

誌 文

# Nonorthogonal 基本函數의 信號處理

著者 安 聖 烈\* 正會員 李 門 浩\*\*

## Nonorthogonal Basis Functions to Signal Processing

Seoung Ryeul AN\* Associate Member, Moon Ho LEE\*\*, Regular Member

**要 約** Walsh function은 최근 디지털信號處理에 많이 이용되고 있다. 本論文에서는 Walsh 波數를 非線形 시스템에 적용하여 信號를 檢出할 때 有用함을 보였다. Nonorthogonal 三角波信號는 주파數波數로 나타낼 수 있다. Nonorthogonal 基本函數의 信號處理는 양쪽편에서 각각의 좋은 맞추는 특성을 갖는 2차원 信號를 處理할 수 있음을 확인했다.

**ABSTRACT** An interesting area of application which makes use of the unique features of the walsh series is that of non-linear stochastic problems. In particular, some success has been obtained in improving the efficiency of signal detection for those transducers which are essentially non-linear in operation. The set of harmonically-related non-orthogonal triangle waves is shown to form a basis spanning the same function space representable by fourier(trigonometric) series. A method for generating nonorthogonal bases for signal representation is presented tailor-made basis function can be used for specific purposes. Fundamental proofs of the basis properties of the representation are examined along with examples illustrating the techniques and computer simulation.

### 1. 서 론

수기파형으로 나타내는 신호의 해석은 해설로 그에서 디지털화되어가는 오늘날 이르기까지 주파수에 급수가 신호처리에 유용하게 사용되고 있다. 최근 디지털 신호에서는 Walsh, Hadamard, Cosine, Haar 그리고 Slant 등의 orthogonal의 기본함수인 변환 부호화로 영상신호를 처리하고 있다.

본 논문에서는 orthogonal이 아닌 nonorthogonal한 수기함수로 신호처리방법을 제시했다<sup>(1)</sup>.

nonorthogonal 기본함수는 orthogonal에서 보이고 있는 데이터 압축, sparse가 됨을 보이기 위하여 triangular 기본함수들을 적용하므로 모든 신호들이 이루고 있는 cosine과 sine의 신호를 나타낼 수 있다. 또 nonorthogonal함수가 linear bijec

tive map이나 banach space에 있음을 증명하므로 mapping 관계 및 수렴성을 보이고 평균자승오차도 구했다<sup>(2)</sup>.

nonorthogonal은 자유로이 만들 수 있는 새로운 함수를 가지고 있어 특수한 목적에 사용할 수 있고 신호합성과 신호분석 그리고 데이터 압축 등에 적용할 수 있다. 최근에 DSP IC가 나오므로써 nonlinear 처리를 더욱 용이하게 구현할 수 있다

### 2. 비선형 함수를 Walsh(orthogonal) 함수로 표시

Walsh 함수를 비선형에 적용하는 방법은 그림 1과 같다. 만일 주어진 파형들은 Walsh 함수들의 순서에 의해서 파형들을 한 단계씩 원래 신호에 접근시켜 나타낼 수 있다면 독립된 계단들의 크기는 변하나 전체적인 계단수는 변하지 않는다<sup>(6)</sup>. 입력 신호가 다음과 같이 Walsh 함수로 나타낸다면

$$X(t) = \text{WAL}(r, t) + \text{WAL}(s, t) \quad (1)$$

\*\*\* 全北大學校 工科大學 電子工學科

Dept. of Electronics Engineering Chonbuk National University Korea

論文番號 : 85-04 (接受 1984. 12. 31)

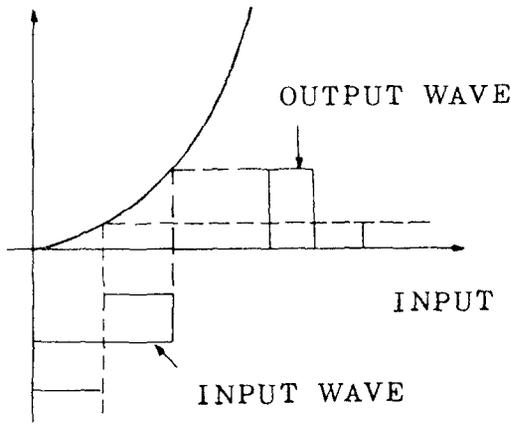


그림 1 계단신호의 비선형연산처리  
Non-linear operations on a stair-stepped signal.

