

# 가우시안 기저함수를 이용한 늦은 시간 및 광대역 전자기응답 추출

이 제 훈\*, 류 병 주\*, 고 진 환<sup>o</sup>

## Late Time and Wideband Electromagnetic Signal Extraction Using Gaussian Basis Function

Je-hun Lee\*, Beong-ju Ryu\*, Jinhwan Koh<sup>o</sup>

요 약

본 논문은 전자기파 신호 계산에 있어 하이브리드 방식의 기저 함수로써 Gaussian 함수를 제안하고자 한다. 하이브리드 방식은 전반부 시간 및 낮은 주파수 데이터를 이용하여 후반부 시간 및 높은 주파수 데이터를 구하는 방식이다. 시간을 이용한 MOT, 주파수를 이용한 MOM 방식의 장점만을 가져오기 때문에 전자기 분석 데이터를 구하기 위한 시간이 감소되며 오차가 적다는 장점이 있다. 이를 위해서는 기저 함수를 필요로 하며 Hermite, Laguerre를 기저 함수로 사용한 기존의 방법과의 비교를 통해 제안된 방법의 성능을 확인하였다.

**Key Words** : Gaussian Basis function, MOM, MOT, Late time, wide-band, electromagnetic signals

ABSTRACT

In this paper, We proposed Gaussian function as a basis of hybrid method. Hybrid method is to extrapolate late time and high frequency data using early time and low frequency data. This method takes advantages of both MOT and MOM as well as having shorter running time and smaller error. For this method a better basis function is required. We compared the performance of the result with proposed function and conventional basis including Hermite and Laguerre polynomial.

### I. 서 론

기존의 전자계 해석 프로그램들은 시간 영역이나 주파수 영역 중 하나를 선택하여 데이터를 출력한다. 이것은 시간 영역에서 임펄스 응답을 구하거나 주파수 영역에서 전달함수를 구하는 것을 의미한다. 이러한 전자계 해석은 상당히 많은 계산량을 필요로 한다. 본 논문에서는 기존의 방식에 비해 계산량이 적고 데

이터의 오차가 적은 하이브리드 방식을 제안한다. 이 방식은 최적의 기저함수를 선택하여 문제를 해결하는 방식으로, 측정해야할 전체 시간과 주파수중 전반부만을 이용하여 시간 및 주파수 영역에서의 데이터를 동시에 추출 할 수 있다. 초기 시간 및 낮은 주파수 정보는 각각 MOT, MOM 프로그램을 통해 구할 수 있다. 먼저, MOT 프로그램은 신속한 데이터를 추출 하는 것이 장점이나 시간이 지날수록 오차가 커지기 때

\* 본 연구는 미래창조과학부에서 시행한 「경남 창원과학연구단지육성사업」 기초·원천 R&D 과제 지원사업으로 수행되었습니다.

◆ First Author: 경상대학교 전자공학과 AWC 연구실, jehunlee@gnu.ac.kr, 학생회원

○ Corresponding Author : 경상대학교 전자공학과, 공학연구원 AWC 연구실, jikoh@gnu.ac.kr, 정회원

\* 경상대학교 전자공학과 AWC 연구실, ryubj22@gnu.ac.kr, 학생회원

논문번호 : KICS2013-12-525, Received December 8, 2013; Reviewed February 5, 2014; Accepted March 4, 2014

에 낮은 시간 데이터에서는 데이터의 정확도가 떨어진다. 이는 제한점이 있다. MOM 프로그램의 경우 안정적인 데이터를 구할 수 있다는 것이 장점이나 주파수가 높아질수록 매트릭스의 크기가 매우 커져 전자파 해석에 오랜 시간이 걸리는 제한점이 있다. 그렇기 때문에 전반부 주파수 데이터가 후반부 보다 빠른 시간 내에 계산이 가능하다. 본 논문에서는 매우 적은 오차를 가지는 MOT 프로그램의 초기 시간 데이터와 빠른 시간 내에 해석이 가능한 MOM 프로그램의 낮은 주파수 데이터를 생성하여 하이브리드 방식<sup>[12]</sup>을 적용하면 짧은 시간 내에 비교적 정확한, 후반부의 시간 데이터와 주파수 데이터를 추정 할 수 있다. 이 하이브리드 방식을 적용하기 위한 기저함수로, Gaussian 함수를 제안한다. Gaussian 함수와 기존에 연구된 Hermite<sup>[3]</sup>, Laguerre<sup>[4,5]</sup> 함수의 성능 비교를 위해 초기 시간 및 낮은 주파수로부터 추정된 낮은 시간 및 높은 주파수 데이터의 MSE(Mean square error)를 비교한다.

시간 영역 데이터와 주파수 영역 데이터 응답은 다음과 같은 형태이다.

$$\begin{cases} x_1 = [x(t_0), x(t_1), \dots, x(t_{M_1-1})]^T \\ x_2 = [x(t_{M_1}), x(t_{M_1+1}), \dots, x(t_{M_2-1})]^T \\ X_1 = [X(f_0), X(f_1), \dots, X(f_{M_2-1})]^T \\ X_2 = [X(f_{M_2}), X(f_{M_2+1}), \dots, X(f_{M_3-1})]^T \end{cases} \quad (1)$$

초기 시간은  $M_1$ 개의 데이터, 낮은 주파수는  $M_2$ 개의 데이터를 가진다. 시간 영역의  $M_1$ 개의 데이터와 주파수 영역의  $M_2$ 개의 데이터는 추정해야 할 낮은 시간 및 높은 주파수 데이터 이다. 전체 데이터는 다음과 같다.

