

論文

# PSK 信号에 對한 FDM-FM 信号의 干涉影響

正會員 李 亨 宰\* 正會員 李 大 寧\*\* 正會員 趙 成 俊\*\*\*

## Interference of FDM-FM Signal upon PSK Signal

Hyung Jae LEE\*, Dae Young LEE\*\* and Sung Joon CHO\*\*\*, *Regular Members*

**요약** 正規分布의 주파수 스펙트럼을 갖는 광대역 FDM-FM 信号이 同期 PSK(CPSK) 信号에 미치는 干涉影響에 關하여 調査했다. FDM-FM 信号로 부터의 동일채널(cochannel) 또는 인접채널(adjacent channel) 干涉하에 있어서의 PSK 信号의 수신誤率의 일반식을 求해 수치계산과 검토를 行했다. 해석결과를 반송파대 간섭과 전력비(CIR), 반송파대 잡음 전력비(CNR) 및 PSK 信号와 FDM-FM 信号 사이의 정규화 반송파 주파수차를 함수로 하여 나타내었다. 본 연구에서 얻어진 결과는 동일 무선주파수대에 두 信号의 반송파 주파수 차단을 위한 대역폭 및 전력 등을 定하는데 필요한 자료를 제공한다.

**ABSTRACT** The effect of wideband FDM-FM signal on binary CPSK signal in an interchannel interference environment has been investigated. A general equation of the bit error rate of binary CPSK signal with cochannel and adjacent channel interference from FDM-FM signal has been derived. The numerical results are given in graphs as the functions of carrier to noise ratio (CNR), carrier to interference ratio(CIR) and normalized carrier separation between PSK and FM signals. The results obtained can be used in designing the frequency allocation, bandwidths and powers of PSK and FM signals in same radio frequency (RF) bands.

### 1. 서론

同期 PSK(CPSK) 방식에 關해서는 많은 연구가 行해져 왔고, CPSK 방식은 디지털 情報 전송방식중에서도 가장 효율 좋은 通信 방식의 하나로 각광을 받고 있다. 그러나 그간의 通信 수요의 증가와 발전에 따른 전송로의 폭주현상으로 오늘날 회선상호간에는 電磁干涉(EMI ; Electro-Magnetic Interference) 이 심각한 문제로 대두되고 있다.<sup>1)</sup>

상호 電磁干涉影響으로서는 동일회선간섭(cochannel interference)과 인접회선간섭(adjacent channel interference)의 2가지가 있으며 이는 모두 동일 무선주파수대를 利用함에 의해 야기되는 것으로서 주파수의 유효이용이란 면에서 중요한 문제가 아닐 수 없다. 전송로 사이의 상호간섭(mutual interference) 影響에 關해서는 다수의 연구<sup>2),3)</sup>가 行해졌으나 현재와 같이 디지털 및 아날로그 無線通信계가 混在함에 의한 시스템간 상호간섭 환경하에 있어서의 상호간섭影響에 關한 연구는 드물다.<sup>3),4)</sup>

본 연구에서는 동일 무선주파수대상에 디지털 通信계인 PSK 信号와 아날로그 通信계인 FM 信号가 인접하여 輻射되었다는 가정하에 FM 信号가 PSK 信号에 미치는 電磁干涉 影響에 關하여 調査하고자 한다. FM 信号로서는 正規分布의 주파수 스펙트럼을 갖는 광대역 FDM-FM 信号를 가정했으며 解析대상으로서는 PSK 信号의 受信誤率特性을 취한다. 2相 同期 PSK 信号의 受信誤率(BER ; bit error

\* 韓國航空大學 電子工學科

Dept. of Electronic Engineering, Hankuk Aviation College, Kyungki-Do, 122 Korea

\*\* 慶熙大學校 工科學校 電子工學科

Dept. of Electronic Engineering, Kyunghee University, Seoul, 132 Korea

\*\*\* 韓國航空大學 通信工學科

Dept. of Communication Engineering, Hankuk Aviation College, Kyungki-Do, 127 Korea

論文番号 : 81- 2 (接受 1981. 10. 1.)

rate)의 일반식을 유도하여 수치해석 및 검토를 행하고 多相 同期 PSK 신호로의 확장을 논한다.

