論文

페이딩의 影響을 받는 디지탈 位相差變調方式의 誤率特性

正會員 李 亨 宰* 正會員 趙 成 俊**

Error Rate Performance of Fading Differential Phase Shift Keying(DPSK) Communication Systems

Hyung Jae LEE* *and* Sung Joon CHO**, *Regular Members*

要 約 육상 移動무선통신상에 있어서 2相 DPSK 방식에 대한 가우스 잡음과 多重路 동일주파 간섭파의 영향에 관해 이론해석을 행했다. 해석방법으로서는 多重통신로를 비선택성 Rayleigh통신로로 간주, DPSK 검파기 출력의 確率密度函數를 유도하여, DPSK방식의 수신誤率의 일반식을 구했다. 수치해석 결과로서 반송파대 잡음전력비(CNR)의 변화에 따른 수신誤率를 반송파대 간섭파전력비(CIR)와 희망신호의 상관계수를 파라메터로 하여 그림으로 나타내고 이를 분석, 검토했다.

ABSTRACT We have analyzed the effect of multipath cochannel interference and Gaussian noise on binary DPSK systems used in land mobile radio communications. Considering multipath channel as non-selective Rayleigh channel, we have found a general equation for bit error rates (BER) deriving the probability density function (p.d.f) of output of phase detector. The numerical results are shown in graphs and discussed as functions of carrier to noise power ratio (CNR), carrier to interferer power ratio (CIR) and correlation of signal component over the pulse length.

1. 서 론

시가지 내에서 무선통신회선을 이용하는 이동통신에서의 수신은 여러 건조물로부터의 산란파에 의하게 된다. 그의 전계강도는 이동국의 움직임에 따라 시간적으로 크게 변동하며 그 진폭이 레일리(Rayleigh)분포, 위상은 一樣分布를 하고 있음이 잘 알려져 있다. 이러한 페이딩이 통신회선의 특성저하의 주된 요인이 되고 있다. 페이딩의 영향에 의한 버어스트(burst)적인 신호특성저하를 방지하기 위해 디지탈 전송방식의 도입을 위한 연구가 최근 적극적으로 행해지고 있다.

디지탈 전송방식 중에서 비트誤率(bit error rate)면에서 FFSK(fast frequency shift keyinng)방식이나 PSK(phase shift keying)방식의 동기검파방식이 가장 신뢰성이 뛰어나지만 페이딩 하에서는 안정된 기준위상을 얻어내기가 힘든 단점이 있다. DPSK(Differential PSK)방식은 일반적으로 통신로 특성의 변동에 강하며 협내역성, 검파회로의 구성, 전력효율면에서 다른 디지탈 변조방식에 비해 평균적 이점을 가지고 있다. 따라서 동기검파방식과는 달리 앞서의 비트 펄스로부터 기준위상을 얻어내는 이 DPSK방식을 이동통신에 도입할 필요가 크다.

수파수의 유효이용을 꾀하기 위해 이동통신에 있어서는 일반적으로 작은 구역(small zone)구성

* 韓國航空大學電子工學科
Dept. of Electronic Engineering, Hankuk Aviation College, Kyungki Do, 122 Korea
** 韓國航空大學通信工學科
Dept. of Communication Engineering, Hankuk Aviation College, Kyungki Do, 122 Korea

論文番號：82－06 (接受 1982. 2. 1)

방식에 의해 동일한 주파수의 반복할당방식이 채용되고 있어 동일채널(cochannel)간 간섭이 일어나기 쉽다. 따라서 이러한 동일 채널 간 간섭 영향이 이동통신회선에서 중요한 과제가 된다.

페이딩의 영향하의 DPSK방식의 연구로서는 가우스 잡음(Gaussian noise)만에 의한 영향을 다룬 Voelcker[1]와 宮垣[2]등의 연구와 간섭파와 가우스 잡음에 의한 영향을 다룬 堀越[3]의 연구가 있다. Voelcker와 宮垣등의 연구에서는 모두 위상차의 조건부 결합 확률밀도함수(joint p.d.f.)를 이용하고 있어 多相DPSK로의 일반적으로 이용이 가능한 장점이 있으나 간섭파와 시간지연이 존재할 때의 위상차의 결합 확률밀도함수를 구하는 것이 매우 곤란하다.

본 논문에서는 위상차의 결합 확률밀도함수를 구하지 않고 堀越가 채용한 합성신호의 동상 및 직교성분으로의 분해방식을 이용하되 堀越와는 전혀 달리 특성함수(characteristic function)법에 의해 검파기 출력의 확률밀도함수를 구하여 2相DPSK방식의 誤率特性을 구하는 새로운 해석방법을 제시한다.

본 논문에서 얻어진 결과식이 앞서 구해진 Voelcker나 堀越의 식과 잘 일치함도 나타낸다.

2. 해석 모델

해석의 대상으로 하는 2相DPSK수신기의 기본 구성을 그림 1에 나타낸다.

수신기 입력신호 $z(t)$는 희망신호 $s(t)$와 간섭신호 $i(t)$ 및 加法的인 가우스 잡음(Gaussian noise) $n(t)$와의 합성신호이다. 여기에서는 $s(t)$와 $i(t)$는 서로 독립적인 레일리 페이딩(Rayleigh fading)을 받으며 각각의 페이딩의 전력밀도 스펙트럼은 偶對稱이라고 가정한다. 대역통과 필터(BPF)도 중심 주파수에 대하여 대칭인 주파수 특성을 갖는다고 가정한다.

일반적으로 DPSK검파방식은 검파기 입력신호 $e(t)$와 1타임 슬롯(time slot)시간 T만큼 지연시킨 신호 $e(t-T)$와의 積 $r(t)=e(t)\cdot e(t-T)$를 저역 여파기(LPF)를 통해 基底帶域(base-band)성분 $V(t)$를 얻어 각 타임 슬로트의 端인 $t=nT$에 있어서의 샘플 값 $V(nT)$의 正, 負에 의해 마아크(mark) 및 스페이스(space)를 판정한다.