$$x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} \quad X = \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \end{bmatrix} \quad (2)$$

위 식(2)의 시간 영역 데이터와 주파수 영역 데이터 응답은 다음과 같은 형태의 식을 뜻한다.

$$\begin{aligned} x(t) &= \sum_{n=0}^{N-1} a_n \phi_n(t, l_1) \\ X(f) &= \sum_{n=0}^{N-1} a_n \Phi_n(f, l_2) \end{aligned} \quad (3)$$

위의 식(3)에서  $\phi_n(t)$ 와  $\Phi_n(f)$ 는 각각 시간 영역 및

주파수 영역의 기저 함수를 나타내고 서로 Fourier 변환 관계에 있다.  $l_1$ 은 시간 영역 Scaling factor이고 이것으로부터 주파수 영역의 Scaling factor는 다음과 같다

$$l_2 = \frac{1}{2\pi l_1} \quad (4)$$

시간 및 주파수의 Scaling factor  $l_1, l_2$ 를 구하는 방법으로는 참고문헌[2]에서 제안된 방법을 사용하였다.

하이브리드 방식의 초기 시간 데이터와 낮은 주파수 데이터는 식(5)와 같다. 여기에서  $\phi_n(t)$ 는 시간에 대한 기저함수,  $\Phi_n(f)$ 는 주파수에 대한 기저함수를 나타내고 초기시간은  $M_1$ 개의 시간 함수  $x(t)$ , 낮은 주파수는 각각  $M_2$ 개의 실수부 및 허수부  $X(f)$ 를 뜻한다

$$\begin{bmatrix} \phi_0(t_0, l_1) & \phi_1(t_0, l_1) & \dots & \phi_{N-1}(t_0, l_1) \\ \phi_0(t_1, l_1) & \phi_1(t_1, l_1) & \dots & \phi_{N-1}(t_1, l_1) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \phi_0(t_{M_1-1}, l_1) & \phi_1(t_{M_1-1}, l_1) & \dots & \phi_{N-1}(t_{M_1-1}, l_1) \\ \Phi_0(f_0, l_2) & \Phi_1(f_0, l_2) & \dots & \Phi_{N-1}(f_0, l_2) \\ \Phi_0(f_1, l_2) & \Phi_1(f_1, l_2) & \dots & \Phi_{N-1}(f_1, l_2) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \Phi_0(f_{M_2-1}, l_2) & \Phi_1(f_{M_2-1}, l_2) & \dots & \Phi_{N-1}(f_{M_2-1}, l_2) \end{bmatrix}_{N \times N} \times \begin{bmatrix} a_0 \\ a_1 \\ a_2 \\ \vdots \\ a_{N-1} \end{bmatrix}_{N \times 1} = \begin{bmatrix} x(t_0) \\ x(t_1) \\ \vdots \\ x(t_{M_1-1}) \\ X(f_0) \\ X(f_1) \\ \vdots \\ X(f_{M_2-1}) \end{bmatrix}_{N \times 1} \quad (5)$$

초기 시간 데이터와 낮은 주파수 데이터에서 낮은 시간 데이터와 높은 주파수 데이터를 추정하는 것은 식(5)의 계수  $a_n$ 를 구하는 것과 같다. 따라서 계수  $a_n$ 는 식(5)에서 pseudo inverse를 통해 구할 수 있으며 식(6)에서 T는 transpose를 의미하며  $\theta$ 는 식 (7)을 의미한다. 여기서  $\theta$ 의 성분인  $\phi_n(t, l_1), \Phi_n(f, l_2)$ 은 각각 초기시간 및 높은 주파수에 대응되는 기저함수 이다.

$$a = [(\theta^T \theta)^{-1} \theta^T x] \quad (6)$$

낮은 시간 및 높은 주파수 데이터를 구하기 위해 위의 식(6)로부터 계산된 계수  $a_n$ 와  $M_1$ 개의 시간 영

역 기저함수  $\phi_n(t, l_1)$ ,  $M_1$ 개의 실수부 및 허수부 주파수 영역 기저함수  $\Phi_n(f, l_2)$ 를 통해 찾고자 하는 낮은 시간 및 높은 주파수 데이터를 추정할 수 있다. 이것은 식(8)과 같다.

$$\theta = \begin{bmatrix} \phi_0(t, l_1) \\ \phi_1(t, l_1) \\ \vdots \\ \phi_{M_1-1}(t, l_1) \\ Re\{\Phi_0(f, l_2)\} \\ Re\{\Phi_1(f, l_2)\} \\ \vdots \\ Re\{\Phi_{M_2-1}(f, l_2)\} \\ Im\{\Phi_0(f, l_2)\} \\ Im\{\Phi_1(f, l_2)\} \\ \vdots \\ Im\{\Phi_{M_2-1}(f, l_2)\} \end{bmatrix}_{N \times 1} \quad (7)$$

$$\begin{bmatrix} \phi_0(t_0, l_1) & \phi_1(t_0, l_1) & \cdots & \phi_{N-1}(t_0, l_1) \\ \phi_0(t_1, l_1) & \phi_1(t_1, l_1) & \cdots & \phi_{N-1}(t_1, l_1) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \phi_0(t_{M_1-1}, l_1) & \phi_1(t_{M_1-1}, l_1) & \cdots & \phi_{N-1}(t_{M_1-1}, l_1) \\ \Phi_0(f_0, l_2) & \Phi_1(f_0, l_2) & \cdots & \Phi_{N-1}(f_0, l_2) \\ \Phi_0(f_1, l_2) & \Phi_1(f_1, l_2) & \cdots & \Phi_{N-1}(f_1, l_2) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \Phi_0(f_{M_2-1}, l_2) & \Phi_1(f_{M_2-1}, l_2) & \cdots & \Phi_{N-1}(f_{M_2-1}, l_2) \end{bmatrix}_{(M_1+2M_2) \times N}$$

