韓國通信學會誌 '82-9 Vol. 7 No. 3

論 文

버퍼內傳送블럭의 確率密度函數 追跡을 위한 Random Number 의 發生器에 關한 研究

正會員 朴 逸*

The Random Number Generator for the P. D. F of the Blocks in the Buffer

Yhl PARK*, *Regular Member*

要 約 컴퓨터 통신 네트워크에서 端末裝置로부터 入力되는 메시지에 대하여 버퍼에 남아 있을 메시지 블록數에 관한 確率分布函數를 考察하여 平均블록數에서 最小버퍼 사이즈를 요하는 블록長을 구하고 이 블록과 연결정보長과의 관계를 규명하여 이 分布에 대한 타당성을 모색하였다. 또한 이 分布에 대한 亂數發生器를 설계하여 테스트한 결과 亂數데이터源으로 사용할 수 있음을 보였다.

ABSTRACT In computer communication network, it is assumed that blocks are served at a rate of μ messages per sec. The message blocks will be stayed in the buffer during the service time. In this case, the probability density distribution of the number of message blocks in the buffer space has been studied. When the average buffer space needed is minimum, the average block size will be specified by the relation between the input data and link information length. This relation proves to be perfect. The random number generator for this probability distribution is designed. The test result by making use of the random number generator has shown that it has little difference from the theoretical one.

1. 序 論

컴퓨터 네트워크에서 버퍼入力트래픽은 character, burst 또는 이들의 혼성형태이다. 이것은전송시 입력되는 블록으로 burst는 character string 이며 블록은 메시지를 세그먼트한 것으로 구성된 것이다. 버퍼에 전송되는 메시지나 잡의 속도와 이의 처리속도와는 매우 큰 차가 있다. 단말장치로부터 입력되는 메시지 블록들이 시스템內에서 부분적으로 또는 완전히 메시지로 組立되어 處理, 入力하도록 하기 위하여 버퍼 스페이스가 필요하다. 메시지組立過程에서 버퍼 스페이스의 랜덤使用을 위하여는 데이터構造에 따른 연결정보를 各블록에 추가하여야 한다. 이 때 블록 사이즈 b가 너무 작으면 연결정보 스페이스가 과다하게 필요하여 非經濟的이며 b를 너무 크게하면 블록內에 未使用스페이스가 많아지는 결점이 있다. Eric Wolman[1], Schultz[2]등이 제시한 最適블록長은 버퍼스토리즈 스페이스에서 사용되지 않는 블록長內스페이스를 最小化하는 方案으로 논하였으며 Hayes & Fraser[3]는 傳送線路의 使用效率을 높이는 傳送블록長을 제시하였다. 버퍼 스페이스의 크기는 버퍼內메시지 블록數에 의하여 결정된다. 버퍼內메시지 블록數는 메시지傳送速度, 시스템內處理速度 및 메시지長에 따른 블록數分布등에 의한 함수관계를 가질 것이다. 따라서 버퍼 스페이스의 크기설정 및 시뮬레이션時 버퍼 스페이스內블록數에 대한 확률밀도함수를 갖는 블록數 分布를 재현시키기 위하여 亂數發生器가 필요하다. 本論文에서는 端末로부터 들어오는 入力메시지가 시스템의 메시지 處理速度로 인하여 버퍼 스페이스內에 남아 있을 平均 블록數를 구하고 이 블록數에 따른 버퍼 스페이

* 東洋工業專門大學通信科
Dept. of Communication Engineeing Dongyang Junior Technical college, Seoul, 150 Korea
論文番號 : 82-16 (接受 1982. 8 . 25)

스가 최소로 되는 블록長 b를 규명하였다. 이 결과 블록長 b는 Eric Wolman[1]과 일치하며 Hayes & Fraser[3]와 동일한 형태로 나타났음을 확인하였다. 이로부터 버퍼 블록數에 대한 확률밀도함수의 타당성을 모색하여 블록數分布에 대한 亂數發生器를 실현하였다. 本亂數發生器는 uniform random number generator를 사용하여 Kuo[4], Carnahan[5]등의 예에 비추어 10,000회 실시하였다. 결과로서 本亂數發生器는 上記한 分布函數의 各 離散値에 거의 일치함을 확인하였다.