위의 가정들에 의해 BPF의 출력에 있어서 $s(t)$, $i(t)$, $n(t)$는 각각 다음과 같다.

$$\left.\begin{aligned} s(t)&=x_s(t)\cos[\omega_c t+\phi_s(t)]-y_s(t)\sin[\omega_c t+\phi_s(t)] \\ i(t)&=x_i(t)\cos[\omega_c t+\phi_i(t)]-y_i(t)\sin[\omega_c t+\phi_i(t)] \\ n(t)&=x_n(t)\cos\omega_c t-y_n(t)\sin\omega_c t \end{aligned}\right\} \quad (1)$$

여기에서 ω_c는 BPF의 중심 주파수이고 $\phi_s(t)$, $\phi_i(t)$는 각각 희망신호 및 간섭신호의 기저대역 신호에 대응한 위상변화로서 다음과 같이 정의된다.

$$\left.\begin{aligned} \phi_s(t)&=\sum_m \phi_m g(t-mT) \\ \phi_i(t)&=\sum_n \phi_n g(t-nT) \end{aligned}\right\} \quad (2)$$

단,

$$\phi_m,\ \phi_n=\begin{cases} 0 & : \text{마아크 (mark)} \\ \pi & : \text{스페이스 (space)} \end{cases}$$

$$g(t)=\begin{cases} 1 & : 0\leq t\leq T \\ 0 & : \text{그외} \end{cases}$$

T : 기저대역 펄스의 반복주기

식 (1)에서 $x_s(t)$, $y_s(t)$, $x_i(t)$, $y_i(t)$, $x_n(t)$, $y_n(t)$는 가정에 따라 다음의 조건을 만족하는 서로 독립인 기저대역 가우스 과정(base-

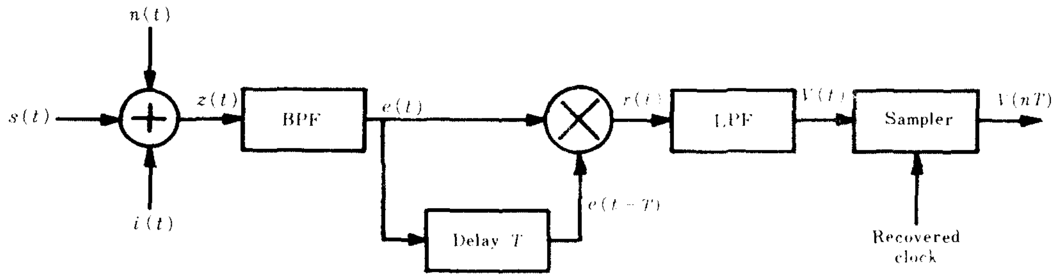


그림 1 2相DPSK수신기
Binary DPSK receiver.

band Gaussian process)[3]이다.

$$\left.\begin{aligned}&\langle x_s(t)\rangle=\langle y_s(t)\rangle=\langle x_i(t)\rangle=\langle y_i(t)\rangle=\\&\langle x_n(t)\rangle=\langle y_n(t)\rangle=0\\&\langle x_s(t)\cdot x_s(t+\tau)\rangle=\langle y_s(t)\cdot y_s(t+\tau)\rangle=\\&\sigma_s^2\rho_s(\tau)\\&\langle x_i(t)\cdot x_i(t+\tau)\rangle=\langle y_i(t)\cdot y_i(t+\tau)\rangle=\\&=\sigma_i^2\rho_i(\tau)\\&\langle x_n(t)\cdot x_n(t+\tau)\rangle=\langle y_n(t)\cdot y_n(t+\tau)\rangle\\&=\sigma_n^2\rho_n(\tau)\end{aligned}\right\}\quad(3)$$

여기에서 $\langle\cdot\rangle$는 통계적 평균을 나타낸다. σ_s^2, σ_i^2, σ_n^2은 각각 희망신호, 간섭신호 및 수신기 잡음의 평균전력이고 $\rho_s(\tau)$, $\rho_i(\tau)$, $\rho_n(\tau)$는 각각 희망신호, 간섭신호, 수신기 잡음의 正規化(normalized)된 自己相關函數(auto correlation)을 나타낸다. BPF의 출력 $e(t)$는

$$e(t)=s(t)+i(t)+n(t) \tag{4}$$

이며 식(1)에 의해 다음과 같이 나타내어질 수 있다.

$$e(t)=X_1(t)\cos\omega_c t-Y_1(t)\sin\omega_c t \tag{5}$$

단, $X_1(t)$, $Y_1(t)$는

$$X_1(t)=x_s(t)\cos\phi_s(t)-y_s(t)\sin\phi_s(t)+x_i(t)\cos\phi_i(t)-y_i(t)\sin\phi_i(t)+x_n(t)$$

$$Y_1(t)=x_s(t)\sin\phi_s(t)+y_s(t)\cos\phi_s(t)+x_i(t)\sin\phi_i(t)+y_i(t)\cos\phi_i(t)+y_n(t)$$

이다.

그리고 지연된 신호 $e(t-T)$도 T를 $\omega_c T=2\pi n$ (n: 整數)되게 정해주면

$$e(t-T)=X_2(t)\cos\omega_c t-Y_2(t)\sin\omega_c t \tag{6}$$

단, $X_2(t)=X_1(t-T)$

$Y_2(t)=Y_1(t-T)$

따라서 식(5)와 (6)에 의해 LPF입력 $r(t)$는 다음과 같이 구해진다.

$$\begin{aligned}r(t)&=e(t)\cdot e(t-T)\\&=\frac{1}{2}(X_1X_2+Y_1Y_2)+\frac{1}{2}X_1X_2\cos 2\omega_c t\\&\quad-\frac{1}{2}Y_1Y_2\sin 2\omega_c t\end{aligned} \tag{7}$$

LPF 출력은 2배 주파수 성분이 제거되어

$$V(t)=\frac{1}{2}X_1X_2+\frac{1}{2}Y_1Y_2 \tag{8}$$

이 되며 출력端 $t=nT$에 있어서의 표본기(sampler) 출력은

$$V(nT)=\frac{1}{2}X_1(nT)X_2(nT)+\frac{1}{2}Y_1(nT)Y_2(nT) \tag{9}$$

기본적인 DPSK 검파기의 검출판정원리와 마찬가지로 레일리 페이딩 하에서의 DPSK 검파출력도 역시 $V(nT)$의 正, 負에 의해 마아크, 스페이스의 판정이 행하여진다.