$$\times \begin{bmatrix} a_0 \\ a_1 \\ a_2 \\ \vdots \\ a_{N-1} \end{bmatrix}_{N \times 1} = \begin{bmatrix} x(t_0) \\ x(t_1) \\ \vdots \\ x(t_{M_1-1}) \\ X(f_0) \\ X(f_1) \\ \vdots \\ X(f_{M_2-1}) \end{bmatrix}_{N \times 1} \quad (8)$$

식 (5)에서 초기 시간 및 낮은 주파수 데이터의 샘플 수는 각각  $M_1$ ,  $M_2$ 이다. 다음으로, 하이브리드 방식에서 낮은 시간 및 높은 주파수를 구하기 위한 기저 함수가 표1과 같을 때 계수  $a_n$ 을 얻기 위해 식(6)이 사용되었다. 여기서  $N$ 은 기저함수의 수를 나타내며, 식(5)와 같이 정방 행렬로 만들기 위해 식(8)과 같이  $N = M_1 + 2M_2$  개가 선택되었다. 선형방정식의 해법으로는 CGM(Conjugate Gradient Method)을 사용 하였다.

## II. 본 론

낮은 시간 및 광대역 응답을 추정하기 위한 하이브

리드 방식에서는 시간 및 주파수 영역의 기저함수를 사용한다. 본 논문에서는 기존의 연구된 Hermite, Laguerre 두 기저 함수와 이번 논문에서 제안하는 Gaussian 기저 함수를 사용하여 전자파 응답을 추정한다. RBF(Radial Basis Function) 모델은 입력층, 출력층 은닉층으로 이루어져 있다. 가우시안 기저함수는 RBF 모델의 은닉층에 사용되는 함수로 모델변수에 대해 비선형성(non-linearity), 선형성(linearity)을 함께 나타낼수 있다. 가우시안 기저함수는 시간에 대해 단조 증가하거나 감소하는 특성을 갖게 되는데, 즉 전 반부 데이터와 기저함수의 시간 및 주파수가 유사할 수록 후반부 데이터가 유사해지는 특징이 있다. 이러한 이유로 본 논문에서는 Hybrid method의 기저 함수로 Gaussian 기저 함수를 제안한다.

### 2.1 Hermite 기저 함수

먼저 첫 번째로 선택한 기저 함수  $\phi_n(t, l_1) = h_n(t, l_1)$ 이다. 여기에서  $H_n(t/l_1)$ 은 Hermite 다항식이다. Hermite 함수는 Hermite 다항식에 변형된 형태이고 식(9)의  $h_n(t, l_1)$ 와 같다. 식(6)의 Fourier 변환 형태는 식(10)와 같고 이것은 계산을 통해 식(11)과 같이 주어진다.

$$\phi_n(t, l_1) = \frac{H_n(t/l_1)}{\sqrt{2^n n!}} \frac{e^{-\frac{t^2}{2l_1^2}}}{l_1 \sqrt{\sqrt{\pi}}}, \quad n = 0, 1, 2, \dots \quad (9)$$

$$\phi_n(t, l_1) \Leftrightarrow \Phi_n(f, l_2) \quad (10)$$

$$\frac{1}{\sqrt{l_1}} h_n(t, l_1) \Leftrightarrow (-i)^n h_n(f, l_2) \quad (11)$$

### 2.2 Laguerre 기저 함수

두 번째 기저 함수인 Laguerre 다항식은 식 (12)에서 정의된 바와 같고 이 다항식의 기저 함수  $\phi_n(t, l_1)$ 은 식(13)와 같다.

$$\begin{aligned} L_0(t) &= -1 \\ L_1(t) &= 1 - t \\ L_n(t) &= \frac{2n-1-t}{n} L_{n-1}(t) - \frac{n-1}{n} L_{n-2}(t) \end{aligned} \quad (12)$$

$$n = 2, 3, 4, \dots$$

$$\phi_n(t, l_1) = (1/\sqrt{l_1}) e^{-t/2l_1} L_n(t, l_1) \quad (13)$$

식(13)의 Fourier 변환은 식(14)와 같고 계산을 통

해 식(15)와 같이 주어진다.

$$\phi_n(t, l_1) \Leftrightarrow \Phi_n(f, l_2) \quad (14)$$

$$\Phi_n(f, l_2) = \frac{\left(-\frac{1}{2} + jf/l_2\right)^n}{\sqrt{2\pi l_2 \left(\frac{1}{2} + jf/l_2\right)^{n+1}}} \quad (15)$$

### 2.3 Gaussian 기저 함수

세 번째 기저 함수  $\phi_n(t, l_1)$ 는 Gaussian 함수이다. 이 함수는 식(16)와 같은 형태이다.

$$\phi_n(t, l_1) = \frac{1}{\sigma\sqrt{\pi}} e^{-\left(\frac{(t/l_1) - t_0}{\sigma}\right)^2} \quad (16)$$

이 식을 Fourier 변환하면 주파수 영역의 Gaussian 함수인 식(17)와 같다.

$$\Phi_n(f, l_2) = e^{-\left[\frac{(2\pi(f/l_2)\sigma)^2}{4} + j2\pi(f/l_2)t_0\right]} \quad (17)$$

다음 표 1은 위에서 설명한 기저함수들의 시간영역 및 주파수 영역에서의 형태이다. 표 1에서  $\phi_n(t, l_1)$ 와  $\Phi_n(f, l_2)$ 는 서로 Fourier 변환 관계에 있고, 계산된 결과에 의해 시간 및 주파수에 대한 기저함수는 표 1에서의 다항식과 같은 형태를 따른다.