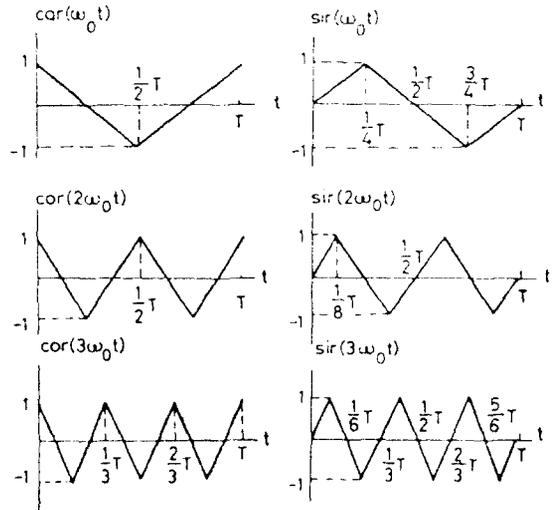


그림 2 삼각기초함수  
Triangular basis function.

출력신호는 전력자승법칙에 의해 식(2)와 같이 표시된다.

$$y(t) = a_1 x(t) + a_2 x^2(t) + a_3 x^3(t) \quad (2)$$

식(1)과 식(2)에서

$$\begin{aligned} y(t) = & a_1 [\text{WAL}(r, t) + \text{WAL}(s, t)] \\ & + a_2 [\text{WAL}^2(r, t) + \text{WAL}^2(s, t) \\ & + 2\text{WAL}(r, t)\text{WAL}(s, t)] \\ & + a_3 [\text{WAL}^3(r, t) + \text{WAL}^3(s, t) \\ & \quad \text{WAL}(r, t) \\ & + 2\text{WAL}^2(r, t)\text{WAL}(s, t) \\ & + \text{WAL}(s, t)\text{WAL}^2(r, t) \\ & + \text{WAL}^3(s, t) + 2\text{WAL}(r, t) \\ & \quad \text{WAL}^2(s, t)] \end{aligned} \quad (3)$$

Walsh 변환의 덧셈이론에 의해서 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\begin{aligned} y(t) = & a_1 [\text{WAL}(r, t) + \text{WAL}(s, t)] \\ & + a_2 [2\text{WAL}(r \oplus s, t) + 2\text{WAL}(o, t)] \\ & + a_3 [\text{WAL}(r, t) + \text{WAL}(r, t) \\ & + 2\text{WAL}(s, t) + \text{WAL}(s, t) \\ & + \text{WAL}(s, t) + 2\text{WAL}(r, t)] \\ = & 2a_2 \text{WAL}(o, t) + (a_1 + 4a_3) \text{WAL}(r, t) \\ & + (a_1 + 4a_3) \text{WAL}(s, t) \\ & + 2a_2 \text{WAL}(r \oplus s, t) \end{aligned} \quad (4)$$

여기서

$$\begin{aligned} \text{WAL}(o, t) &= 1 \quad \therefore 0 \leq t \leq 1 \\ \text{WAL}(2k, t) &= \text{CAL}(k, t) : \text{even} \\ \text{WAL}(2k-1, t) &= \text{SAL}(k, t) : \text{odd} \\ \text{WAL}^2(r, t) &= \text{WAL}(r, t) \\ \oplus &: \text{Module-2 Addition} \end{aligned} \quad (5)$$

식(4)의 결과를 보면 직류분  $2a_2 \text{WAL}(o, t)$ 에 의한 진폭의 크기가 변했고 후변조  $\text{WAL}(r \oplus s, t)$  항이 첨가되었다. 따라서 요구하는 신호의 검파에 유효하게 사용할 수 있다.

### 3. nonorthogonal의 일반적인 함수와의 관계

$f(x)$  신호는 다음 식(6)과 같이 기본주기함수로 나타내다.

$$f(x) \sim \sum_{k=1}^{\infty} A_k H_k(x) \quad (6)$$

sine과 cosine을 triangular 기본함수로 나타내면 그림 2와 같다.