## 2. 모델 및 가정

해석모델을 그림 1에 나타낸다. 전송로는 이상적이라 가정하여 PSK 신호는 왜곡(distortion)없이 수신기 前段에 도달하고, 여기에서 定常 白色 가우스 잡음(stationary white Gaussian noise)과 잡음 FM 신호  $i(t)$ 가 가해진다고 가정한다. 즉, PSK 신호의 受信誤率은 오직 간섭신호와 잡음만의 영향에 의해 일어난다고 한다. PSK 신호의 정보 메시지(message)는 모두 等確率로 발생하며 수신기는 이상적인 대역 통과 필터(BPF; band pass filter)와 위상검파기로(phase comparator)로 구성된다고 가정한다.

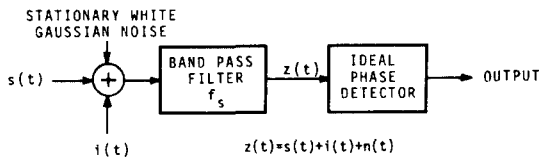


그림 1 CPSK 수신기  
CPSK receiver.

그림 2에 고찰하고자 하는 두 신호간의 주파수 배치를 보인다. FM 신호는 PSK 신호에 대해  $f_a (= f_s - f_i, f_i$ ; FM 신호의 중심주파수)만큼 떨어져 위치한다고 한다.

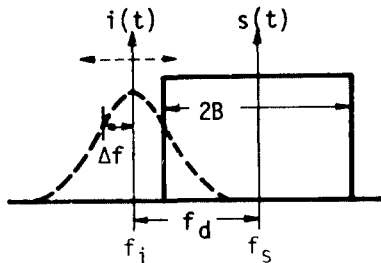


그림 2 주파수 배치도  
Frequency arrangement.

2相 PSK 신호  $s(t)$ 와 FM 신호  $i(t)$ 는 각각 다음과 같이 나타내어진다.

$$s(t) = S \cos(\omega_s t + \Phi(t)) \quad (1)$$

$$i(t) = I \cos(\omega_i t + \theta(t)) \quad (2)$$

여기에서  $\Phi(t)$ 는 신호위상으로서 마아크(mark) 또는 스페이스(space)에 대응하여 0 또는  $\pi$ 인 위상 값을 가지며,  $\theta'(t) (= d\theta/dt)$ 는 FM 신호의 基底帶域(baseband) 신호이다.

본 논문에서 취급하는 FM 무선통신계는 피변조파의 주파수 스펙트럼이 基底帶域 변조신호의 통계적 성질에 따라 一意的으로 결정되는 準安定狀態(quasi-stationary condition)에 있다고 가정한다. 따라서 FDM-FM 신호의 순시주파수 분포  $p(f)$ 는 평균치(mean) 0, 실효 주파수편이(RMS frequency deviation)가  $\Delta f$ 인 定常低域 가우스過程(stationary low-pass Gaussian process)에 따르게 되므로 FM 신호의 주파수 분포가 다음의 식으로 주어지는 단일 정규분포의 해석적 취급이 가능하다.

$$p(f) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \Delta f} \exp\left[-\frac{(f-f_i)^2}{2\Delta f^2}\right]; f_i \gg \Delta f \quad (3)$$

그림 2에서 FM 신호가 PSK 수신기의 BPF의 통과대역내에 들어오면 PSK 신호가 간섭을 받게 되어 검파기에서 誤判이 일어날 수가 있게 된다. 이 경우의 誤率(error rate)을  $P_1$ 이라고 하면  $P_1$ 은 위에서 말한 단일 정규파의 간섭과 및 잡음과 PSK 신호와의 간섭문제로서 계산된다. 한편, FM 신호가 BPF의 통과대역외에 있을 경우에도 相加性 협대역 가우스잡음(additive narrowband Gaussian noise)에 의한 영향으로 역시 검파기에서 誤判이 일어날 수 있는데 이 때의 誤率을  $P_2$ 라 하자. PSK 신호의 수신 平均誤率(average error rate)  $P_e$ 는  $P_1, P_2$ 를 각각의 발생확률(probabilities of occurrence)에 따라 평균함에 의해 얻어진다.