표 1. 기저함수의 Fourier 변환표  
Table 1. Fourier transform of the basis functions

	Basis functions
Hermite	$\phi_n(t, l_1) = (1/\sqrt{l_1})h_n(t, l_1)$ $\Phi_n(f, l_2) = (-i)^n (1/\sqrt{l_2})h_n(f/l_2)$
Laguerre	$\phi_n(t, l_1) = (1/\sqrt{l_1})e^{-t/2l_1}L_n(t/l_1)$ $\Phi_n(f, l_2) = \frac{\left(-\frac{1}{2} + jf/l_2\right)^n}{\sqrt{2\pi l_2 \left(\frac{1}{2} + jf/l_2\right)^{n+1}}}$
Gaussian	$\phi_n(t, l_1) = \frac{1}{\sigma\sqrt{\pi}} e^{-\left(\frac{(t/l_1) - t_0}{\sigma}\right)^2}$ $\Phi_n(f, l_2) = e^{-\left[\frac{(2\pi(f/l_2)\sigma)^2}{4} + j2\pi(f/l_2)t_0\right]}$

## III. 실험

이 절에서는 세 가지 예제로부터 위의 하이브리드 방식을 검증하고 기존의 기저 함수와 제안된 Gaussian 함수로부터 추정된 결과의 MSE를 비교하여 최적의 기저 함수를 찾는다. 사용한 프로그램은 Wipl-d<sup>[6]</sup>로, MOM을 이용하여 주파수 영역에서 데이터를 구하는 프로그램이다.

### 3.1 큐브의 전자파 산란 신호의 예

그림 1은 xy평면 위에 놓여있는 큐브이다. 큐브의 구조는 1mx1mx1m이고 완전도체로 이루어져 있다. 유전체의  $\theta = 0$ ,  $\phi = 0$  방향에서 전류 데이터를 측정하였다. MOM 알고리즘을 사용해 구한 주파수 데이터는 0부터 2GHz까지 120개의 데이터 포인트, 시간 데이터는 0부터 3ns까지 70개의 데이터 포인트를 가진다. 이 두 영역 데이터로부터 시간 및 주파수 영역 데이터를 각각 40%, 30%인 28개, 36개의 데이터만 측정 가능하다고 가정하고, 위의 식(5)에 하이브리드 방법으로부터 낮은 시간 및 높은 주파수의 전류 응답을 구한다. 계수의 수  $N$ 는  $100(=28 + 2 \times 36)$ 개로 선택되었다.

그림 2는 시간 영역에서의 추정 결과 이다. 그림 2에서 0.8ns, 그림 3에서 0.65GHz의 이전 데이터는 초기 시간 및 낮은 주파수를 의미하며 이후에 위치한 데이터는 낮은 시간 및 높은 주파수의 데이터 이다. 시뮬레이션을 통해 구한 데이터는 표의 MOM을 뜻하고 각각의 기저함수에 대한 추정 결과는 그림에 표시된 표와 같다. 그림 2에서 보는 바와 같이 시간영역에서 추정된 전류 응답이 실제 전류 응답과 거의 일치하는 것을 볼 수 있다. 이와 동일하게 그림 3에서 추정한 주파수 영역에서의 데이터 복구 결과가 거의 일치하는 것을 볼 수 있다. 전류 응답 결과를 구하는 시간을 보면, 시뮬레이션에 걸린 시간은, 1개의 데이터

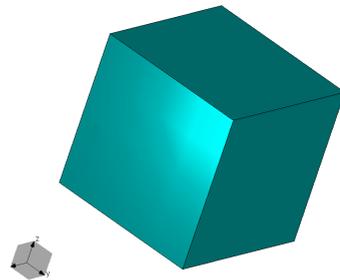


그림 1. 1m×1m×1m 큐브의 구조  
Fig. 1. Structure of the dielectric cube(1m×1m×1m)