수기함수는 3 각파이므로 식(7)과 같다.

$$f(x) \sim \sum_{k=1}^{\infty} [A_k H_1(kx) + B_k H_2(kx)] \quad (7)$$

식(7)에 있는 함수  $H_1(\cdot)$ ,  $H_2(\cdot)$ 가 zero mean 일 때를 나타내면

$$H_1(x) = \sum_{k=1}^{\infty} [{}_1 a_k \cos(kx) + {}_1 b_k \sin(kx)]$$

$$H_2(x) = \sum_{k=1}^{\infty} [{}_2 a_k \cos(kx) + {}_2 b_k \sin(kx)] \quad (8)$$

식(8)을 다시 쓰면

$$\begin{pmatrix} H_1(x) \\ H_2(x) \end{pmatrix} = \sum_{k=1}^{\infty} m_x^t \begin{pmatrix} \cos(kx) \\ \sin(kx) \end{pmatrix} \quad (9)$$

where :  $t$  is transpose

$$m_x \triangleq \begin{pmatrix} a_k & 2a_k \\ b_k & 2b_k \end{pmatrix} \quad (10)$$

trigonometric 급수들을 보면

$$f(x) \sim \sum_{k=1}^{\infty} [\alpha_k \cos(kx) + \beta_k \sin(kx)] \quad (11)$$

식(7)과 식(11)에서 계수들의 mapping 관계로 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} & \sum_{k=1}^{\infty} [\alpha_k \cos(kx) + \beta_k \sin(kx)] \\ &= \sum_{k=1}^{\infty} [A_k H_1(kx) + B_k H_2(kx)] \quad (12) \end{aligned}$$

식(12)에 있는 두합이 수렴된다면 식(13)과 같다.

$$\begin{aligned} & \begin{pmatrix} a_1 & 2a_1 \\ b_1 & 2b_1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A_k \\ B_k \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} \alpha_k \\ \beta_k \end{pmatrix} - \sum_{l=1}^{k-1} \begin{pmatrix} a_{k/l} & 2a_{k/l} \\ b_{k/l} & 2b_{k/l} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A_l \\ B_l \end{pmatrix} \quad (13) \end{aligned}$$

where :  $k/l$ 이 정수가 아니면 모두 zero  
식(13)을 일반적인 vector set로 나타내면

$$\begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \beta_1 \\ \alpha_2 \\ \beta_2 \\ \vdots \\ \alpha_m \\ \beta_m \end{pmatrix} = M \begin{pmatrix} A_1 \\ B_1 \\ A_2 \\ B_2 \\ \vdots \\ A_m \\ B_m \end{pmatrix} \quad (14)$$

Matrix  $M$ 은 lower triangular 자승matrix이다.

$$(M)_{k,l} = \begin{cases} m_{k/l} : k/l \text{이 정수일 때} \\ 0 : \text{otherwise} \end{cases} \quad (15)$$

$$(M^t)_{k,l} = \begin{cases} (M^t)_{k/l} = m^t_{k/l} : k/l \text{이 정수일 때} \\ 0 : \text{otherwise} \end{cases} \quad (16)$$

식(11)에서  $\alpha_k, \beta_k$ 와 식(7)의  $A_k, B_k$ 사이에서 식(17)처럼 isomorphism이 가능하다.

$$\begin{pmatrix} A_k \\ B_k \end{pmatrix} = \sum_{l=1}^k \left[ m^t_{k/l} \begin{pmatrix} \alpha_l \\ \beta_l \end{pmatrix} \right] \quad (17)$$

$$\begin{pmatrix} \alpha_k \\ \beta_k \end{pmatrix} = \sum_{l=1}^k \left[ m_{k/l} \begin{pmatrix} A_l \\ B_l \end{pmatrix} \right]$$

식(8)의 Triangular 기본함수는 식(18)과 같다.

$$H_1(x) = \sum_{k=1}^{\infty} \left[ \frac{8}{\pi^2} \frac{1}{2k^2} (1 - (-1)^k) \cos(kx) \right]$$

$$H_2(x) = \sum_{k=1}^{\infty} \left[ \frac{8}{\pi^2} \frac{1}{2k^2} (1 - (-1)^k) (-1)^{(k-1)/2} \sin(kx) \right] \quad (18)$$

$$\begin{aligned} \cos(x) &= \sum_{k=1}^{\infty} \left[ \frac{\pi^2}{8} \frac{1}{2k^2} \mu(k) (1 - (-1)^k) \right. \\ & \left. H_1(kx) \right] \quad (19) \end{aligned}$$

$$\therefore \mu(k) = \begin{cases} (-1)^m : k \text{가 } 1 \text{이 아닌 소수로 서로 다른 } m \text{의 곱} \\ 0 : \text{otherwise} \end{cases} \quad (20)$$

