)을 대각요소로 가지는 대각행렬이다. 특이값은 0 이상인 실수 값을 가지며 내림차순으로 정렬되어 있다. 시스템 에러가 없다면 σ_{J+1} 은 0인 값을 가지게 되고 U 의 앞에서 J 개의 열은 $(M-1)$ 차원 간섭 공간을 생성한다. 조향에러가 크지 않다면 a_0' 의 대부분의 성분은 σ_{J+1} 에 대응하는 좌 특이 벡터에 포함되어 있을 것이다. 따라서 $\sigma_1, \dots, \sigma_J$ 에 대응하는 좌 특이벡터를 간섭 공간 기저에 대한 추정으로 사용한다.

실제의 경우, 상관행렬 R_x 는 알려져 있지 않고 데이터 샘플로 부터 추정하는 것이 필요하다. N 개의 데이터 샘플이 가용하다면, R_x 를 다음처럼 추정할 수 있다.

$$\hat{R}_x = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N [x(n)x^H(n) + \mu I] \quad (25)$$

여기서 $N < M$ 이어도 \hat{R}_x 이 역행렬을 가질 수 있도록 μI 를 더했으며, 이러한 필요가 없으면 $\mu = 0$ 으로 놓는다. \hat{R}_x 을 얻으면 이를 고유분해하여 E_s 의 추정 \hat{E}_s 을 계산하고, 원하는 신호벡터 성분을 억압한 $\hat{B} = J\hat{E}_s$ 구한다. \hat{B} 을 SVD 하여 \hat{B} 의 좌 특이벡터 \hat{U} 을 구한다. \hat{U} 에서 마지막 열을 제거한

후 얻어지는 행렬을 \hat{U}_I 라 하자. \hat{U}_I 의 각 열은 서로 직교하는 orthonormal 행렬이다. 가중벡터는 \hat{U}_I 의 열공간에 직교하도록 다음과 같이 구한다.

$$w_{pro} = c(I - \hat{U}_I \hat{U}_I^H) \hat{a}_0' \quad (26)$$

단위이득제한 조건 $w_{pro}^H \hat{a}_0' = 1$ 을 적용하여 인수 c 를 구하면 $c = 1/\hat{a}_0'^H (I - \hat{U}_I \hat{U}_I^H) \hat{a}_0'$ 와 같이 주어진다. w_{pro} 를 $x'(t)$ 에 적용하여 출력은

$$y(t) = w_{pro}^H x'(t) \quad (27)$$

와 같이 주어진다. 그림 1에 제안 방식의 계산과정을 요약하였다.

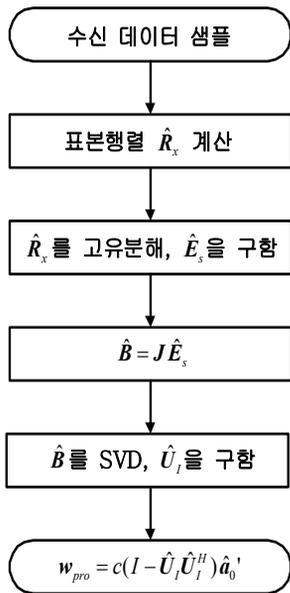


그림 1. 제안방식의 계산과정
Fig. 1. Computational procedure of the proposed method

\hat{E}_s 로부터 \hat{U}_I 를 구하는 데는 $O(M^2(J+1))$ 의 복소 곱셈(complex multiplication)이 필요하며^[12]. 일반적으로 $J \ll M$ 으로 이 계산량은 R_x 로부터 \hat{E}_s 를 구하는데 소요되는 $O(M^3)$ 에 비해 상당히 적은 편이다. 주어진 \hat{U}_I 로부터 (27)에 따라 w_{pro} 를 구하는데 $O(MJ)$ 의 계산량이 요구된다. 전체적으로 제안방식, SIS 방식 모두 $O(M^3)$ 의 복잡도를 가지며, 제안방식은 3.1절에 소개한 기존방식과 비슷한 정도의 복잡도를 보인다.