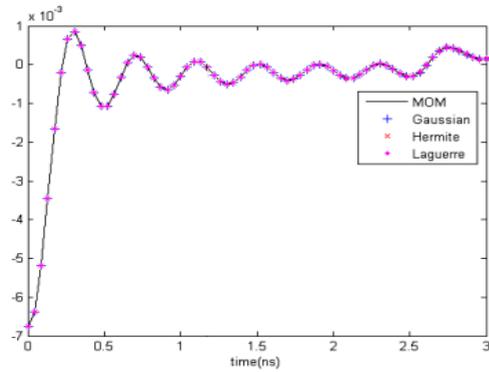


그림 2. 큐브에 대한 시간 영역 응답의 결과  
Fig 2. The result of time domain response for a cube

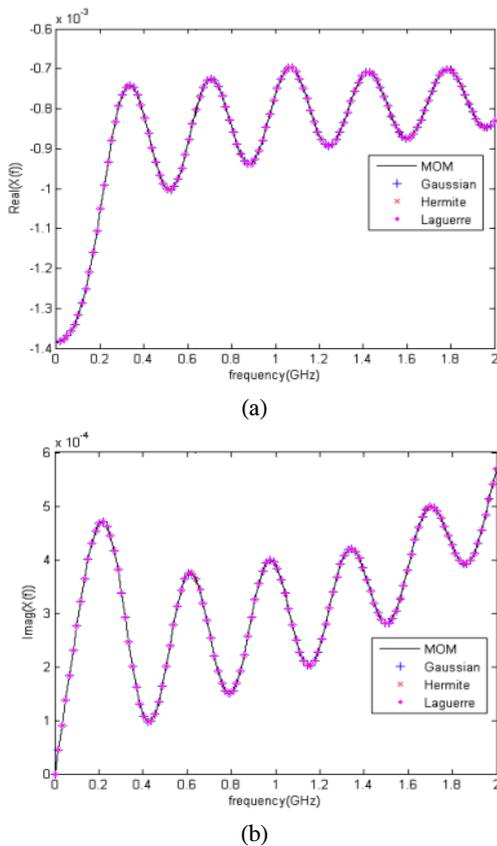


그림 3. 큐브에 대한 주파수 영역 응답의 결과, (a)는 실수이고 (b)는 허수  
Fig. 3. The result of frequency domain response for a cube, (a)real part and (b)imaginary part

에 5분 9초로 총 12시간 52분 30초가 소요된다. 그러나 초기시간 및 낮은 주파수 데이터를 이용한 하이브리드 방법에 걸리는 시간은 3시간 26분으로 상당히

차이가 나는 것을 확인 할 수 있었다.

그림 4는 시간과 주파수 영역에서 계수의 증가에 따른 전류 응답의 MSE 이다. 위에서부터 차례로 Hermite, Laguerre, Gaussian 함수를 뜻하며 시간 영역에서는  $N$ 이 100개 일 때 가장 작은 오차를 가지고 주파수 영역에서는 110개 일 때 가장 작은 오차를 가진다. 세 가지 기저함수의 MSE 결과를 보면 Gaussian 함수가 더 좋은 성능을 보이는 것을 확인할 수 있다.

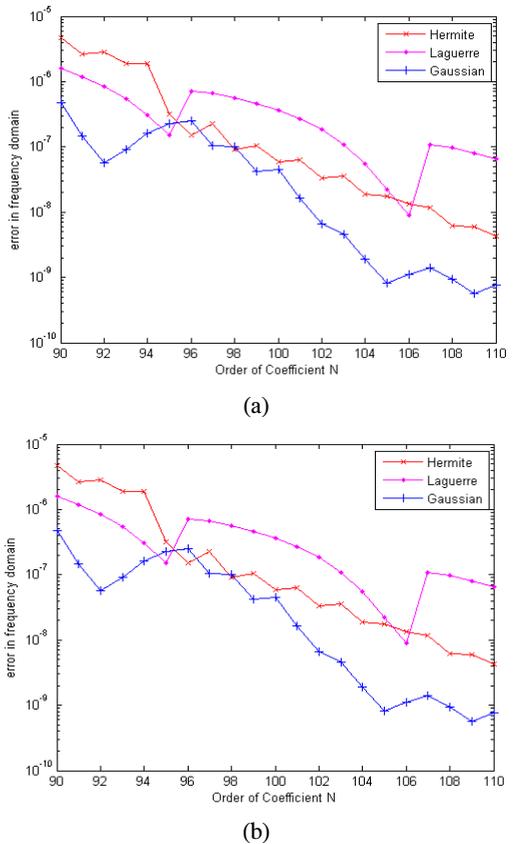


그림 4. 세 가지 기저 함수로부터 추정된 응답의 MSE ((a)는 시간 영역, (b)는 주파수 영역)  
Fig. 4. Three basis functions estimated from the response of the MSE ((a)time domain, (b)frequency domain)

### 3.2 구의 전자파 산란 신호의 예

이 예제는 원점을 중심으로 위치한 구이다. 이 구는 반지름이 0.2m이고 96개의 면과 완전 도체로 구성되어 있다. Wipl-d로부터  $\theta = 0, \phi = 0$  방향인  $x$ 축에서 보낸 신호로부터  $x = -0.2m, y = 0, z = 0$  인 점에서 전류의 산란에 대해 측정하였다. MOM 알고리즘을 사용해 구한 주파수 데이터는 0부터 2GHz까지 150개의 데이터 포인트, 이 주파수 영역 데이터를 역

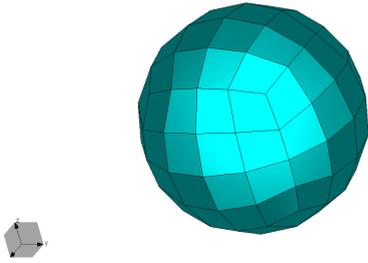


그림 5. 반지름이 0.2m인 구의 구조.  
Fig. 5. Structure of dielectric Sphere with 0.2 m of radius

Fourier 변환을 통해 구한 시간 영역 데이터는 0부터 3ns까지 70개의 데이터 포인트를 가진다. 이 두 영역 데이터로부터 큐브와 동일한 조건으로, 시간 및 주파수 영역 데이터를 약 40%, 30%인 28개, 45개의 데이터만 측정 가능하다고 가정한 다음, 위의 식(5)에 나와 있는 하이브리드 방법으로부터 낮은 시간 및 높은 주파수의 전류 응답을 구한다. 계수의 수  $N$  는  $118(=28 + 2 \times 45)$ 개로 선택되었다.