2. 本 論

버퍼内에 남아 있을 평균 블록數에서 最小버퍼 스페이스를 요하는 관계를 규명하고자 한다. 여기서 블록數에 대한 확률밀도함수의 타당성을 고찰하고 블록數分布에 대한 亂數發生器設計의 당위성을 모색하고자 버퍼의 입력전송선로의 일반적 특성을 다음과 같이 가정한다.

1) 各線路는 同一特性을 가지며 他線路와는 獨立的이다.

2) 메시지 캐럭터는 메시지의 시작과 종료의 사이에서는 균일한 속도로 전송된다.

3) 각 선로는 busy, idle상태가 교차한다.

이와 같은 선로특성에서는 1-line의 결과로 M-line으로 연결된 버퍼 상태를 추정할 수 있다.

2-1 1-line에서 블록數分布

入力데이터의 평균 도착률(λ), 서어비스率(μ), 분포가 exponential일 때 K번째 입력이면

$$\lambda_k=\lambda \quad k<K$$
$$\quad 0 \quad k>K$$
$$\mu_k=\mu, \quad k=1,2,\cdots,K$$

이다. 시스템内에 K개의 메시지가 있는 상태 E_k, 확률 P_k라 할 때 이는 Birthdeath process[6]이므로

(1) 입력이 없는 경우는

$$P_k=1/1+\lambda/\mu \tag{1}$$

(2) 버퍼가 busy일 확률

$$P_k=(\lambda/\mu)/1+\lambda/\mu \tag{2}$$

이다.

임의의 시간 t에서 버퍼内에 있을 블록數를 $y(t)$라 하면 P(idle)은 $y(t)=0$일 경우와 동일하므로

$$P(\text{idle})=P(y(t)=0)=1/1+\lambda/\mu$$

이 된다. 트래픽密度(traffic intensity) $\rho=\lambda/\mu$ 라고 놓으면

$$P(\text{idle})=1/1+\rho \tag{3}$$

이다.

메시지 블록이 入力되어 처리되어 나가는 시간을 massage age $M_a(t)$라 하면 $M_a(t)=v$일 때

$$P(M_a(t)=0)=P(y(t)=0)$$
$$\therefore P[v<M_a(t)<v+dv]$$
$$=P[v=0]\cdot P[d_v\text{시간에 발생}]\cdot P[\text{메시지長}]$$
$$=1/1+\rho\cdot\lambda dv\cdot e^{-\mu v} \tag{4}$$

이다. 메시지内 캐럭터는 동일속도로 전송되므로 전송속도 r ch/sec면 블록當平均傳送時間은 b/r이다.

$b/r=\dfrac{1}{a}$로 놓으면

$$P[y(t)=y]=P\left[\frac{y-1}{a}<M_a(t)<\frac{y}{a}\right]$$
$$=\frac{\lambda}{1+\rho}\int_{\frac{y-1}{a}}^{\frac{y}{a}}e^{-\mu v}\,dv$$
$$=\frac{\rho}{1+\rho}(1-e^{-\frac{\mu}{a}})\,e^{-(\frac{y-1}{a})\mu} \tag{5}$$

이 된다. 시스템 busy상태에서 $P[y(t)=y]$는

$$P[y(t)=y\,|\,\text{system busy}]=(1-e^{-\frac{\mu}{a}})\,e^{-(\frac{y-1}{a})\mu} \tag{6}$$

이다. 따라서 1-line에서 버퍼 블록 $\{y\}$에 대한 확률 P는 다음과 같다.

$$P=\sum_{y=0}^{\infty}P[y(t)=y]$$
$$=\frac{1}{1+\rho}+\sum_{y=1}^{\infty}\frac{\rho}{1+\rho}(1-e^{-\frac{\mu}{a}})\,e^{-(\frac{y-1}{a})\mu} \tag{7}$$