식(13)으로부터  $A_k, B_k$ 를 구하면 다음 식과 같다.

$$\begin{aligned} A_k &= \frac{\pi^2}{8} \sum_{l=1}^k \left[ a_l \left( \frac{l}{k} \right)^2 \mu(k/l) \right] \\ B_k &= \frac{\pi^2}{8} \sum_{l=1}^k \left[ b_l \left( \frac{l}{k} \right)^2 \mu(k/l) (-1)^{(k-1)/2l} \right] \quad (21) \end{aligned}$$

식(17)에서 inverse 관계가 있으므로

$$\begin{aligned} \alpha_k &= \frac{8}{\pi^2} \sum_{l=1}^k \left[ A_l \left( \frac{l}{k} \right)^2 n(k/l) \right] \\ \beta_k &= \frac{8}{\pi^2} \sum_{l=1}^k \left[ B_l \left( \frac{l}{k} \right)^2 n(k/l) (-1)^{(k-1)/2l} \right] \quad (22) \end{aligned}$$

$$\text{Let, } n(\alpha) = \begin{cases} 1 : \alpha \text{가 odd integer} \\ 0 : \text{otherwise} \end{cases} \quad (23)$$

Ex. 1, LWH matrix가  $f(x)$  신호에 수렴

LWH(Lee Weighted Hadamard)의 형태는 식(24)와 같이 Hadamard matrix와 weighted 계수matrix로 이루어져 있다<sup>(4), (5), (6), (7), (8)</sup>.

$$[\text{LWH}] = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & -2 & 2 & -1 \\ 1 & 2 & -2 & -1 \\ 1 & -1 & -1 & 1 \end{pmatrix} = [\text{H}][\text{Weighted}] \quad (24)$$

그러므로 nonorthogonal인 LWH가  $f(x)$ 에 convergence됨을 보이기 위하여 새로운 계수값을 첨가하여 triangular matrix에 있음을 보이므로 증명할 수 있다. 따라서 식(15), 식(16)에 의해서 구하면 다음과 같다.

$$[m_1 \quad 0 \quad 0 \quad 0]$$

$$M_{k,l} = [L.WH](C) = \begin{bmatrix} m_2 & m_1 & 0 & 0 \\ m_3 & 0 & m_1 & 0 \\ m_4 & m_2 & 0 & m_1 \end{bmatrix} \quad (25)$$

$M_{k,l}$ 은  $M_{k,l}$ 로부터 구할 수 있다.

$$M_{k,l}^{-1} = \begin{bmatrix} n_1 & 0 & 0 & 0 \\ n_2 & n_1 & 0 & 0 \\ n_3 & 0 & n_1 & 0 \\ n_4 & n_2 & 0 & n_1 \end{bmatrix} \quad (26)$$

where:  $\begin{cases} n_1 = \frac{1}{m_1} : k=l \text{ 일 때} \\ n_k : k/l \text{의 지수일 때 } n \end{cases}$

$$n_k = - \sum_{l=2}^k b_k \frac{m_l}{m_1} \quad (27)$$

4. 일반신호를 nonorthogonal함수로 표시

trigonometric함수는 함수  $f(x)$ 가 bounded variation일 때 mean square함에서 함수  $f(x)$ 에 수렴한다. 함수  $f(x)$ 에 균일한 Lipschitz에 의한 연속인 모든 경우에 있어서  $f(x)$ 의 부분합들이 일정하게 수렴하도록 충분한 조건이 되어야 한다.