그림 6은 구에 흐르는 전류에 대한, 시간 영역에서의 추정 결과이고 그림 7은 주파수 영역에서의 추정 결과이다. 그림 6, 그림 7에서 0.8ns 및 0.54GHz 이전 부분은 초기 시간 및 낮은 주파수를 의미하며 이후 부분은 낮은 시간 및 높은 주파수를 의미한다. 그림 6, 7의 표는 각각 MOM 프로그램 데이터, Gaussian 함수의 전류 응답 데이터, Hermite 함수의 전류 응답 데이터, Laguerre 함수의 전류 응답 데이터이다. 보는 바와 같이 세 가지 기저 함수로부터 추정된 낮은 시간 및 높은 주파수의 전류 응답이 실제 전류 응답과 거의 일치 하는 것을 볼 수 있다. 이와 동일하게 그림 7의

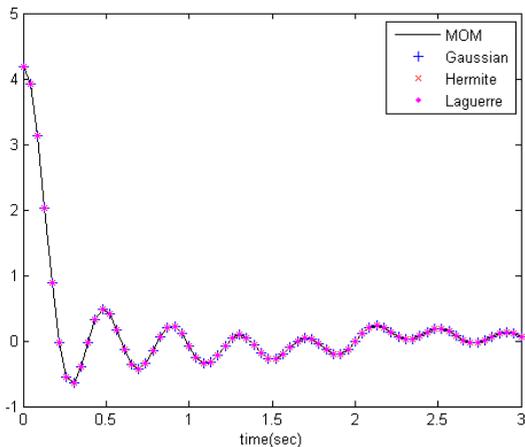
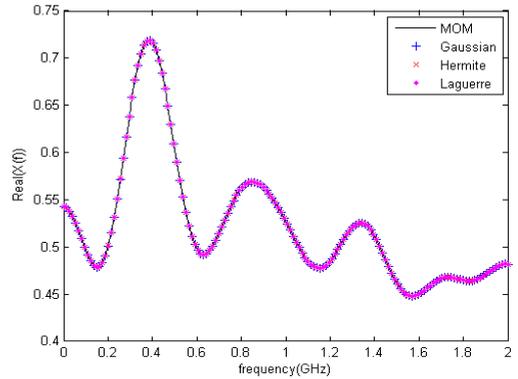
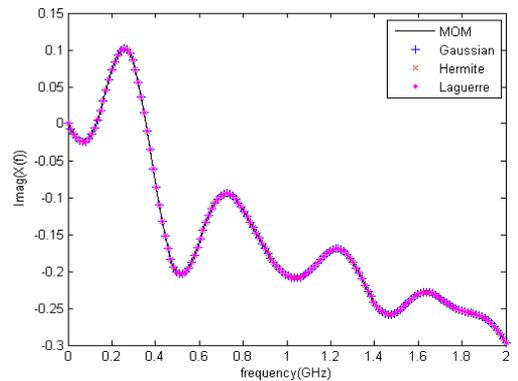


그림 6. 구에 대한 시간 영역의 응답 결과  
Fig. 6. The result of time domain response for a sphere



(a)



(b)

그림 7. 구에 대한 주파수 영역의 응답 결과, (a)는 실수부이고 (b)는 허수부  
Fig. 7. The result of frequency domain response for a sphere, (a)real part and (b)imaginary part

주파수 영역에서 추정된 전류 응답 데이터 복구 결과 또한 일치하는 것을 확인 할 수 있다. MOM 프로그램의 해석에 걸린 시간은 데이터 당 1분 43초로 총 4시간 17분 30초가 걸렸다. 그러나 기저 함수를 이용한 하이브리드 방식에 걸린 시간은 1시간 8분 40초로 상당한 차이를 보이고 있다.

그림 8의 (a)와 (b)는 세 개의 기저함수 각각의 시간과 주파수 영역에서 계수의 증가에 따른 전류 응답의 MSE이다. 앞에서 실험한 큐브와 동일하게 Gaussian 함수에서 더 좋은 성능을 보여준다.

### 3.3 타원형 구의 전자파 산란 신호의 예

두 예제에서와 동일한 xy평면에서의 타원형인 구의 전류를 측정 하였다. 이 타원형인 구는 x방향으로 길이가 2m이고 z방향으로 높이가 1.4m인 유전체이다. Wipl-d로부터  $x = -0.1m$ ,  $y = 0$ ,  $z = 0$ 인 점에서 구의 전류에 대한 주파수 데이터를 얻을 수 있다.

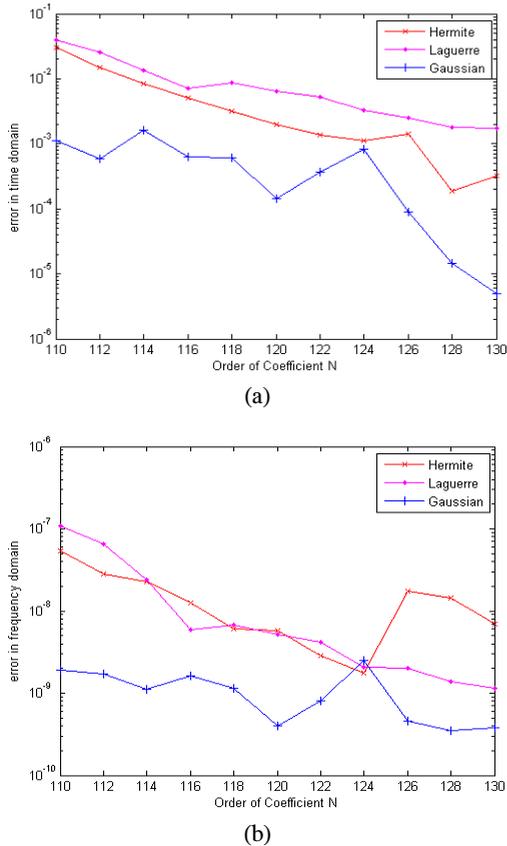


그림 8. 세 가지 기저 함수로부터 추정된 응답의 MSE((a)는 시간 영역, (b)는 주파수 영역)  
 Fig. 8. Three basis functions estimated from the response of the MSE ( (a)time domain, (b)frequency domain )