$$P_e = p \cdot P_1 + (1-p) P_2 \quad (4)$$

여기에서  $p$ 는 FM 신호가 PSK 수신기의 BPF의 통과대역내에 들어올 확률로서 다음과 같이 구해진다.(그림 2 참조).

$$p = \int_{f_s-B}^{f_s+B} p(f) df = \frac{1}{2} \left[ \operatorname{erf}\left(\frac{f_s+B-f_i}{\sqrt{2}\Delta f}\right) - \operatorname{erf}\left(\frac{f_s-B-f_i}{\sqrt{2}\Delta f}\right) \right] \quad (5)$$

단,

$$\operatorname{erf}(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x e^{-t^2} dt; \text{誤差函数 (error function)}$$

$$Fd = \frac{f_a}{\Delta f}; \text{정규화 반송파 주파수차}$$

$$b = \frac{B}{\Delta f}$$

$f_a = f_s - f_i$ ; 반송파 주파수차

### 3. 同期 PSK 信号의 受信誤率

간섭 FM 信号이 수신기의 BPF 의 통과 대역내에 들어오면 BPF 후단에 있어서의 수신 합성신호  $z(t)$  는

$$z(t) = s(t) + i'(t) + n(t) \quad (6)$$

로 주어진다. 여기에서  $i'(t)$ ,  $n(t)$ 는 각각 간섭파 및 평균치 0, 전력  $\sigma_n^2$ 인 협대역 가우스잡음(narrow-band Gaussian noise)으로서 다음과 같이 표현된다.

$$i'(t) = I \cos(\omega t + \lambda) \quad (7-a)$$

$$n(t) = n_c(t) \cos \omega_s t - n_s(t) \sin \omega_s t \quad (7-b)$$

위식에서  $f(=\omega/2\pi)$ 는 식(3)의 통계적 성질을 가지며  $\lambda$ 는  $[0, 2\pi]$  사이에서 一様分布(uniform distribution)한다. 또  $n_c(t)$ ,  $n_s(t)$ 는 신호위상에 대한 同相(in-phase) 및 正交(quadrature-phase)인 잡음 성분으로서 모두 평균치 0, 분산  $\sigma_n^2$ 인 서로 통계적으로 독립인 定常低域 가우스過程(stationary lowpass Gaussian process)이다.

일반성을 잃지 않는 범위내에서 0 위상의 PSK 信号 ( $\Phi(t) = 0$ )를 가정하면 검파기 입력단의 합성 수신신호  $z(t)$ 는

$$z(t) = S \cos \omega_s t + I \cos(\omega t + \lambda) + n(t) \quad (8)$$

식(8)에 따른 위상검파기 입력의 벡터도 및 판정영역을 그림 3 에 나타낸다.

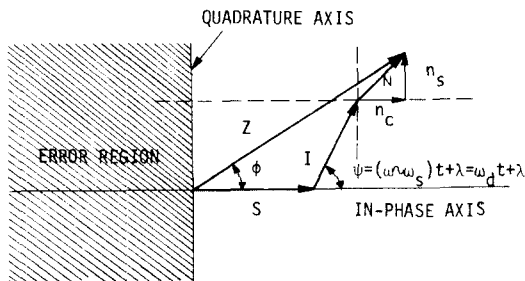


그림 3. 위상검파기 입력의 벡터도 및 판정영역  
Vector diagram of the input to the phase detector and its decision region.

그림에서  $S$ 는 PSK 信号의 진폭,  $I$ 는 간섭신호인 FM 信号의 진폭,  $N$ 는 협대역 가우스잡음의 진

폭이며  $Z$ 는 수신 합성신호의 진폭이다. 또  $\phi$ 는 간섭파의 PSK 信号에 대한 상대위상이며  $\psi$ 는 수신 합성신호의 합성위상으로서 위상검파기는 이  $\phi$  위상을 판정하여 송신된 정보를 얻어낸다.