Ex. 2.  $f(x) = \cos(x)$ ,  $H_1(x) = \cos(x) - r \cos(2x)$ ,  $H_2(x) = \sin(x)$ ,  $r=0$ 일 때 식(3)을 사용하여 그 결과가  $\cos(x)$ 가 됨을 보이면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \cos(x) &= f(x) \sim \sum_{k=1}^{\infty} [A_k H_1(kx)] \\ &= \sum_{k=1}^{\infty} [r^{l-1} H_1(2^{l-1}x)] \end{aligned} \quad (28)$$

$$A_k = \begin{cases} r^{l-1} : k=2^{l-1}, l \geq 1 \\ 0 : \text{otherwise} \end{cases} \quad (29)$$

식(28)의  $(2^l)$ 의 부분합은 식(30)과 같다.

$$\sum_{k=1}^{2^l} [r^{l-1} H_1(2^{l-1}x)] = \cos(x) - r^l \cos(2^l x) \quad (30)$$

수렴은  $r$ 의 크기에 의존한다.

- i)  $0 < |r| < 1$ :  $2^l$ 의 부분합은 수렴
- ii)  $|r|=1$ : 부분합은 발산

5. 최소평균 자승오차 (MMSE)

일반적으로 기본함수들이  $H_1(kx)$ ,  $H_2(Lx)$ 가 모두 다 orthogonal하므로 MMSE를 식(2)에서 기본함수의 계수들로부터 구할 수 있으나, 마찬가지로 그렇지 않으므로 새로운 기본식을 만든다<sup>[1]</sup>.

$$E_N = \| f(x) - \sum_{k=1}^N C_k^N H_1(kx) + D_k^N H_2(kx) \|^2 \quad (31)$$

$\therefore E_N$ 을 최소평균 자승오차 계수값  $C_k^N$ ,  $D_k^N$ 은

$$\begin{bmatrix} C^N \\ D^N \end{bmatrix} = (P^N)^{-1} S^N \quad (32)$$

$C^N$ 과  $D^N$ 은 계수 벡터,  $P^N$ 은  $2N \times 2N$  positive-definite 대칭 매트릭스이다.

$$P^N = \begin{bmatrix} P_{11}^N & P_{12}^N \\ P_{21}^N & P_{22}^N \end{bmatrix} \quad (33)$$

$$(P_{ij}^N)_{i,j,k} = \langle H_m(jx), H_l(kx) \rangle \quad (34)$$

$\therefore m, l=1, 2 \quad j, k=1, 2, \dots, N$

$S^N$ 은  $2N$ 차 수렴을 갖는다.

$$\begin{aligned} (S^N)_{i,k} &= \langle f(x), H_l(kx) \rangle \\ (S^N)_{i,k} &= \langle f(x), H_2(kx) \rangle \end{aligned} \quad (35)$$

$\therefore k=1, \dots, N$

$$E_N = \| f(x) \|^2 - (S^N)^T (P^N)^{-1} S^N \quad (36)$$

Ex. 3.  $f(x) = \cos(x)$ ,  $H_1(x) = \cos(x) - r \cos(2x)$

$H_2(x) = \sin(x)$  일 때

i)  $N=2$

$$P_{11} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1+r^2 & -r \\ -r & 1+r^2 \end{bmatrix} \quad (37)$$

$\therefore r=1/2$ 일 때  $C_1=0.9524$ ,  $C_2=0.3810$ ,

$$E_2 = 2.38 \times 10^{-2}$$

ii)  $N=4$

$$\begin{aligned} P &= \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1+r^2 & -r & 0 & 0 \\ -r & 1+r^2 & 0 & -r \\ 0 & 0 & 1+r^2 & 0 \\ 0 & -r & 0 & 1+r^2 \end{bmatrix} \\ &= \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1+r^2 & -r & 0 \\ -r & 1+r^2 & -r \\ 0 & -r & 1+r^2 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (38)$$

여기서  $P$ 의 매트릭스와  $C_k (k \neq 0)$ 의 모든 column, row는  $k \neq 2^l$ 이면 zero가 된다.

$N \rightarrow \infty$ 한수목 M. S. E가 zero에 가깝게 수렴한다. 수목조각이 많을수록 원래 신호에 가깝다.