MOM 프로그램을 통해 구한 주파수 데이터는 0부터 450MHz까지 100개의 데이터 포인트, 이 주파수 영역 데이터를 역 Fourier 변환을 통해 구한 시간 영역 데이터는 0부터 15까지 70개의 데이터 포인트를 가진다. 이 두 영역 데이터로부터 큐브와 동일한 조건으로, 시간 및 주파수 영역 데이터를 약 40%, 30%인 28개, 30개의 데이터만 측정 가능하다고 가정한다. 다음, 위

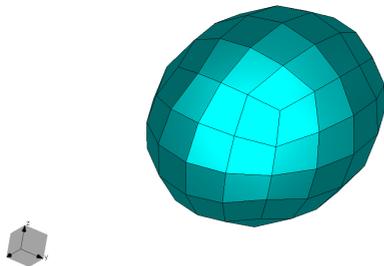


그림 9. 타원형 구의 구조 (길이 2m, 높이 1.4m)  
 Fig. 9. Scattered of dielectric Prolate spheroid (Length = 2m, height = 1.4m)

의 식(5)에 나와 있는 하이브리드 방법으로부터 낮은 시간 및 높은 주파수의 전류 응답을 구한다. 계수의 수  $N$ 는  $88(=28 + 2 \times 30)$ 개로 선택되었다.

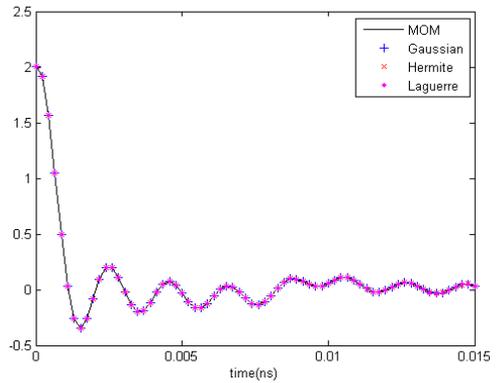


그림 10. 타원형 구에 대한 시간 영역의 응답 결과.  
 Fig. 10. The result of time domain response for a prolate spheroid

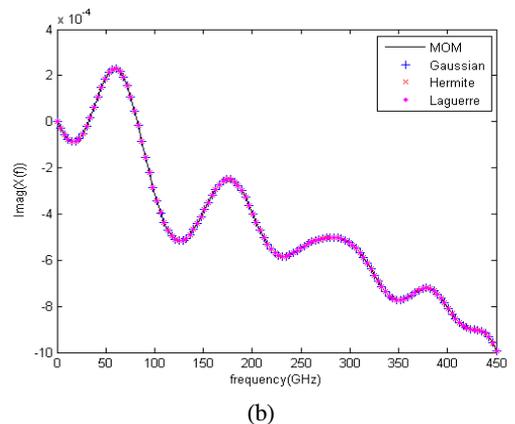
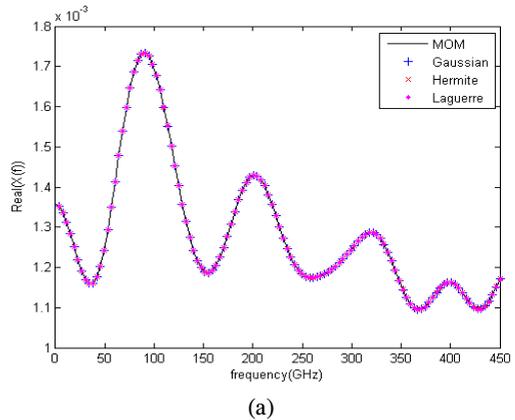


그림 11. 타원형 구에 대한 주파수 영역의 응답 결과, (a)는 실수이고 (b)는 허수  
 Fig. 11. The result of frequency domain response for a prolate spheroid, (a)real part and (b)imaginary part

위의 두 예제와 동일하게 0.4ns의 전반부 데이터는 초기 시간 데이터를, 149GHz의 전반부 데이터는 낮은 주파수를 의미하고 후반부 데이터는 낮은 시간 및 높은 주파수를 의미한다. 그림에 표시된 표로부터 순서대로 MOM 프로그램의 데이터, 가우시안 함수로부터 추정된 데이터, Hermite 함수로부터 추정된 데이터, Laguerre 함수로부터 추정된 데이터를 뜻하며 보는 바와 같이 세 가지 기저 함수로부터 추정된 전류 응답이 실제 전류 응답과 거의 일치하는 것을 볼 수 있다. 이와 동일하게 추정한 주파수 영역에서의 재건 결과도 거의 일치하는 것을 볼 수 있다. 위의 두 예제와 동일한 방식으로 걸리는 시간 역시 시뮬레이션 툴의 해석 결과는 5분, 하이브리드 방식으로 추정된 결과는 1분 20초로 하이브리드 방식을 이용하여 전류 응답을 구하는데 걸리는 시간이 더 짧은 것을 확인할 수 있었다.