그림 3에서 수신 합성신호의 위상각  $\phi$ 가 빗금친 왼쪽 반평면에 들어가면 0 위상인 PSK 信号을  $\pi$  위상인 PSK 信号로 誤判하게 된다. 이 때의 誤率  $p(\epsilon|0)$ 는 수신 합성벡터의 끝단이 빗금 친 부분안에 들어갈 확률로서 구해진다.

즉,

$$\begin{aligned} p(\epsilon|0)_\lambda &= P_{rob}[-\infty < n_s < \infty] \cdot P_{rob}[-\infty < n_c < -S - I \cos(\omega_s t + \lambda)] \\ &= \int_{-\infty}^{-S - I \cos(\omega_s t + \lambda)} \frac{1}{\omega_s \sqrt{2\pi\sigma_n}} \exp\left[-\frac{n_c^2}{2\sigma_n^2}\right] dn_c \\ &= \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_{-\infty}^{\frac{-S - I \cos(\omega_s t + \lambda)}{\sqrt{2}\sigma_n}} e^{-t^2} dt \\ &= \frac{1}{2} \left[ \operatorname{erfc} \left\{ \frac{S + I \cos(\omega_s t + \lambda)}{\sqrt{2}\sigma_n} \right\} \right] \\ &= \frac{1}{2} \left[ \operatorname{erfc} \left\{ \sqrt{\rho} + \sqrt{\xi} \cos(\omega_s t + \lambda) \right\} \right] \quad (9) \end{aligned}$$

여기에서  $p(\epsilon|0)_\lambda$ 는  $\lambda$ 에 대한 조건부 확률이며

$$\rho = \frac{S^2}{2\sigma_n^2}; \text{반송파대 잡음 전력비 (CNR)}$$

$$\xi = \frac{I^2}{2\sigma_n^2}; \text{간섭파대 잡음 전력비 (INR)}$$

$$\operatorname{erfc}(x) = 1 - \operatorname{erf}(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_x^\infty e^{-t^2} dt$$

$p(\epsilon|0)$ 는 다음과 같이 식(9)의  $p(\epsilon|0)_\lambda$ 를 모든  $\lambda$ 에 관해 평균을 취하여 구할 수 있다.

$$p(\epsilon|0) = \frac{1}{2} E \left[ \operatorname{erfc} \left\{ \sqrt{\rho} + \sqrt{\xi} \cos(\omega_s t + \lambda) \right\} \right]_\lambda \quad (10)$$

위식에서  $\operatorname{erfc}(u+v)$ 는

$$\begin{aligned} \operatorname{erfc}(u+v) &= \operatorname{erfc}(u) + \frac{2}{\sqrt{\pi}} \exp(-u^2) \sum_{l=1}^{\infty} (-1)^l \\ &\quad \cdot H_{l-1}(u) \frac{v^l}{l!} \quad (11) \end{aligned}$$

과 같이 전개되며 위 식의 급수는  $u+v \geq 0$ 인 모든  $u, v$  값에 대해 수렴한다. 여기에서  $H_n(x)$ 는  $n$  차의 Hermite 다항식을 나타낸다. 따라서 식(11)에 따라 식(10)을 전개하면

$$p(\epsilon|0) = \frac{1}{2} \operatorname{erfc}(\sqrt{\rho}) + \frac{2}{\sqrt{\pi}} \exp(-\rho) \sum_{l=1}^{\infty} (-1)^l \cdot H_{2l-1}(\sqrt{\rho}) \frac{1}{l!} \left(\sqrt{\frac{\rho}{\gamma}}\right)^l \cdot E[\cos^l(\omega a t + \lambda)]_{\lambda} \quad (12)$$

단,  $\gamma = \frac{S^2}{I^2}$ ; 반송파대 간섭과 전력비(CIR)

다음으로 다음의 관계

$$\frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \sin^n x dx = \int_0^{2\pi} \cos^n x dx = \begin{cases} 0 & ; n=1,3,5, \dots \\ \frac{n!}{2^n \left(\frac{1}{2}n\right)! \left(\frac{1}{2}n\right)!} & ; n=0,2,4, \dots \end{cases} \quad (13)$$