3. 검파기 출력의 특성함수

X_k, Y_k ($k=1,2$)는 고정된 t에 대하여 零平均의 가우스 확률변수이므로 검파기 출력 V도 가우스 확률변수가 된다.

표본기 출력의 特性函數(characteristic function)를 구하면 정의에 의해

$$\begin{aligned}C(\xi)&=\langle\exp(j\xi V)\rangle\\&=\iiiint\exp(j\xi V)\,p(X_1,X_2,Y_1,Y_2)\\&\quad dX_1\,dX_2\,dY_1\,dY_2\end{aligned} \tag{10}$$

가 된다. 여기에서 $p(X_1,X_2,Y_1,Y_2)$는 X_1, X_2, Y_1, Y_2의 결합 가우스 확률밀도함수이다. 가우스형 확률밀도함수 X_1, X_2, Y_1, Y_2의 共分散行列 $\boldsymbol{M}$은 식(5),(6)에 의해 다음과 같이 구해진다.

$$\boldsymbol{M}=\langle(\boldsymbol{H}-\langle\boldsymbol{H}\rangle)(\boldsymbol{H}-\langle\boldsymbol{H}\rangle)^T\rangle$$

$$=\mu_0\begin{bmatrix}1&\rho_0&0&-\lambda_0\\\rho_0&1&\lambda_0&0\\0&\lambda_0&1&\rho_0\\-\lambda_0&0&\rho_0&1\end{bmatrix} \tag{11}$$

단, $\boldsymbol{H}$는 다음의 벡터이며 $(\ )^T$는 轉置行列을 나타낸다.

$$\boldsymbol{H}^T=[h_1\ \ h_2\ \ h_3\ \ h_4]=[X_1\ \ X_2\ \ Y_1\ \ Y_2] \tag{12}$$

식 (11)에서 各元素 m_{jk}는 다음과 같이 계산된다.

$$\begin{aligned}m_{jk}&=[(h_j-\langle h_j\rangle)(h_k-\langle h_k\rangle)]\\&=\langle h_jh_k\rangle-\langle h_j\rangle\langle h_k\rangle\quad(j,k=1,2,3,4)\end{aligned} \tag{13}$$

여기에서 $h_{j,k}$는 零平均의 가우스 확률과정이므로 $\langle h_j\rangle$, $\langle h_k\rangle$는 모두 零이 되어

$$m_{jk}=\langle h_jh_k\rangle \tag{14}$$

가 된다. 식 (14)에 의해 m_{jk}를 계산하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned}&m_{11}=m_{22}=m_{33}=m_{44}=\sigma_s^2+\sigma_i^2+\sigma_n^2\\&m_{12}=m_{21}=m_{34}=m_{43}=\sigma_s^2\rho_s(T)\cos\Delta\phi_s\\&\qquad+\sigma_i^2\rho_i(T)\cos\Delta\phi_i+\sigma_n^2\rho_n(T)\\&m_{13}=m_{24}=m_{31}=m_{42}=0\\&m_{14}=-m_{23}=-m_{32}=m_{41}=\sigma_s^2\rho_s(T)\sin\Delta\phi_s\\&\qquad+\sigma_i^2\rho_i(T)\sin\Delta\phi_i\end{aligned} \tag{15}$$

단,

$$\sigma_s^2=\langle x_s^2\rangle=\langle y_s^2\rangle$$

$$\sigma_i^2=\langle x_i^2\rangle=\langle y_i^2\rangle$$
$$\sigma_n^2=\langle x_n^2\rangle=\langle y_n^2\rangle$$
$$\Delta\phi_s=\phi_s(t)-\phi_s(t-T)$$
$$\Delta\phi_i=\phi_i(t)-\phi_i(t-T)$$
$$\mu_0=\sigma_s^2+\sigma_i^2+\sigma_n^2$$
$$\rho_0=\frac{\sigma_s^2\rho_s(T)\cos\Delta\phi_s+\sigma_i^2\rho_i(T)\cos\Delta\phi_i+\sigma_n^2\rho_n(T)}{\sigma_s^2+\sigma_i^2+\sigma_n^2}$$
$$\lambda_0=\frac{\sigma_s^2\rho_s(T)\sin\Delta\phi_s-\sigma_i^2\rho_i(T)\sin\Delta\phi_i}{\sigma_s^2+\sigma_\lambda^2+\sigma_n^2}$$

식 (15)에서 $\rho_s(T)$, $\rho_i(T)$ 및 $\rho_n(T)$는 각각 페이딩을 받은 희망신호, 간섭신호 및 수신기 잡음의 T 시각에 있어서의 自己相關函數이다.

X_1, X_2, Y_1, Y_2의 결합확률밀도함수는 다음과 같이 多數 정규화 가우스 밀도함수가 된다[4].

$$p(\boldsymbol{H}_T)=p(X_1, X_2, Y_1, Y_2)$$
$$=\frac{1}{(2\pi)^2|\boldsymbol{M}|^{1/2}}\exp\left(-\frac{1}{2}\boldsymbol{H}^T\boldsymbol{M}^{-1}\boldsymbol{H}\right) \quad (16)$$

여기에서 $\boldsymbol{M}^{-1}$은 $\boldsymbol{M}$行列의 逆行列이며 $|\boldsymbol{M}|$은 $\boldsymbol{M}$의 행렬식으로서 다음과 같이 된다.

$$|\boldsymbol{M}|=\mu_0^4(1-\rho^2)^2 \quad (17)$$

단, 식(17)에서 $\rho^2=\rho_0^2+\lambda_0^2\leq 1$로 정의되며 이는 정규화 相互相關(cross correlation)계수이다.