그림 12의 (a)와 (b)는 세 개의 기저함수로부터 하이브리드 방식으로 추정한 낮은 시간 및 높은 주파수

의 결과에 대해 MSE를 비교한 그림이다. 실험한 큐브 및 구와 동일하게 Gaussian 함수가 더 좋은 성능을 보여준다.

#### IV. 결론

본 논문에서는 전반부 시간 및 주파수 데이터에 하이브리드 방법을 적용하여, 후반부 시간 및 주파수의 전류 응답 추정에 대한 문제를 다루고 있다. 세 가지 물체의 전류 응답을 추정하기 위해 기저 함수들을 이용하였다. 각각의 시간에 대한 기저 함수로부터 Fourier 변환을 통해 주파수에 대한 기저 함수를 구하였고 하이브리드 방식을 적용하여 낮은 시간 응답 및 주파수 응답을 구하였다. Gaussian 기저 함수는 충분한 정보를 가지는 경우에 기존의 방법들보다 우수하다 할 수 있다. 논문에서 제안된  $N = M_1 + 2M_2$ 에서는 비교적 정확한 것을 볼 수 있으며 가장 최소의 MSE를 가지는 것을 확인할 수 있었다. 이것으로부터 세 기저 함수 중 Gaussian 함수의 성능이 가장 뛰어난다는 것을 확인 하였다.

#### References

- [1] M. Yuan, J. Koh, and T. K. Sarkar, "A comparison of performance of three orthogonal polynomials in extraction of wide-band response using early time and low frequency data," *IEEE Trans. Antenna and Propag.*, vol. 53, no. 2, pp. 785-792, Feb. 2005.
- [2] M. Yuan, T. K. Sarkar, J. Koh, and B. H. Jung, "Conditions for generation of Stable and Accurate hybrid td-fd mom solutions," *IEEE Trans. Microw. Theory Tech.*, vol. 54, no. 6, pp. 2552-2563, Jun. 2006.
- [3] M. M. Rao, T. K. Sarkar, T. Anjali, and R. S. Adve, "Simultaneous extrapolation in time and frequency domain using hermite expansions," *IEEE Trans. Antenna and Propag.*, vol. 47, no. 6, pp. 1108-1115, Jun. 1999.
- [4] T. K. Sarkar and J. Koh, "Generation of a wide-band electromagnetic response through a laguerre expansion using early-time and low-frequency data," *IEEE Trans. Microw.*

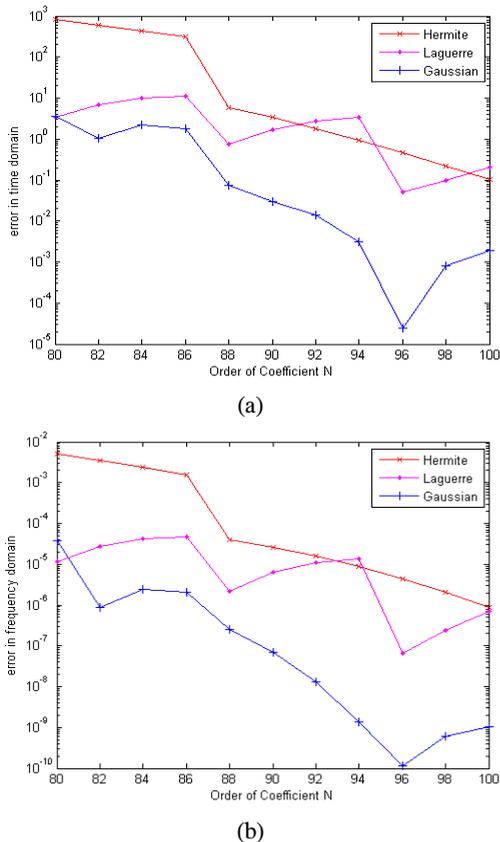


그림 12. 세 가지 기저 함수로부터 추정된 응답의 MSE((a)는 시간 영역, (b)는 주파수 영역)  
Fig. 12. Three basis functions estimated from the response of the MSE ( (a)time domain, (b)frequency domain )

*Theory Tech.*, Vol. 50, no. 5, pp. 1408-1416, May 2002.

- [5] M. Yuan and T. K. Sarkar, "Use of discrete laguerre sequences to extrapolate wide-band response from early-time and low-frequency data," *IEEE Trans. Microw. Theory and Tech.*, vol. 52, no. 7, pp. 1740-1750, Jul. 2004.
- [6] B. M. Kolundzija, J. S. Ognjanvic, T. K. Sarkar, and R. F. Harrington, *WIPL software for Electromagnetic Modeling of Composite Wire and plate Structures*, MA: Artech House, London, 1995.

이 제 훈 (Je-hun Lee)



2012년 2월 : 경상대학교 전자공학과 졸업  
2012년 3월~현재 : 경상대학교 전자공학과 석사과정  
<관심분야> 신호처리, 레이더 시뮬레이션

류 병 주 (Beong-ju Ryu)



2012년 2월 : 경상대학교 전자공학과 졸업  
2012년 3월~현재 : 경상대학교 전자공학과 석사과정  
<관심분야> RFID, RF design  
레이더 신호처리

고 진 환 (Jinhwan Koh)



1999년 12월 : 시라큐스대학 전기공학과 박사  
2003년 3월~현재 : 경상대학교 전자공학과 교수  
<관심분야> 레이더 시스템, 전자파 측정, 신호처리