식(9)와 식(10)을 이용하여 있는 것이 아래 식과 같다.

$$\begin{bmatrix} \cos(x) \\ \sin(x) \end{bmatrix} \sim \sum_{k=1}^{\infty} \left[ (m_k)^T \begin{bmatrix} H_1(kx) \\ H_2(kx) \end{bmatrix} \right] \quad (39)$$

식(39)의 결과 수렴하고 함수  $f(x)$ 가 식(11)에서

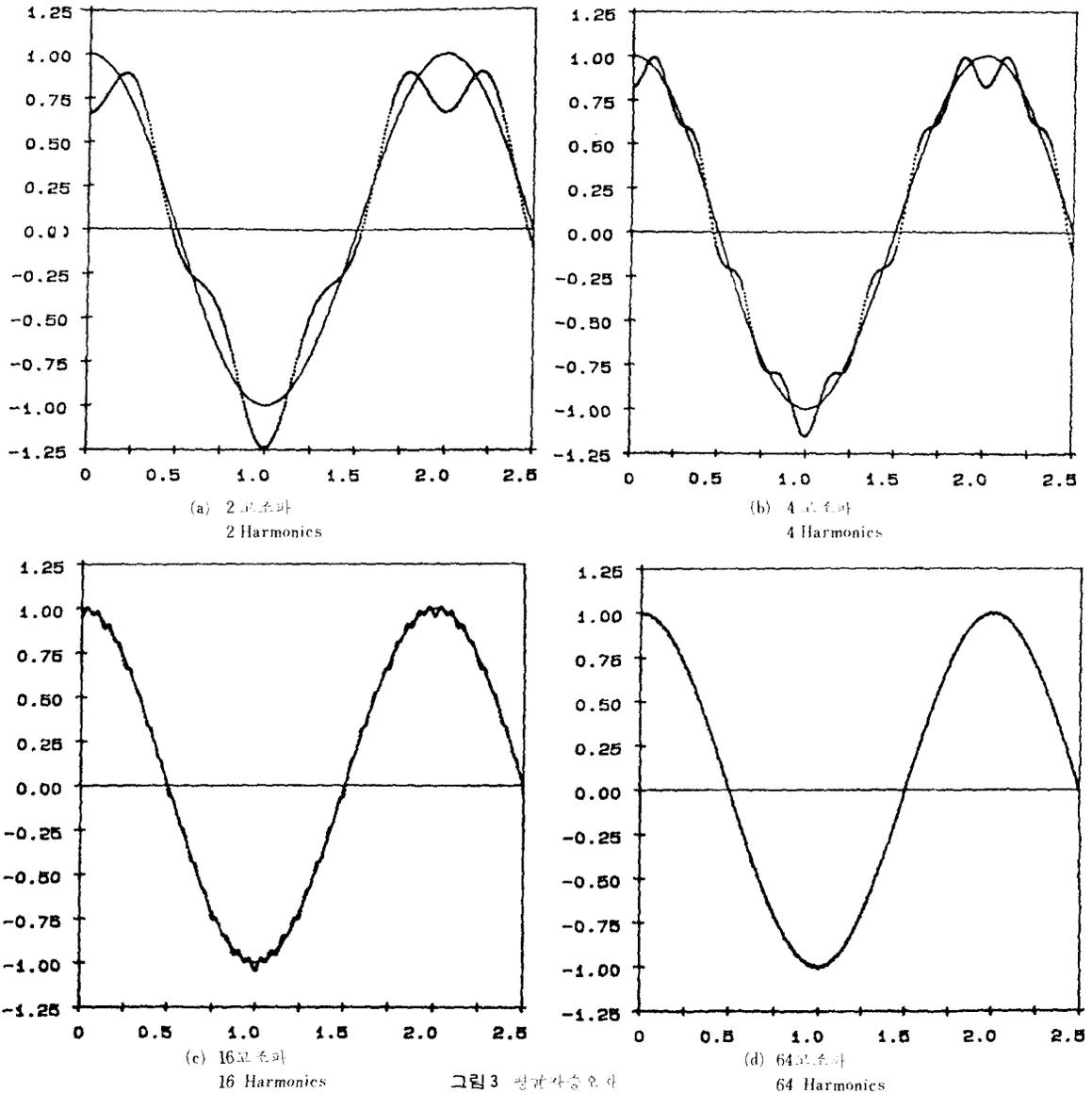


그림 3 평방삼각조파  
M. S. F.