IV. 시뮬레이션

방향에러와 랜덤에러가 있는 환경에서 제안방식과 SIS 고유분해 방식, DCRCB, DMI 방식의 SINR 성능을 비교한다. 이를 위해 16 개의 센서가 반 파장 간격으로 배열된 ULA 어레이를 사용하여 원하는 신호의 조향벡터를 (8)과 같이 모델링하였다. 원하는 신호를 포함하여 4개의 신호가 어레이에 입사하며, $\theta_1 = -15^\circ$, $\theta_2 = 25^\circ$, $\theta_3 = 50^\circ$ 이고 $\zeta_0, \zeta_1, \zeta_2, \zeta_3$ 는 각각 순서대로 25, 10, 25, 40 dB이다. ζ_i 는 $\zeta_i = E[s_i(t)s_i^*(t)]/p_n$ 을 나타내며, ζ_0 는 입력 SNR(signal-to-noise ratio)을 의미한다. $\hat{\theta}_0 = 0^\circ$ 이고 따라서 $\hat{a}_0 = [1, 1, \dots, 1]^T$ 와 같이 주어진다. DCRCB에서 불확실 한계는 $\epsilon = 5$ 로 설정하였다. 시뮬레이션 결과는 100번의 모의실험을 반복하여 구한 SINR의 평균을 제시한다.

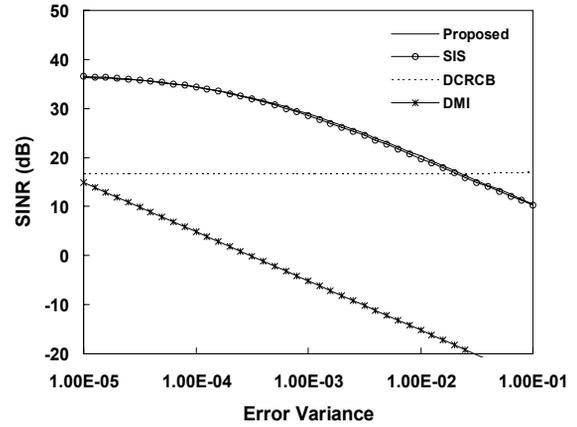
그림 2는 상관행렬 R_x 가 알려졌다고 가정하여 랜덤 조향에러의 분산 σ_δ 에 대한 정상상태(steady-state)에서의 성능을 보여준다. 그림 2(a)는 도래각에서의 에러는 없고, 즉 $\hat{\theta}_0 = \theta_0 = 0^\circ$ 이고 랜덤에러만 존재할 때의 성능을 제시한다. 제안방식과 SIS 방식은 거의 같은 성능을 나타내어 중첩되어 있는 것처럼 보이며, σ_δ 가 커짐에 따라 SINR은 감소한다. 반면에 DCRCB인 경우 주어진 σ_δ 범위에서 성능변화가 거의 없고, σ_δ 가 0.1에 가까운 값을 가질 때만 제안방식보다 우월한 성능을 나타낸다. DMI에서는 도래각 정보에서 에러가 없지만 랜덤에러로 인한 조향벡터에서의 불일치로 원하는 신호도 감소되어 심한 성능저하를 겪으며, 예상한대로 DCRCB 보다 열등한 성능을 보인다. 그림 2(b)는 $\theta_0 = 0.5^\circ$ 인 경우이다. 도래각 에러가 0.5° 로 작은 값에 불과하지만 SIS 방식에서는 어레이 출력을 최소화하기 위해 원하는 신호도 감소하려함에 따라 SINR이 감소한다. 그러나 제안방식은 그림 2(a)의 경우와 비슷한 성능을 보인다. DMI 어레이에서는 σ_δ 가 매우 작더라도 원하는 신호가 심하게 감소됨을 보여준다. 그림 2(c)는 $\theta_0 = 2^\circ$ 인 경우이다. DMI의 SINR은 -30 dB보다 작은 값을 가져 그림에서 보이지 않는다. SIS 방식은 도래각 에러가 커짐에 따라 SINR 감소가 더 커짐을 나타낸다. 반면에 DCRCB에서는 그림 2(a), (b)와 비교하여 대체로 SINR이 약간 증가함을 보인다. 이는 ϵ 의 값이