여기에서 다음과 같은 (4×4)인 $\boldsymbol{Q}$행렬

$$\boldsymbol{Q}=\frac{1}{4}\begin{pmatrix}0&1&0&0\\1&0&0&0\\0&0&0&1\\0&0&1&0\end{pmatrix} \quad (18)$$

을 도입하면 DPSK검파기 출력 V(식(8))는

$$V=\frac{1}{2}X_1X_2+\frac{1}{2}Y_1Y_2$$
$$=\boldsymbol{H}^T\boldsymbol{Q}\boldsymbol{H} \quad (19)$$

가 된다.

이로부터 식(16)을 식(10)에 대입하면

$$C(t)=\frac{1}{|\mathbf{I}-2j\xi\boldsymbol{MQ}|^{1/2}}\exp\left[-\frac{1}{2}\langle\boldsymbol{H}\rangle^T\right.$$
$$\left.(\boldsymbol{M}-\boldsymbol{Q}^{-1}/2j\xi)^{-1}\langle\boldsymbol{H}\rangle\right] \quad (20)$$

가 된다[4]. 단, $\mathbf{I}$는 단위행렬를 나타낸다.

$\langle\boldsymbol{H}\rangle^T=[0\ 0\ 0\ 0]$임을 고려하면 식(20)의 지수항은 零이 되어 $C(t)$는 다음과 같이 계산된다.

$$C(t)=\frac{1}{|\mathbf{I}-2j\xi\boldsymbol{MQ}|^{1/2}}$$
$$=\frac{4}{(1-\rho^2)\mu_0^2\xi^2-4j\mu_0\rho_0\xi+4} \quad (21)$$

4. 확률밀도함수(PDF)

DPSK검파기 출력의 확률밀도함수 $p(V)$는 V의 특성함수 $C(\xi)$의 푸리에 변환(Fourier transform)

$$p(V)=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}C(\xi)\exp(-itV)dt \quad (22)$$

로 주어진다.

계산상 $C(\xi)$를 다음과 같이 표시한다.

$$C(\xi)=\frac{4}{(1-\rho^2)\mu_0^2}\cdot\frac{1}{\xi-\xi_1}\cdot\frac{1}{\xi-\xi_2} \quad (23)$$

단, ξ_1, ξ_2는 각각

$$\left.\begin{aligned}\xi_1&=\frac{-2j}{(\sqrt{1-\lambda_0^2}+\rho_0)\mu_0}\\ \xi_2&=\frac{2j}{(\sqrt{1-\lambda_0^2}-\rho_0)\mu_0}\end{aligned}\right\} \quad (24)$$

다음으로 아래와 같이 2개의 푸리에 변환을 정의한다.

$$\left.\begin{aligned}G_1(V)&=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}\frac{1}{\xi-\xi_1}\exp(-j\xi V)d\xi\\ G_2(V)&=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}\frac{1}{\xi-\xi_2}\exp(-j\xi V)d\xi\end{aligned}\right\} \quad (25)$$

식 (25)에서 $js=\xi-\xi_1$, $js=-(\xi-\xi_2)$로 변수변환한 다음 라프라스(Laplace)역변환표에 의해 적분항을 처리하면 $G_1(V)$, $G_2(V)$는 각각 다음과 같이 구해진다.

$$\left.\begin{aligned}G_1(V)&=-j\exp(-j\xi_1V)\quad(V\geq 0)\\ G_2(V)&=j\exp(-j\xi_2V)\quad(V<0)\end{aligned}\right\} \quad (26)$$

따라서 식 (22), (23) 및 식 (26)에 의해 구하고자 하는 확률밀도함수 $p(V)$는 다음과 같이 $G_1(V)$와 $G_2(V)$의 相乘(convolution)에 의해 주어진다.

$$\left.\begin{aligned}P(V)&=\frac{4}{(1-\rho^2)\mu_0^2}G_1(V)*G_2(V)\\ &=\frac{4}{(1-\rho^2)\mu_0^2}\int_{-\infty}^{\infty}G_1(V-y)G_2(y)d_y\\ &=\frac{4}{(1-\rho^2)\mu_0^2}\cdot\frac{\exp(-j\xi_1V)}{j(\xi_1-\xi_2)}\quad(V\geq 0)\\ p(V)&=\frac{4}{(1-\rho^2)\mu_0^2}\cdot\frac{\exp(-j\xi_2V)}{j(\xi_1-\xi_2)}\quad(V<0)\end{aligned}\right\} \quad (27)$$

다음에 식 (24)를 식 (27)에 대입하면 $p(V)$는 최종적으로 다음과 같이 된다.

$$p(V)=\frac{1}{\mu_0\sqrt{1-\lambda_0^2}}\exp\left[\frac{-2}{(\sqrt{1-\lambda_0^2}+\rho_0)\mu_0}V\right]$$
$$(V\geq 0)$$

$$p(V)=\frac{1}{\mu_0\sqrt{1-\lambda_0^2}}\exp\left[\frac{2}{(\sqrt{1-\lambda_0^2})-\rho_0)\mu_0}V\right]$$
$$(V<0) \qquad (28)$$

2相(binary)인 경우에는 위상차 $\Delta\phi_s$, $\Delta\phi_i$가 0 또는 π가 되므로 식 (15)에서 $\lambda_0=0$가 되어 식 (28)은 다음과 같이 간단히 된다.

$$\left.\begin{aligned} p(V)&=\frac{1}{\mu_0}\exp\left[\frac{-2V}{(1+\rho_0)\mu_0}\right] \quad (V\geq 0)\\ p(V)&=\frac{1}{\mu_0}\exp\left[\frac{2V}{(1-\rho_0)\mu_0}\right] \quad (V<0)\end{aligned}\right\} \qquad (29)$$

이하 몇 가지 경우로 나누어 식 (29)에 의한 DPSK검파기 출력의 조건부 확률밀도함수(conditional probability density function)를 구해 보기로 한다.