2-2 M-line에서 最小버퍼 스페이스에 대한 블록長

블록數分布에서 平均블록數를 구하기 위하여 Generating Function[7]을 사용하면 P의 Generating Function $P(s)$는

$$P(s)=\Sigma Ps^y$$
$$=\frac{1}{1+\rho}+\sum_{y=1}^{\infty}\frac{\rho}{1+\rho}(1-e^{-\frac{\mu}{a}})\,e^{-(\frac{y-1}{a})\mu}s^y$$
$$=\frac{1}{1+\rho}+\frac{\rho}{1+\rho}(1-e^{-\frac{\mu}{a}})\frac{s}{1-se^{-\frac{\mu}{a}}},$$

$p=e^{-\frac{\mu}{a}}$로 놓으면

$$P(s)=\frac{1-ps+\rho s-\rho ps}{(1+\rho)(1-ps)} \tag{8}$$

이 된다. 따라서 M-line에서 $H(s)$는 다음과 같다.

$$H(s)=[P(s)]^M=\left[\frac{1-ps+\rho s-\rho ps}{(1+\rho)(1-ps)}\right]^M$$

평균 $m=H'(s)\,|_{s=1}$

$$=M\cdot\frac{1}{1+\rho}\cdot\frac{1}{1-p} \tag{10}$$

블록長 $B=b+c$(c : 연결정보)이므로 平均캐럭터

數 $E(N)$은

$$E(N)=m\cdot B=(b+c)M\frac{\rho}{1+\rho}\cdot\frac{1}{1-p},$$

$\omega=\frac{\mu}{r}$로 놓으면

$$E(N)=(b+c)M\frac{\rho}{1+\rho}\cdot\frac{1}{1-e^{-\varepsilon b}} \tag{11}$$

이다. $E'(N)=0$일때 최소이므로 이를 만족하는 b는 다음과 같다.

$$b=\sqrt{2c\left(\frac{1}{\omega}\right)}$$

$(1/\omega)$은 characters/message로 平均메시지 캐럭터數가 된다. 이 결과는 Wolman[1], Schultz[2]등이 버퍼內에서 블록長內의 未使用스페이스를 최소화하는 경우와 동일하며 Hayes & Fraser[3]의 형태와도 동일하다. 이들을 비교하면 다음과 같다.

Name	Object	Relation
Wolman	To minimize waste space in the Buffer block length	$c=\sqrt{2bL}$ c: the cell size to block b: chain length L: average massage Length
Schultz	To minimize Waste Space in the Buffer block length	$b=\sqrt{2cm}$ b: data block length c: chain length m: average message length
Hayes & Fraser	To increase transmission line utility	$D=\sqrt{2MH}$ D: Packet length M: average message length H: Header length

2-3 M-line블록數分布

M개 선로로 연결된 버퍼內블록數는 M-line에서 액티브確率과 各액티브線路의 블록 占有確率과의 관계로서 이는 Schultz[2]에 의하여 i개의 블록이 버퍼內에 있을 확률밀도함수 p_i는 다음과 같다.

$$P_i=(1-Q)^M\cdot p^i\cdot\sum_{n=1}^{(M,i)}\binom{M}{n}\binom{i-1}{n-1}\left\{\frac{Q(1-p)}{p(1-Q)}\right\}^n \tag{13}$$

$$i\geqq 1,$$

$$P_i=(1-Q)^M \qquad i=0 \tag{14}$$

$$Q=\frac{\rho}{1+\rho}$$

M : 全line수

n : active line수

i : block수

P_i의 Generating Function $P_i(s)$는 (9)式의 $H(s)$와 같다. 따라서 $H(s)$의 원함수 h_i도 p_i와 동일하다. 이는 2-2의 검토결과 p_i가 버퍼內 블록數에 대한 확률밀도함수로서 타당함을 의미한다.