ϵ_{\min} 에 가깝게 접근함에 기인한다. 식 (8)과 같이 \mathbf{a}_0 가 주어짐에 따라 매 모의실험마다 \mathbf{a}_0 가 다르므로 ϵ_{\min} 값도 다르게 된다. 시뮬레이션에서는 ϵ_{\min} 의 평균값 $\bar{\epsilon}_{\min}$ 을 계산하였다. $\bar{\epsilon}_{\min}$ 은 θ_0, σ_δ 의 함수로, σ_δ 가 증가하면 증가하는 경향을 보인다. $\bar{\epsilon}_{\min}$ 은 그림 2(a)에서는 1.4보다 작은 값을, 그림 2(b)인 경우 1.7보다 작은 값을 가지며, 그림 2(c)에선 3.9 ~ 5.2 사이의 값을 나타내었다. $\epsilon = 5$ 의 값은 그림 2(c)에서 다른 경우보다 $\bar{\epsilon}_{\min}$ 에 근접한 값을 가져 약간 큰 SINR을 나타낸다. 그림 2(d), 2(e)는 각각 $\theta_0 = -3^\circ, -5^\circ$ 인 경우이다. $\theta_0 = -3^\circ$ 인 경우 $\bar{\epsilon}_{\min}$ 은 8.4 ~ 9.6 사이의 값을 가지며, $\theta_0 = -5^\circ$ 인 경우 $\bar{\epsilon}_{\min}$ 은 20.1 ~ 20.3 사이의 값을 가진다. 두 경우 모두 $\epsilon < \bar{\epsilon}_{\min}$ 으로 불확실 집합 $\Omega(\epsilon)$ 은 어떤 $e^{j\phi} \tilde{\mathbf{a}}_0$ 도 포함하지 않고, ϵ 의 부적절한 설정으로 DCRCB는 심한 성능저하를 겪는다. 제안방식에서도 도래각 에러가 커짐에 따라 크지는 않지만 SINR 감소가 발생한다. 예를 들어 $\sigma_\delta = 1 \times 10^{-5}$ 에서, $\theta_0 = 0^\circ$ 로 도래각 에러가 없으면 SINR은 36.3 dB에서 $\theta_0 = -5^\circ$ 로 에러가 있는 경우 SINR은 25.7 dB로 감소한다. 그러나 큰 도래각 에러에도 불구하고 제안방식은 기존 방식에 비해 SINR 감소는 매우 작은 편이다.

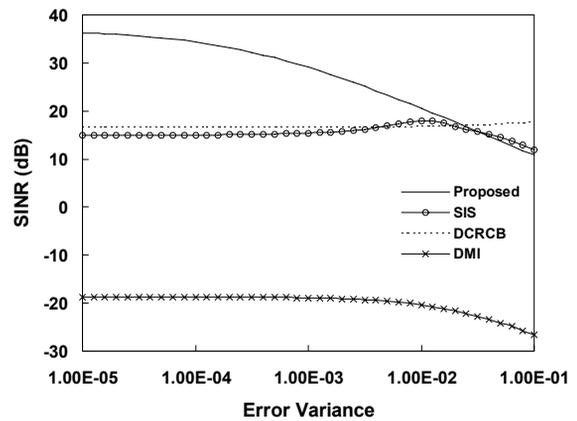
그림 3에서는 샘플행렬 $\hat{\mathbf{R}}_x$ 를 사용하고, 샘플 수 N 에 따른 SINR을 나타낸다. $\theta_0 = 2^\circ, \sigma_\delta = 5 \times 10^{-4}$ 이고, (25)에서의 μ 는 입력 전력 합 의 10^{-5} 배로 하였다. 원하는 신호 성분을 제거하고 간섭 부공간을 이용하는 제안방식은 매우 빠른 정상상태로의 수렴속도를 보인다. SIS 방식과 DCRCB도 빠른 수렴속도를 보이지만 그림 2(b)에 보인 것처럼 정상상태에서 작은 SINR을 가진다.