(1) 마아크(mark)가 송신되었을 때 (즉 $\Delta\phi_s=0$인 경우)

① $\Delta\phi_i=0$일 때

$$p(V/M)_{\substack{\Delta\phi_s=0\\ \Delta\phi_i=0}}=\begin{cases}\dfrac{1}{\sigma_s^2+\sigma_i^2+\sigma_n^2}\exp\left[\dfrac{-2V}{\sigma_s^2[1+\rho_s(T)]+\sigma_i^2[1+\rho_i(T)]+\sigma_n^2[1+\rho_n(T)}\right] & (V\geq 0)\\[2ex] \dfrac{1}{\sigma_s^2+\sigma_i^2+\sigma_n^2}\exp\left[\dfrac{2V}{\sigma_s^2[1-\rho_s(T)]+\sigma_i^2[1-\rho_i(T)]+\sigma_n^2[1-\rho_n(T)]}\right] & (V<0)\end{cases} \qquad (30)$$

② $\Delta\phi_i=\pi$일 때

$$p(V/M)_{\substack{\Delta\phi_s=0\\ \Delta\phi_i=\pi}}=\begin{cases}\dfrac{1}{\sigma_s^2+\sigma_i^2+\sigma_n^2}\exp\left[\dfrac{-2V}{\sigma_s^2[1+\rho_s(T)]+\sigma_i^2[1-\rho_i(T)]+\sigma_n^2[1+\rho_n(T)]}\right] & (V\geq 0)\\[2ex] \dfrac{1}{\sigma_s^2+\sigma_i^2+\sigma_n^2}\exp\left[\dfrac{2V}{\sigma_s^2[1-\rho_s(T)]+\sigma_i^2[1+\rho_i(T)]+\sigma_n^2[1-\rho_n(T)]}\right] & (V<0)\end{cases} \qquad (31)$$

(2) 스페이스(space)가 송신되었을 때 (즉 $\Delta\phi_s=\pi$인 경우)

① $\Delta\phi_i=0$일 때

$$p(V/S)_{\substack{\Delta\phi_s=\pi\\ \Delta\phi_i=0}}=\begin{cases}\dfrac{1}{\sigma_s^2+\sigma_i^2+\sigma_n^2}\exp\left[\dfrac{-2V}{\sigma_s^2[1-\rho_s(T)]+\sigma_i^2[1-\rho_i(T)]+\sigma_n^2[1+\rho_n(T)]}\right] & (V\geq 0)\\[2ex] \dfrac{1}{\sigma_s^2+\sigma_i^2+\sigma_n^2}\exp\left[\dfrac{2V}{\sigma_s^2[1+\rho_s(T)]+\sigma_i^2[1+\rho_i(T)]+\sigma_n^2[1-\rho_n(T)]}\right] & (V<0)\end{cases} \qquad (32)$$

② $\Delta\phi_i=\pi$일 때

$$p(V/S)_{\substack{\Delta\phi_s=\pi\\ \Delta\phi_i=\pi}}=\begin{cases}\dfrac{1}{\sigma_s^2+\sigma_i^2+\sigma_n^2}\exp\left[\dfrac{-2V}{\sigma_s^2[1-\rho_s(T)]+\sigma_i^2[1+\rho_i(T)]+\sigma_n^2[1+\rho_n(T)]}\right] & (V\geq 0)\\[2ex] \dfrac{1}{\sigma_s^2+\sigma_i^2+\sigma_n^2}\exp\left[\dfrac{2V}{\sigma_s^2[1+\rho_s(T)]+\sigma_i^2[1-\rho_i(T)]+\sigma_n^2[1-\rho_n(T)]}\right] & (V<0)\end{cases} \qquad (33)$$

위의 조건부 확률밀도함수들에 있어서 간섭신호를 고려하지 않으면 ($\sigma_i=0$), 당연히 식 (30)과 식 (31), 식 (32)와 식 (33)은 각각 일치하게 된다. 즉

(1) 마아크(mark)가 송신되었을 때

$$p(V/M)=\begin{cases}\dfrac{1}{\sigma_s^2+\sigma_n^2}\exp\left[\dfrac{-2V}{\sigma_s^2[1+\rho_s(T)]+\sigma_n^2[1+\rho_n(T)]}\right]\\ (V\geq 0)\\[1ex] \dfrac{1}{\sigma_s^2+\sigma_n^2}\exp\left[\dfrac{2V}{\sigma_s^2[1-\rho_s(T)]+\sigma_n^2[1-\rho_n(T)]}\right]\\ (V<0)\end{cases} \qquad (34)$$

(2) 스페이스(space)가 송신되었을 때

$$p(V/S)=\begin{cases}\dfrac{1}{\sigma_s^2+\sigma_n^2}\exp\left[\dfrac{-2V}{\sigma_s^2[1-\rho_s(T)]+\sigma_n^2[1+\rho_n(T)]}\right] & (V\geq 0)\\[2ex] \dfrac{1}{\sigma_s^2+\sigma_n^2}\exp\left[\dfrac{2V}{\sigma_s^2[1+\rho_s(T)]+\sigma_n^2[1-\rho_n(T)]}\right] & (V<0)\end{cases}\tag{35}$$

위의 식 (34)와 (35)에 있어서 잡음의 자기상관함수 $\rho_n(T)$를 무시하면 ($\rho_n(T)=0$) H.B. Voelcker가 구한 이론식[參考文獻 1의 식(14, 15)]과 일치한다.