실제 수렴한다면 식(40)이 된다.

$$\lim_{N \rightarrow \infty} \begin{pmatrix} C_k^N \\ D_k^N \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A_k \\ B_k \end{pmatrix} \quad (40)$$

Ex 4.  $f(x) = 2 \cos(x) + \frac{1}{2} \cos(2x) + \frac{1}{3} \cos(3x)$

$H_1(x), H_2(x)$ 는 (19)에 있는 triangular 기본함수이다.

식(13)과 식(21)로부터

$$A_1 = \frac{\pi^2}{8} \times 2$$

$$A_2 = \frac{\pi^2}{8} \times \frac{1}{2}$$

$$A_3 = \frac{\pi^2}{8} \left[ \frac{1}{3} - \frac{1}{3^2} \cdot 2 \right]$$

$$A_4 = 0$$

$$A_5 = \frac{\pi^2}{8} \cdot \frac{1}{3^2} \cdot 2$$

식(32)에 의하여

$$C_1 = \frac{12}{\pi^2} \cdot 2 \left[ 1 + \frac{1}{3^4 - 1} + \frac{1}{5^4 - 1} \right]$$

표 1 구조와 신호함수에 따른 평균사중오차  
M. S. E. versus harmonics function(N) in signal processing.

N	N=2	N=4	N=16	N=64	
M. S. E.	$2.38 \times 10^{-2}$	$5.88 \times 10^{-3}$	$3.66 \times 10^{-4}$	$2.28 \times 10^{-5}$	
$C_k$	$C_1$	0.9524	0.9882	0.9993	1.0000
	$C_2$	0.3810	0.4706	0.4982	0.4999
	$C_4$		0.1882	0.2462	0.2498
	$C_8$			0.1172	0.1245
	$C_{16}$			0.0469	0.0615
	$C_{32}$				0.0293
	$C_{64}$				0.0117

$$\begin{aligned}
 & + \frac{12}{\pi^2} \left( \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3^2} \cdot \frac{1}{5^4-1} \right) \\
 C_2 &= \frac{12}{\pi^2} \cdot \frac{1}{2} \\
 C_3 &= \frac{12}{\pi^2} \cdot 2 \left( -\frac{3^2}{3^4-1} \right) + \frac{12}{\pi^2} \cdot \frac{1}{3} \\
 C_4 &= 0 \\
 C_5 &= \frac{12}{\pi^2} \cdot 2 \left( -\frac{5^2}{5^4-1} \right) + \frac{12}{\pi^2} \cdot \frac{1}{3} \cdot \left( -\frac{5^2}{3^2} \cdot \frac{1}{5^4-1} \right)
 \end{aligned} \tag{42}$$

$A_k$ 와  $C_k$ 을 비교해 볼 때 convergence됨을 볼 수 있다.

M. S. E.을 구하여 컴퓨터 그래픽으로 나타내면 그림 3과 같고 표 1에서는 M. S. E.와 계수  $C_k^N$ 에 대한 값을 보인다.

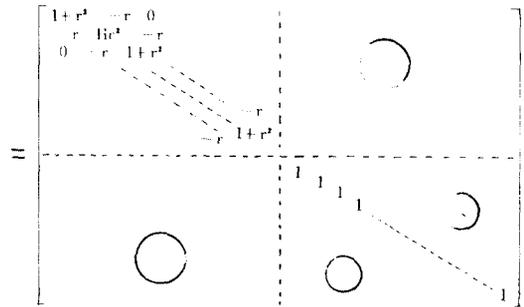
6. orthogonal과 nonorthogonal의 신호처리

식(3)을 확장하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned}
 E_N &= \| f(x) - \sum_{k=1}^N C_k^N H_1(kx) + D_k^N H_2(kx) \\
 & + C_{N+k}^N H_1(kx) + D_{N+k}^N H_2(kx) \|^2 \tag{43}
 \end{aligned}$$

식(43)은 식(3)에서 nonorthogonal만 처리할 수 있는 것을 동시에 orthogonal로도 처리할 수 있다.  $C_{N+k}^N H_1(kx)$ 와  $D_{N+k}^N H_2(kx)$ 항이 첨가된 것은 orthogonal로 처리할 수 있도록 만든 항이다. user가 nonorthogonal로 처리할 때는  $P_{11}^N$ 을, orthogonal로 처리할 때는  $P_{22}^N$ 을 이용한다.