버퍼 스페이스의 크기는 블록數分佈에 따라 결정된다. 이러한 버퍼 스페이스의 효율을 높이기 위하여 랜덤 사용이 요구된다.[8] 이 경우 메시지 수삽을 위한 데이터 구조 로직에 따른 연결정보를 각 데이터 블록에 추가하여야 한다. 데이터 블록長이 너무 작은 경우 각 블록을 연결하는 때 블록당 연결정보 스페이스가 과다하게 필요하며 b를 너무 크게 하면 블록內에서 未使用스페이스가 커져서 낭비가 된다. 버퍼內에 있을 전송 블록수 i에 대한 확률밀도함수는 前記한 바와 같으며 그 평균 블록수에서 최소 버퍼 스페이스를 요하는 데이터 블록長 b는 $\sqrt{2c(1/\omega)}$임을 알았다. 따라서 관련 시스템의 분석 또는 시뮬레이션을 위한 亂數源으로 사용키 위하여 p_i 分佈亂數發生器를 구성할 필요가 있다.

2-4 블록數分布에 대한 亂數發生器

亂數發生器의 설계에는 컴퓨터의 메모리 사이즈나 발생소모시간을 최소로 하는 알고리즘이 필요하다[9]. 그러나 本分佈函數의 亂數發生器는 그 제작 유례가 없으므로 오차가 적은 발생결과를 얻기 위하여 기본적인 방법[10,11]을 적용하였다. 이에 앞서 本分佈函數를 명확히 파악하기 위하여 p_i확률밀도함수표를 구하기 위한 컴퓨터 프로그램으로 다음과 같은 특성을 알았다.

(1) 이 확률밀도함수는 선로수가 증가하고 트래픽密度가 증가할 수록 수렴속도가 매우 완만한 꼬리를 가지고 있다.

(2) 이 확률밀도함수는 평균, 분산의 증가율이 선로수 증가에 따라 선형으로 증가하며 증가율은 분산의 경우가 평균의 경우보다 더 급증한다.

이상과 같은 특성을 토대로 離散分佈의 亂數發生器를 구성하기 위하여 uniform random number generator[10]의 출력 $(0\leqq u<1)$을 사용하였으며 알고리즘은 다음과 같다.

알고리즘

step 1 : 32 bits uniform random number U 發生

step 2 : $i\leftarrow 0$, PREV←0

step 3 : calculate p_i

cur←p_i+PREV $i\leftarrow i+1$

step 4 : if PREV<U<Cur then Go To 6

step 5 : Prev←Cur Go To 3

step 6 : Random Number K←i

3. 亂數發生器의 테스트 및 考察

上記한 알고리즘으로 버퍼內블록數分布에 대한 亂數發生器를 테스트하였다. 이 과정에서 亂數發生回數는 Carnahan[5]의 Poisson Distribution Random Number Generator, Kuo[4]의 Buffon Needle Problem등을 예로 하여 10,000회로 하였다. 그 결과 $\Sigma p_i = 0.999$이상이 되면 선로수 10, 블록長이 작은 경우 분포곡선의 상부 끄리부분에 해당하여 그 증가율이 10^{-5}이하로 시간이 매우 경과되어 그 상한을 0.999로 하였다. 亂數發生頻度에서 이론치와 계수치와의 오차는 발생범위에서 최대 62회였다. 사용한 Uniform Random Number Generator는 RANDU[10]이며 결과는 다음과 같다.

4. 結　論

컴퓨터通信네트워크에서 다수의 단말과 CPU간의 메시지 블록數에 대한 Fuchs & Jackson[12]의 Geometric분포는 짧은 메시지 결과이므로 CPU-CPU간의 경우는 해당되지 않는다. 이 확률밀도 함수의 모델에서 入力메시지 블록의 도착시간 간격, 시스템內서어비스時間이 exponential 分布이고 메시지長에 대한 블록數分布가 Geometric 分布일 때 최소 버퍼 스페이스를 갖는 블록長은

(1) Wolman[2]과 일치한다.

(2) Schultz[3]의 블록장內未使用캐릭터長을 최소로 하는 버퍼 크기에서 즉시 처리되는 경우와 동일하다.