제안방식에서는 가중벡터 계산에 있어, 어레이에 도래하는 원하는 신호의 영향을 가능하면 적게 받도록 하고 있다. 이를 위해 원하는 신호의 추정 도래각 정보를 이용하여 이 방향에 대한 방향벡터 성분을 제거하여 원하는 신호의 영향을 감소시킨다. 감소는 하였지만 조향벡터에러로 인해 원하는 신호의 방향벡터 성분이 잔존하는 부공간에서 상대적으로 큰 특이값에 해당하는 특이벡터로 간섭 부공간을 추정하여, 잔존하는 원하는 신호 방향벡터 성분

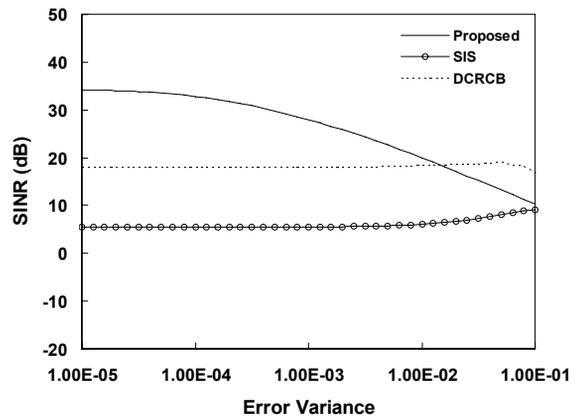
의 영향을 재차 줄인다. 이와 같은 제안방식의 어레이에 대한 강인성을 얻는 원리가 잘 동작함을 시뮬레이션 결과는 보여준다.



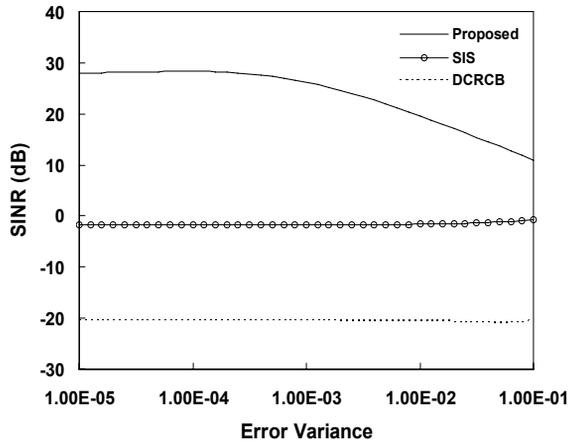
(a)



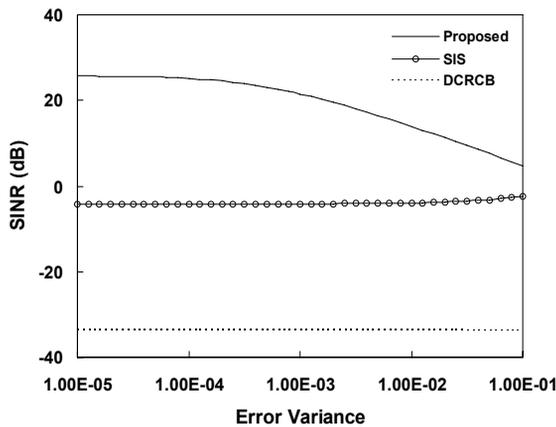
(b)



(c)



