

이중 편파 안테나시스템의 오수신 확률 분석

왕 한 호[°], 노 고 산^{*}, 방 승 재^{**}, 박 윤 옥^{***}

Outage Probability Analysis of Dual-Polarized Antenna System

Hanho Wang[°], Gosan Noh^{*},
Seungjae Bahng^{**}, Youn Ok Park^{***}

요 약

이중 편파 안테나 시스템은 근거리 가시광 통신 채널 환경에서 통신하기 위한 기술로 연구되어왔다. 본 논문에서는 편파 회전각이 미정렬된 상황에서 편파 안테나 간 발생하는 간섭을 고려한 랜덤 변수의 확률 밀도 함수를 구하고, 오수신(outage) 확률을 분석하였다. 또한 편파 회전각이 미정렬된 이중 편파 안테나 시스템의 상한 전송 용량이 4.5324 bps/hz 임을 밝혔다.

Key Words : Dual polarization antenna

ABSTRACT

Dual-polarization antenna system has been being researched for wireless communications under short range line-of-sight channel environments. In this paper, probability density function of signal-to-interference-ratio(SIR) for the dual-polarization antenna system is derived, and SIR outage is analyzed. It is shown that the upper bound capacity of a dual-polarization antenna system without polarization alignment is 4.5324 bps/hz.

I. 서 론

이중 편파 안테나는 수평과 수직 안테나로 구성되

어 직교하는 두 개의 다중화 채널^[1]을 형성한다. 이상적인 운용 시나리오에서 송신 안테나와 수신 안테나는 회전각이 정렬되어 있어야 한다. 미정렬 시 편파 회전각에 따라 수신 신호 강도에 손실이 발생하고^[2] 이중 편파 안테나의 경우 수평 수직 안테나 간 간섭이 발생하며 전송 용량이 감소한다^[3]. 기존 연구에서 단일 편파 회전각이 미정렬된 상황에 대한 전송 용량 분석은 이루어 졌으나^[2], 이중 편파 안테나의 수직/수평 안테나 간 간섭을 고려한 전송 용량 분석은 이루어지지 않았다.

본 논문에서는 최대 편파 회전각이 $\pi/2$ 인 이중 편파 안테나 시스템의 수직/수평 안테나 간 간섭을 고려하여 수신단의 신호 대 간섭비(signal-to-interference ratio, SIR)에 대한 확률 밀도 함수를 구하였다. 이로부터 SIR 오수신 확률(outage probability)을 분석하여 닫힌 형식(closed form) 수식으로 표현하였다.

II. 본 론

2.1 이중 편파 안테나 채널 모델

이중 편파 안테나는 수직/수평 편파 안테나로 구성되며, 편파 안테나 회전각 및 다중 경로 채널에 의하여 다음과 같은 채널 모델을 갖는다^[2].

$$W = \left(1_{\frac{N}{2} \times \frac{M}{2}} \otimes \Sigma\right) \odot (R_{rx}^{1/2} \cdot H \cdot R_{tx}^{1/2}) \quad (1)$$

수식 (1)에서 N 과 M 은 각각 송수신 안테나 수를 의미하며, Σ 는 편파 회전각에 의한 편파 간 식별력(cross polarization discrimination)을 의미한다. $R_{rx}^{1/2}$ 과 $R_{tx}^{1/2}$ 는 송수신 안테나 간 상관도를 의미하며, H 는 $N \times M$ 행렬로 각각의 원소는 독립적인 복소 가우시안 랜덤 변수이다. \otimes 과 \odot 는 각각 크로네커(Kronecker)곱과 하다마드(Hadamard)곱이다. 특히 이중 편파 안테나인 경우 Σ 는 편파 회전각 θ 에 따라 다음과 같은 수식으로 표현될 수 있다^[2].