$$P^N = \begin{pmatrix} P_{11}^N & P_{12}^N \\ P_{21}^N & P_{22}^N \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} P_{11}^N & 0 \\ 0 & P_{22}^N \end{pmatrix}$$



$P^N$ 에서 보인 것처럼  $P_{11}^N$ 은 unitary matrix가 되 자 일한 nonorthogonal이지만  $P_{22}^N$ 은 unitary matrix가 되는 orthogonal이 된다. 여기서 특수목적의 신호처리할 때는  $P_{11}^N$ 을, 일반적인 신호처리 시에는  $P_{22}^N$ 을 사용하여 필요 여하에 따라 이용할 수 있으므로 linear나 nonelinear를 동시에 처리할 수 있다.

7. 결 론

비선형 신호함수를 Walsh(orthogonal)함수로나 나타냈고 nonorthogonal함수으로도 나타내었다. 식(11)에 있는  $\alpha_k, \beta_k$ 의 계수로부터 계수  $A_k, B_k, C_k^N, D_k^N$ 을 계산하는 방법을 보이므로 서로간의 ONTO로 매핑되어 수렴함을 보였다. 그림 3은 HP-1000 컴퓨터 그래픽 컴퓨터로 시뮬레이션한 결과에서  $N=2$ 일 때 MSE는  $2.38 \times 10^{-2}$ ,  $N=16$ 일 때 MSE는  $3.66 \times 10^{-4}$ 로 줄어 들었고  $N=64$ 일 때 MSE는  $2.28 \times 10^{-5}$ 로 거의 0에 가깝게 수렴하여 구조와함의 많을수록 원래신호에 접근하였다. 따라서 nonorthogonal의 기본함수으로도 신호처리를 할 수 있다. 즉 nonorthogonal변환은 (Tailor-made) 기본함수로서 신호해석의 특수한 목적에 요긴하게 쓸 수 있다. 최근에 나오는 TMS 320등 DSP chip기술로 H/W구회에 대한 연구가 이루어져야 할 것이다.

참 고 문 헌

- (1) D. N. Green and S. C. Bass, "Representing periodic waveforms with nonorthogonal basis functions," IEEE Transactions on circuits and systems", vol. CAS-31, no. 6, pp. 518-534, June 1984.
- (2) D. N. Green, "Theory and application of nonorthogonal basis functions to signal representation," IEEE, ISCAS, Proceedings, May 1984.
- (3) Letters from D. N. Green to Moon Ho Lee: Answers, "Representing periodic waveforms with nonprthogonal basis function," Errata for, September 5, 1984.

- (4) M. H. Lee, D. Y. Kim, "Weighted hadamard transformation for S/N ratio enhancement in image transmission," IEEE ISCAS; Proceedings, May 1984.
- (5) Moon Ho Lee, "Nonorthogonal basis of weighted hadamard to signal processing," Submitted to IEEE, ISCAS, 1985.
- (6) K. G. Beauchamp, "Walsh functions and their applications," 1975.
- (7) Jong Ki Jeong, Seoung Ryeul An and Moon Ho Lee, "Nonorthogonal basis functions of weighted hadamard to signal processing," KICS, November 3, 1984.
- (8) Seoung Ryeul An, Moon Ho Lee and Hyun Jae Kim, "The fast algorithm of Lee weighted hadamard transform," KIEE, pp. 138 - 140, vol. 7 no. 1 July 1984.



安聖烈 (Seoung Ryeul AN) 準會員  
1959年3月1日生  
1979年3月~1983年2月: 全北大學校工  
科大學電子工  
學科卒業  
1983年3月~1985年2月: 全北大學校大  
學院電子工學  
科卒業



李門浩 (Moon Ho LEE) 正會員  
1945年1月15日生  
1967年: 全北大學校工科大学電氣工學科  
卒業  
1976年: 全北大學校大學院電子工學科  
(工碩)  
1984年: 全南大學校大學院電子工學科  
(工博)  
1982年: 電氣通信技術士

1967年: 陸軍將校  
1972年~1980年10月: 南洋文化放送(株)技術部 次長, 部長  
1980年~現在: 全北大學校工科大学電子工學科助教授  
1983年~現在: 아마추어 무선국 (HLACDO) 運用