(d)



(e)

그림 2. 에러분산에 따른 정상상태에서의 SINR (a) $\theta_0 = 0^\circ$ (b) $\theta_0 = 0.5^\circ$ (c) $\theta_0 = 2^\circ$ (d) $\theta_0 = -3^\circ$ (e) $\theta_0 = -5^\circ$
 Fig. 2. Steady-state SINR against error variance (a) $\theta_0 = 0^\circ$ (b) $\theta_0 = 0.5^\circ$ (c) $\theta_0 = 2^\circ$ (d) $\theta_0 = -3^\circ$ (e) $\theta_0 = -5^\circ$

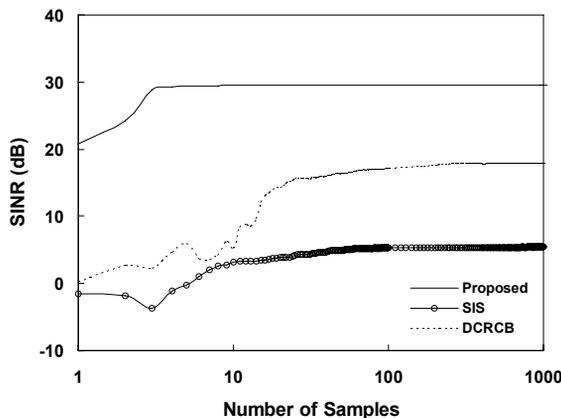


그림 3. 수렴특성
 Fig. 3. Convergence characteristics

V. 결 론

조향벡터 에러에 강인한 적응 어레이 방식을 제안하였다. 제안방식에서는 SIS 부공간 기저를 추정하고 이 기저로부터 ULA 어레이 구조 특성을 이용하여 원하는 신호의 방향벡터 성분을 억압한다. 억압시킨 행렬을 SVD 하여 간섭신호 부공간을 추정하고 이 부공간에 직교하도록 가중벡터를 구하며, DCRCB 방식에서처럼 파라미터 값을 적절한 값으로 결정해야하는 문제를 가지고 있지 않다. 기존의 SIS 고유분해방식, DCRCB와 성능 비교한 시뮬레이션 결과에 따르면, 도래각 에러와 랜덤에러가 있는 상황에서, 이들 기존방식은 심한 성능저하를 겪지만, 제안방식은 에러에 강인한 특성을 나타내어 그 우수성을 실증하였다. 계산 측면에서 보면, 제안방식은 이들 기존방식과 비슷한 정도의 복잡도를 가진다.

참 고 문 헌

- [1] J. E. Hudson, Adaptive Array Principles. New York: Peregrinus Ltd., 1981.
- [2] M. Wax and Y. Anu, "Performance analysis of the minimum variance beamformer in the presence of steering vector errors," *IEEE Trans. Signal Process.*, vol. 44, pp. 938-947, Apr. 1996.
- [3] 최양호, "간섭 널 공간 투사에 의한 신호차단 방식의 적응 빔 형성," 한국통신학회 논문집 제36권 4호(무선통신), pp. 399-406, 2011년 4월.
- [4] S.-J. Yu and J.-H. Lee, "Statistical performance of eigenspace-based adaptive array beamformers," *IEEE Trans. Antennas Propag.*, vol. 44, no. 5, pp. 665-671, May 1996.
- [5] L. Chang and C.-C. Yeh, "Effect of pointing errors on the performance of the projection Beamformer," *IEEE Trans. Antennas Propag.*, vol. 41, pp. 1045-1056, Aug. 1993.
- [6] D. D. Feldman and L. J. Griffith, "A projection approach for robust adaptive beamforming," *IEEE Trans. Signal Process.*, vol. 42, pp. 867-876, Apr. 1994..
- [7] M. W. Ganz, R. L. Moses and S. L. Wilson, "Convergence of the SMI and the diagonally loaded SMI algorithms with weak interference,"