* 본 연구는 미래창조과학부의 정부출연금사업의 일환으로 수행하였음. [14ZI1100, 트래픽 용량 증대를 위한 액세스 네트워크 원천기술 연구]

° First and Corresponding Author: Sangmyung University Department of Information and Telecommunication Engineering, hhwang@smu.ac.kr, 정희원

* Electronics and Telecommunications Research Institute, gsnoh@etri.re.kr, 정희원

** Electronics and Telecommunications Research Institute, sjbahng@etri.re.kr, 종신회원

*** Electronics and Telecommunications Research Institute, parkyo@etri.re.kr, 정희원

논문번호 : KICS2014-10-422, Received October 20, 2014; Revised November 2, 2014; Accepted December 1, 2014

$$\Sigma = \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix} \quad (2)$$

이중 편파 안테나를 사용하므로 다중 안테나 간 상관도를 고려하지 않으면, 수직/수평 안테나에서 각각 s_V 와 s_H 를 전송할 때 수신 신호는 다음과 같다.

$$\begin{bmatrix} y_V \\ y_H \end{bmatrix} = \Sigma \odot \begin{bmatrix} h_{V,V} h_{V,H} \\ h_{H,V} h_{H,H} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} s_V \\ s_H \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \omega_V \\ \omega_H \end{bmatrix} \quad (3)$$

수식(3)으로부터 수직 안테나의 신호 개 간섭 및 잡음을 구하여 보면 다음과 같이 계산할 수 있다.

$$SINR_V = \frac{|h_{V,V}|^2 \cos^2(\theta) |s_V|^2}{|h_{V,H}|^2 \sin^2(\theta) |s_H|^2 + |\omega_V|^2} \quad (4)$$

이중 편파 안테나가 동작하는 환경으로 반사파가 잘 형성되지 않는 높은 주파수 대역과 가시광 통신 채널을 형성할 수 있는 스몰셀(small cell) 등의 근거리 통신 환경이 고려되고 있다^{2,3)}. 따라서 수신 신호 강도는 수신기 잡음 대비 매우 클 것이며 수직/수평 안테나의 송신 전력이 동일할 때, 수식 (4)는 다음과 같이 SIR로 근사화 된다.

$$SINR_V \approx SIR_V = \frac{|h_{V,V}|^2 \cos^2(\theta)}{|h_{V,H}|^2 \sin^2(\theta)} \quad (5)$$

2.2 SINR 오수신(Outage) 확률 분석

수식 (5)는 두 개의 랜덤 변수로 표현된다.

$$SIR_V = \frac{|h_{V,V}|^2}{|h_{V,H}|^2} \cdot \frac{\cos^2 \theta}{\sin^2 \theta} = A \cdot B \quad (6)$$

수식(6)에서 A 와 B 는 각각 $|h_{V,V}|^2/|h_{V,H}|^2$ 와 $\cos^2(\theta)/\sin^2(\theta)$ 에 대응된다. SIR에 기반하여 오수신률을 분석하기 위하여 SIR에 대한 확률 밀도함수를 구하여야 한다. 위의 확률 밀도 함수에 대하여는 밝혀진 바 없으므로 A 와 B 에 대한 확률 밀도 함수를 각각 구한 후 최종 SIR에 대한 확률 밀도 함수를 구하도록 한다.

랜덤 변수 A 를 구성하는 $h_{V,V}, h_{V,H}$ 가 복소 가우시안 랜덤 변수 이므로 $|h_{V,V}|^2, |h_{V,H}|^2$ 는 평균이 $\lambda_{V,V}$ 와 $\lambda_{V,H}$ 인 독립된 지수 랜덤 변수가 된다.⁴⁾ $|h_{V,V}|^2/|h_{V,H}|^2$ 인 랜덤 변수의 함수에 대하여 계산하면 다음과 같은 확률 밀도 함수를 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} f_A(a) &= \int_0^\infty \frac{c}{\lambda_{V,V} \cdot \lambda_{H,V}} e^{-\frac{ac}{\lambda_{V,V}}} \cdot e^{-\frac{c}{\lambda_{H,V}}} dc \\ &= \frac{\lambda_{V,V} \cdot \lambda_{H,V}}{(\lambda_{V,V}c + \lambda_{H,V})^2} = \frac{1}{(a+1)^2} \end{aligned} \quad (7)$$

수직, 수평 안테나의 전송 전력이 동일하다면 $\lambda_{V,V}$ 과 $\lambda_{V,H}$ 이 같을 때 수식 (7)의 두 번째 등호가 성립한다.