여기에서 조건부 확률밀도함수의 수치계산의 일례를 보이기로 한다. 마아크(mark)가 송신되었다고 가정하고 간섭파의 위상차 $\Delta\phi_i$가 0 또는 π될 확률이 동일하게 1/2이라고 가정하면 식(30)과 (31)로부터 $p(V/M)$은 다음과 같이 된다.

$$p(V/M)=\begin{cases}\dfrac{1}{2\left(\Gamma+\dfrac{\Gamma}{\Lambda}+1\right)}\left\{\exp\left[\dfrac{-2V}{\Gamma[1+\rho_s(T)]+\dfrac{\Gamma}{\Lambda}[1+\rho_i(T)]+[1+\rho_n(T)]}\right]+\exp\left[\dfrac{-2V}{\Gamma[1+\rho_s(T)]+\dfrac{\Gamma}{\Lambda}[1-\rho_i(T)]+[1+\rho_n(T)]}\right]\right\}\\[3ex] \dfrac{1}{2\left(\Gamma+\dfrac{\Gamma}{\Lambda}+1\right)}\left\{\exp\left[\dfrac{2V}{\Gamma[1-\rho_s(T)]+\dfrac{\Gamma}{\Lambda}[1-\rho_i(T)]+[1-\rho_n(T)]}\right]+\exp\left[\dfrac{2V}{\Gamma[1-\rho_s(T)]+\dfrac{\Gamma}{\Lambda}[1+\rho_i(T)]+[1-\rho_n(T)]}\right]\right\}\end{cases}\tag{36}$$

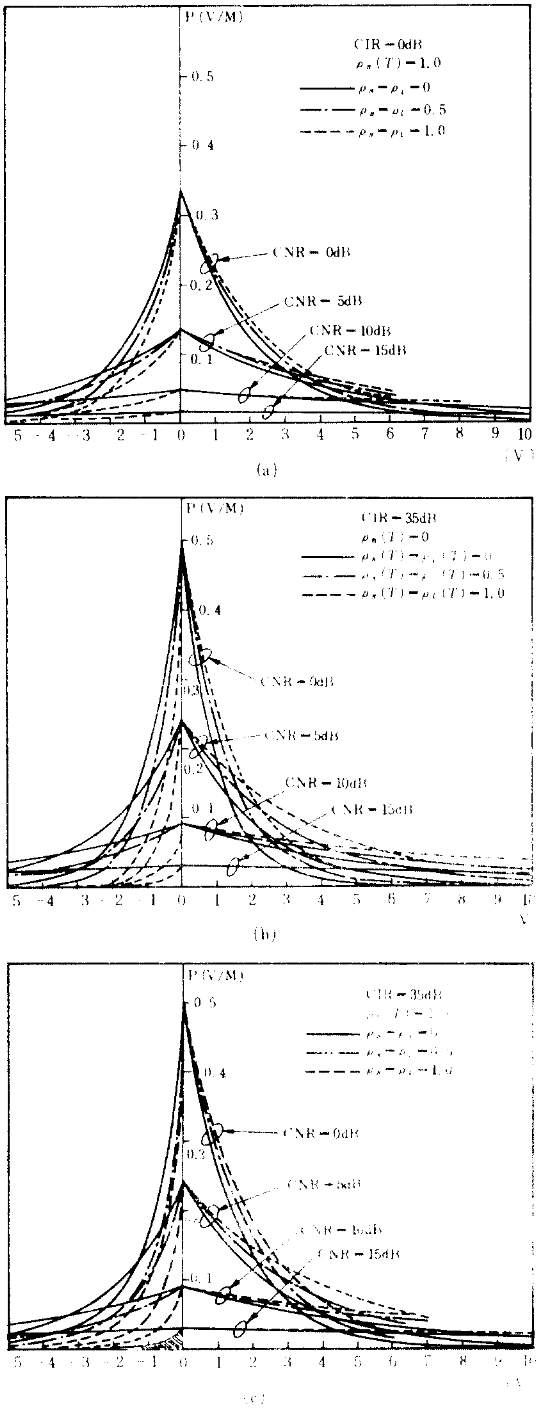


그림 2 검파기 출력의 조건부 확률밀도 함수
Conditional probability density functions for the detector output

여기에서 Γ는 수신기 잡음의 평균전력 σ_n^2을 정규화 단위로 한 정규화 평균 반송파대 잡음 전력비 $(CNR=\sigma_s^2/\sigma_n^2)$이고 Λ는 정규화 평균 반송파대 간섭파 전력비 $(CIR=\sigma_s^2/\sigma_i^2)$를 나타낸다.

식 (36)의 수치계산 결과를 그림 2에 나타냈으며 이들로부터 다음과 같은 것을 알 수 있다.

(1) $\rho_s=\rho_n=0$일 때는 확률분포 특성곡선은 우대칭(그림 2중 실선표시)이 되어 이 경우 誤率(error rate)이 最惡인 1/2이 됨이 예견된다.

(2) CN비가 증가함에 따라 분포특성곡선은 평탄하게 된다.

(3) CI비가 확률분포에 미치는 영향은 매우 크며 CI비가 증가함에 따라서 확률분포가 크게 됨을 알 수 있다.

(4) 최소 誤率은 CN비와 CI비가 최대이며 희망파와 간섭파 및 수신기 잡음의 평균 자기상관함수 $\rho_s(T), \rho_i(T), \rho_n(T)$가 모두 최대치인 1.0일 경우 도달됨이 예견된다(그림 2(c)참고). 이때의 誤率은 사선부분의 면적에 해당됨을 알 수 있다.