BLOCK SIZE	LINE	RANDOM NUMBER	FREQUENCY	THEORETIC FREQ.
250	10	0	86	5[illegible].949
250	10	1	536	542.[illegible]20
250	10	2	1495	1457.244
250	10	3	2279	2329.689
250	10	4	2466	2456.129
250	10	5	1779	1788.526
250	10	6	929	914.823
250	10	7	333	327.179
250	10	8	95	79.701
250	10	9	2	12.520
BLOCK SIZE	LINE	RANDOM NUMBER	FREQUENCY	THEORETIC FREQ.
500	1	0	6241	625[illegible]
500	1	1	3759	3749.828
BLOCK SIZE	LINE	RANDOM NUMBER	FREQUENCY	THEORETIC FREQ.
500	4	0	1530	1525.379
500	4	1	3640	3661.941
500	4	2	3296	3295.762
500	4	3	1337	1318.473
500	4	4	197	197.897
BLOCK SIZE	LINE	RANDOM NUMBER	FREQUENCY	THEORETIC FREQ.
500	7	0	365	372.529
500	7	1	1571	1564.550
500	7	2	2791	2816.133
500	7	3	2801	2816.188
500	7	4	1740	1689.866
500	7	5	595	608.493
500	7	6	137	121.773
BLOCK SIZE	LINE	RANDOM NUMBER	FREQUENCY	THEORETIC FREQ
500	10	0	86	91.949
500	10	1	539	545.672
500	10	2	1511	1473.271
500	10	3	2295	2357.221
500	10	4	2496	2475.143
500	10	5	1772	1792.244
500	10	6	910	891.261
500	10	7	308	335.665
500	10	8	83	63.214

(3) Hayes & Fraser[5]의 형태와 같다.

따라서 본 확률밀도함수는 터미널－CPU간 통신에서 버퍼 오우버플로우 확률을 산정하며 버퍼의 크기를 결정하는 자료에 一助가 될 수 있음을 보였다. 또한 이와 유사한 시스템의 시뮬레이션 등에 亂數데이터源으로 本亂數發生器를 사용할 수 있음을 亂數發生結果로서 확인하였다.

参 考 文 献

(1) E. W, "A fixed optimun cell size for records of various lengths," JACM vol. 12, no. 1, pp. 53～70, Jan. 1965.

(2) G. D. Schultz, "A stochastic model for message assembly buffering with a comparison of block assignment strategies," JACM vol. 19, no. 3, pp. 483～495, July 1972.

(3) J. F. Hayes & A. G. Fraser, "Optiman packet size for data communications," Proc. of the IEEE, pp. 1397～1398, Oct. 1974.

(4) S. Kuo, "Computer Applications of Numerical Methods," Addison-Wesley, 1972.

(5) B. Carnahan, H. A. Luther, J. O. Wilkes, "Applied Numerical methods," John Wiley & Sons, 1969.

(6) L. Kleinrocr, "Queueing systems," vol. 1, John Wiley & Sons, 1975.

(7) W. Feller, "An introduction to probability theory and its applications," vol. 1, John Wiley & Sone, 1968.

(8) D. P. Gaver, jr. "Probability models for buffer storage allocation problems," JACM, vol. 18, no. 2, pp. 186～198, April 1971.

(9) P. R. Tadikamalla, "Computer genertion of gammarandom variabes," Comm. ACM vol. 12, no. 5, pp. 419～422, May, 1978.

(10) G. S. Fishman, "Concepts and methods in discrete event digital simulation," John Wiley & Sons, 1973.

(11) H. Kobayashi, "Modeling and Analysis," Addison-Wesley Co., 1978.

(12) E. Fuchs, P. E. Jackson, "Estimates of distributions of random Variables for certain computer communications traffic models," Comm. ACM vol. 13, no. 12, pp. 752～757 Dec. 1970.

朴 逸(Yhl PARK) 正會員

1949年12月24日生

1970年：韓國航空大學電子科卒業

1980年 8 月～1982年 8月：漢陽大學校大學院卒業

1970年 2 月～1980年 2 月：韓國電力勤務

1980年 3 月～1982年現在：東洋工業專門大學通信科專任講士