랜덤 변수 B 에 대한 확률 밀도 함수를 구한다. 랜덤 변수 B 는 다음과 같이 다시 표현될 수 있다.

$$B = \frac{\cos^2 \theta}{\sin^2 \theta} = \cot^2 \theta \quad (8)$$

이중 편파 안테나의 회전각 θ 는 0부터 $\pi/2$ 사이에서 균등 분포(uniform distribution)을 갖는다²⁾. 따라서 θ 의 확률 분포로부터 랜덤 변수 B 의 확률 밀도 함수를 구하는 것은 다음과 같이 계산될 수 있다.

$$\begin{aligned} f_B(b) &= \frac{1}{\left| \frac{d \cot^2 \theta}{d \theta} \right|} \cdot f_\theta(t) \\ &= \frac{1}{2 \cot \theta \cdot \csc^2 \theta} \cdot \frac{2}{\pi}, \theta = \text{arccot}(\sqrt{b}) \end{aligned} \quad (9)$$

수식 (9)에서 $\csc^2(\text{arccot}(\sqrt{b})) = 1+b$ 이므로 대입하면, B 대한 확률 밀도 함수는 다음과 같다.

$$f_B(b) = \frac{1}{\pi \sqrt{b}(1+b)} \quad (10)$$

랜덤 변수 A 와 B 의 곱에 대한 랜덤 변수 C 의 확률 밀도 함수는 두 개의 랜덤 변수의 함수 계산 방법^{4)(6.2절)}과 부분 분수 전개(partial fraction expansion)에 의한 적분 계산을 통하여 다음과 같이 유도될 수 있다.

$$\begin{aligned} f_{SINR_V}(c) &= \int_0^\infty \frac{1}{|b|} f_A\left(\frac{c}{b}\right) \cdot f_B(b) \cdot db \\ &= \int_0^\infty \frac{1}{b(1+c/b)^2} \cdot \frac{1}{\pi \sqrt{b}(1+b)} db \\ &= \frac{1}{2\sqrt{c}(1+\sqrt{c})^2} \end{aligned} \quad (11)$$

오수신 확률은 일반적으로 SIR 값이 특정 임계치 X_{th} 이하의 값일 확률로 정의된다. 따라서 이중 편파 안테나를 사용하는 통신 시스템의 SIR 오수신 확률은 수식 (11)에 대한 간단한 적분 계산을 통하여 다음과 같은 닫힌 형식의 수식으로 표현할 수 있다.

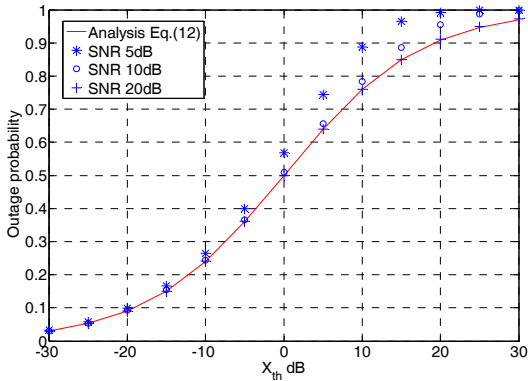


그림 1. SNR에 따른 오수신 확률 분석 값과 실험 값 비교
Fig. 1. Outage probability comparison between analytic values and simulation values depending on SNR

$$P_{out}(X_{th}) = \int_0^{X_{th}} f_{SNR_V}(c)dc = \frac{1}{1 + 1/\sqrt{X_{th}}} \quad (12)$$