5. 符號誤率

희망신호 및 간섭신호의 데이터 시이퀀스(data sequence)가 서로 독립이라고 가정하고 희망신호 및 간섭신호의 마아크(mark)의 발생확률을 각각 p, q라고 하면 레일리 페이딩 하의 지연검파방식의 PSK(DPSK)방식의 2値符號誤率 P_e는 식(29)의 正負의 誤判定에 의해 생기며 이는 마아크(mark)및 스페이스(space)가 송신되었을 때의 조건부 誤判定 확률의 합으로써 다음과 같이 주어진다.

$$\begin{aligned}P_e = &P_{rob}[V<0\,|\,\Delta\phi_s=0,\ \Delta\phi_i=0]p\cdot q\\ &+P_{rob}[V<0\,|\,\Delta\phi_s=0,\ \Delta\phi_i=\pi]p\cdot(1-q)\\ &+P_{rob}[V\geq 0\,|\,\Delta\phi_s=\pi,\ \Delta\phi_i=0](1-p)\cdot q\\ &+P_{rob}[V\geq 0\,|\,\Delta\phi_s=\pi,\ \Delta\phi_i=\pi](1-p)\cdot\\ &\cdot(1-q)\end{aligned} \tag{37}$$

위 식에서

$$\begin{aligned}&P_{rob}[V<0\,|\,\Delta\phi_s=0,\ \Delta\phi_i=0]\\ &=\frac{1}{\mu_0}\int_{-\infty}^{0}\exp\left[\frac{2V}{\mu_0(1-\rho_0)}\right]dV\\ &=\frac{1}{\mu_0}\cdot\frac{\mu_0(1-\rho_0)}{2}\\ &=\frac{1}{2}\cdot\frac{\sigma_s^2[1-\rho_s(T)]+\sigma_i^2[1-\rho_i(T)]}{\sigma_s^2+\sigma_i^2+\sigma_n^2}\\ &\qquad\underline{+\sigma_n^2[1-\rho_n(T)]}\end{aligned} \tag{38}$$

이 되며 마찬가지로

$$\left.\begin{aligned}&P_{rob}[V<0\,|\,\Delta\phi_s=0,\ \Delta\phi_i=\pi]\\ &=\frac{1}{2}\cdot\frac{\sigma_s^2[1-\rho_s(T)]+\sigma_i^2[1+\rho_i(T)]}{\sigma_s^2+\sigma_i^2+\sigma_n^2}\\ &\qquad\underline{+\sigma_n^2[1-\rho_n(T)]}\\ &P_{rob}[V\geq 0\,|\,\Delta\phi_s=\pi,\ \Delta\phi_i=0]\\ &=\frac{1}{2}\cdot\frac{\sigma_s^2[1-\rho_s(T)]+\sigma_i^2[1+\rho_i(T)]}{\sigma_s^2+\sigma_i^2+\sigma_n^2}\\ &\qquad\underline{+\sigma_n^2[1+\rho_n(T)]}\\ &P_{rob}[V\geq 0\,|\,\Delta\phi_s=\pi,\ \Delta\phi_i=\pi]\\ &=\frac{1}{2}\cdot\frac{\sigma_s^2[1-\rho_s(T)]+\sigma_i^2[1-\rho_i^2(T)]}{\sigma_s^2+\sigma_i^2+\sigma_n^2}\\ &\qquad\underline{+\sigma_n^2[1+\rho_n(T)]}\end{aligned}\right\} \tag{39}$$

와 같이 계산된다. 식 (38)과 (39)를 식 (37)에 대입함에 의해 事前確率 p, q가 기지일 경우 간단히 誤率을 구할 수 있다. 여기에서 희망신호 및 간섭신호의 각 데이터 시이퀀스에 있어서 마아크(mark)와 스페이스(space)의 발생확률이 각각 1/2씩이라 가정하면 식 (37)의 P_e는 다음과 같이 된다.

$$\begin{aligned}P_e=\frac{1}{4}\Big\{&P_{rob}[V<0\,|\,\Delta\phi_s=0,\ \Delta\phi_i=0]\\ &+P_{rob}[V<0\,|\,\Delta\phi_s=0,\ \Delta\phi_i=\pi]\\ &+P_{rob}[V\geq 0\,|\,\Delta\phi_s=\pi,\ \Delta\phi_i=0]\\ &+P_{rob}[V\geq 0\,|\,\Delta\phi_s=\pi,\ \Delta\phi_i=\pi]\Big\}\end{aligned} \tag{40}$$

식 (38)과 (39)를 식 (40)에 대입, 정리하면 마아크(mark)와 스페이스(space)가 같은 확률로 보내져 올 때의 DPSK신호의 符號誤率 P_e는 다음과 같이 나타내어진다.

$$\begin{aligned}P_e&=\frac{1}{4}\left\{\frac{1}{2}\cdot\frac{4\sigma_s^2-4\sigma_s^2\rho_s(T)+4\sigma_i^2+4\sigma_n^2}{\sigma_s^2+\sigma_i^2+\sigma_n^2}\right\}\\ &=\frac{1}{2}\left(1-\frac{\sigma_s^2\rho_s(T)}{\sigma_s^2+\sigma_i^2+\sigma_n^2}\right)\\ &=\frac{1}{2}\left(1-\frac{\Gamma\rho_s(T)}{\Gamma+\left(\frac{\Gamma}{\Lambda}\right)+1}\right)\end{aligned} \tag{41}$$

위 식(41)에 주어진 符號誤率 P_e는 堀越등이 구한 결과〔參考文獻 3의 식(36), (37)〕와 일치한다. 또한 식 (41)에 있어서 간섭파의 평균전력 σ_i^2이 무시될

수 있는 경우 ($A\rightarrow\infty$)에는

$$P_e=\frac{1}{2}\left[1-\frac{\Gamma}{\Gamma+1}\rho_s(T)\right] \tag{42}$$

가 되어 H. B. Voelcker[1]가 구한 식과 완전히 일치하게 됨을 알 수 있다.

그림 3은 CI비와 P_s를 파라미터(parameter)로 하여 식 (41)의 誤率特性의 수치계산결과를 나타낸 것이다. 이로부터 $P_s(T)$의 증가에 따라 誤率이 급격히 감소됨을 알 수 있는데 이는 앞절에서 보인 확률분포에 관한 특성과 일치한다. 또한 그림으로부터 식 (41)은 경감불능(irreducible)의 誤率特性을 나타내고 있음을 알 수 있다. 이러한 경감불능의 誤率特性은 빠른 페이딩을 받는 환경하에 있어서의 디지탈 전송시의 고유의 특징으로서 50dB정도의 충분히 큰 평균CN비를 받고 있어도 페이딩 방해에 의해 일어나는 급격한 위상변화에 의해 생기는 현상이다.

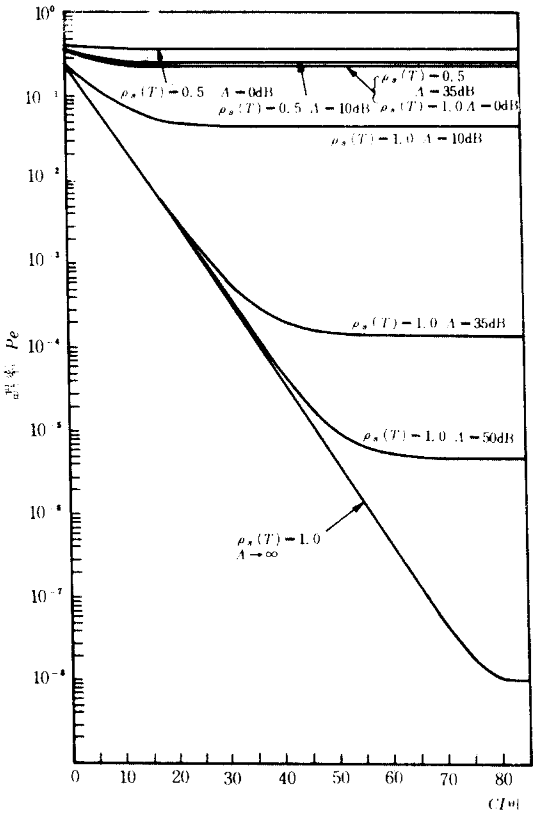


그림 3 誤率特性
Error rate performance.

동일 채널간의 간섭에 의한 영향은 식 (41)로부터 定量的으로 평균전력이 σ_i^2인 加法的(additive)인 가우스 잡음과 등가가 됨을 알 수 있다. 즉 동일 채널간 간섭이 일어날 경우에는 평균 CN비가 충분히 큰 경우라 할지라도 간섭과의 평균전력만큼의 CN비가 저하되므로 誤率特性이 크게 劣化됨을 면하기 어렵다.

6. 결 론

DPSK검파방식을 채용하여 디지탈 전송을 할 경우 이에 미치는 동일 채널 간섭의 영향에 대하여 이론적 해석을 행했다.

수치해석결과로서 검파기 출력의 확률밀도 함수를 희망신호, 간섭신호 및 수신기 잡음 등 각각의 자기상관함수와 CN비를 파라미터로 하여 나타내었고 CN비의 변화에 따른 受信誤率 特性을 CI비를 파라미터로 하여 나타내었고 이들을 각각 분석, 검토했다.

본 논문에서는 이제껏 알려진 해석방법과는 달리 검파기 출력의 확률밀도함수를 구성함수법에 의해 구하는 전혀 새로운 해석방법을 제시 검토하였고 구해진 결과가 앞서 구해진 諸解析結果 등과 일치함을 보였다.

謝 辭

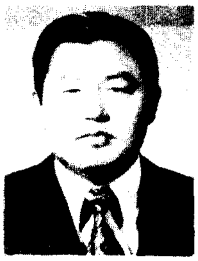
본 연구는 문교부로부터 1981년도 학술연구조성비를 지원받아 행한 것입니다.

본 연구에 있어 유익한 지도와 조언을 하여 주신 日本 大阪大學 工學部 通信工學科의 滑川敏彦敎授, 森永規彦助敎授 두 분과 여러 가지로 많은 도움과 협조를 아끼지 않으신 學友 作兌註씨에게 깊은 감사의 뜻을 표합니다.

参 考 文 献

(1) H. B. Voelcker, "Phase shift keying in fading channels," Proc. Inst. Electr. Eng., 107, Part-B, pp. 31-38, Jan 1960.
(2) 吉田嘉也, 森永規彦, 滑川敏彦, "フェージング通信路におけるDPSK波の誤り率特性", 日本電子通信學會通信方式研資, CS-75-7, 1975年 4月.

(3) 堀越 淳, 堀江 等, 森永隆広, "フェージングを受けたDPSK波の同一チャネル間干渉による誤り率特性", 日本電子通信學會論文誌, Vol. J62-B, pp. 471-477, 1979年 5月.
(4) L. C. Andrews, "The probability density function for the output of a cross correlator with bandpass inputs", IEEE Trans. Inform. Theory, Vol. IT-19, pp. 13-19, Jan. 1973.



李 亨 宰 (Hyung Jae LEE) 正會員
1933年 3月20日生
1958年 3月 : 韓國航空大學電子工學科卒業
1961年 3月 : 漢陽大學校工科大學電氣工學科卒業
1972年 2月 : 漢陽大學校大學院修了
1964年 10月 : 韓國航空大學助教授
1971年 7月 : 韓國航空大學副教授
1978年 1月 : 韓國航空大學教授
本學會 副會長

趙 成 俊 (Sung Joon CHO) 正會員
1946年 1月 9日生
1965年 4月～1969年 2月 : 韓國航空大學通信工學科卒業(工學士)
1973年 4月～1975年 2月 : 漢陽大學校大學院 (通信專攻(卒業(工學碩士)
1977年 4月～1981年 3月 : 日本大阪大學大學院通信工學科(工學博士)
1969年 4月～1972年 7月 : 海軍技術(通信)將校
1972年 8月～現在 : 韓國航空大學通信工學科助教授, 本 學會總務理事, 編集委員長