수식 (11)에서 이중 편파 안테나 수신 SIR에 대한 확률 밀도 함수를 구하였으므로, 이를 이용하여 평균 전송 용량(ergodic capacity)를 계산할 수 있다. 쉽게 계산되는 적분 형태가 아니므로 참고문헌^{[5](4.295.4수식)}의 도움으로 계산 결과를 얻을 수 있었다.

$$C_V = \int_0^\infty \log_2(1+c) \frac{1}{2\sqrt{c}(1+\sqrt{c})^2} dc \quad (13)$$

$$= \frac{\pi}{\log(4)}$$

수식 (13)에는 수직 안테나에 대한 전송 용량만 계산되었으나, 수평 안테나에 대한 SIR 확률 분포가 수식 (11)과 동일할 것이므로 이중 편파 안테나 시스템의 평균 전송 용량은 C_V 의 두 배인 $\pi/\log(2)$ (4.5324 bps/hz)가 된다. 특히, 수식 (5)의 근사화로부터 수식 (13)의 값은 이중 편파 안테나 시스템의 상한(upper bound)전송 용량이 됨을 알 수 있다.

2.3 실험을 통한 검증

수식 (4)와 동일하게 랜덤 변수를 발생하여, 이중 편파 안테나 시스템의 SIR 오수신 확률을 그림 1에 도시하였다. 범례에 SNR은 수식 (4)에서 수식 (5)로 근사화하는 과정에서 $|s_{V1}|^2/|\omega_{V1}|^2$ 를 데시벨 단위로 표시한 것이다. SNR이 증가함에 따라 실험 결과가 분석 결과에 접근해 가는 것을 확인할 수 있으며, SNR 20 dB가 되면 분석 결과와 실험 결과가 매우 정확히 일치하고 있음을 알 수 있다. 이중 편파 안테나 시스

템은 가시선 통신 환경에서 근거리 송수신을 목적으로 하고 있으므로 그림 1의 결과의 중요성이 강조된다.

$X_{th}=0$ dB을 기준으로 50%의 오수신이 발생하므로 편파 회전각이 최대 $\pi/2$ 만큼 발생하는 환경에서는 신뢰성 있는 통신을 기대하기 어렵다. 따라서 편파 회전각 추정 및 보상 기술 및 다이버시티(diversity)에 의한 오수신 성능 개선이 요구된다.

III. 결론

이중 편파 안테나 시스템은 가시광 통신 채널 환경에서 근거리 통신을 위한 기술로 개발되고 있다. 본 논문에서는 최대 편파 회전각이 $\pi/2$ 인 상황에서 이중 편파 안테나 시스템의 SIR 오수신 확률을 분석하였고 닫힌 형식의 수식으로 표현하였다. 또한 동일한 환경에서 이중 편파 안테나 시스템의 상한 전송 용량이 4.5324 bps/hz 임을 밝혔다.

References

- [1] Y. Yang, D. Jeong, H. Lim, Y. Park, and J. Kim, "Optimal antenna angles for data transmission systems using multiple linear polarized antennas," *J. KICS*, vol. 38A, no. 11, pp. 976-968, Nov. 2013.
- [2] H. Joung, H. Jo, C. Mun, and J. G. Yook, "Capacity loss due to polarization-mismatch and space-correlation on MISO channel," *IEEE Trans. Wirel. Commun.*, vol. 13, no. 4, pp. 2124-2136, Apr. 2014.
- [3] J. Choi, B. Clerckx, and D. Love, "Differential codebook for general rotated dual-polarized MISO channels," in *Proc. IEEE Global Commun. Conf.*, pp. 1-5, Anaheim, USA, Dec. 2012.
- [4] A. Papoulis, *Probability, Random Variables and Stochastic Processes*, 4th Ed., NY: McGrawHill, 2002.
- [5] I. S. Gradshteyn, *Table of Integrals, Series, and Products*, 7th Ed., Academic Press, 2007.