를 이용하여 식(12) 중의  $E[\cdot]$  항을 계산하면

$$E[\cos^l(\omega a t + \lambda)] = \int_0^{2\pi} \cos^l(\omega a t + \lambda) p(\lambda) da = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \cos^l(\omega a t + \lambda) d\lambda = \begin{cases} 0 & ; l=1,3,5, \dots \\ \frac{l!}{2^l \left(\frac{1}{2}l\right)! \left(\frac{1}{2}l\right)!} & ; l=0,2,4, \dots \end{cases} \quad (14)$$

이 되어  $p(\epsilon|0)$ 은 다음과 같이 된다.

$$p(\epsilon|0) = \frac{1}{2} \left[ \operatorname{erfc}(\sqrt{\rho}) + \frac{2}{\sqrt{\pi}} \exp(-\rho) \sum_{l=1}^{\infty} H_{2l-1}(\sqrt{\rho}) \frac{1}{2^{2l} l! l!} \left(\frac{\rho}{\gamma}\right)^l \right] \quad (15)$$

식(15)의 급수가 수렴하기 위해서는 모든  $\lambda$  값에 대해

$$\sqrt{\rho} + \sqrt{\xi} \cos(\omega_c t + \lambda) \geq 0 \quad (16)$$

인 조건을 만족해야 하므로

$$\sqrt{\rho} \geq \sqrt{\xi} \quad \text{또는} \quad \sqrt{\gamma} = \frac{S}{I} \geq 1 \quad (17)$$

임을 알 수 있다. 이는 정규화 간섭과 진폭의 크기가 정규화 희망신호의 진폭의 크기 보다 커서는 안됨을 의미하며 식(15)는 반송파대 간섭과 전력비(CIR; carrier to interferer power ratio)  $\gamma$  가  $0\text{dB}$  이상에서 성립함을 나타낸다.

$\pi$  위상의 신호에 대한  $p(\epsilon|\pi)$ 도 0 위상의 신호에 대한  $p(\epsilon|0)$ 와 동일하게 구해진다.  $[0, \pi]$ 의 두 정보 신호가 동등확률로 보내어지고 있으므로 2相 同期 PSK 방식의 오류율  $P_1$ 은 결과적으로 식(15)가 된다.

FM 신호로부터 간섭이 없을 경우의 오류율  $P_2$ 라 하면  $P_2$ 는 식(15)에서  $\xi \left( = \frac{\rho}{\gamma} \right) = 0$ 로 놓아

$$P_2 = \frac{1}{2} \operatorname{erfc}(\sqrt{\rho}) \quad (18)$$

로 구해지는데 이는 가우스잡음의 영향만에 의한 오류율이다. 따라서 식(5), (15) 및 (18)을 식(4)에 대입하면 FM 신호로부터 간섭을 받고 있는 2相 同期 PSK의 비트 오류율(BER; bit error rate)을 다음과 같이 구할 수 있다.

$$P_e = \rho \cdot P_1 + (1-\rho) P_2 = \frac{1}{2} \operatorname{erfc}(\sqrt{\rho}) + \frac{1}{2} \left[ \operatorname{erfc}\left(\frac{F_a-b}{\sqrt{2}}\right) - \operatorname{erfc}\left(\frac{F_a+b}{\sqrt{2}}\right) \right] \cdot \left[ \frac{1}{\pi} \exp(-\rho) \sum_{l=1}^{\infty} H_{2l-1}(\sqrt{\rho}) \frac{1}{2^{2l} l! l!} \left(\frac{\rho}{\gamma}\right)^l \right] \quad (19)$$

식(19)에서 정규화 반송파 주파수차  $F_a$ 가 0인 경우는 동기 채널 간섭을 의미한다. 따라서 식(19)는 FM 신호로부터의 동기 채널 또는 隣接 채널 간섭의 존재 하의 2相 同期 PSK 방식의 BER의 일반식을 나타낸다.

$P_e$ 에 대한 수치해석으로서  $b=3$ , 정규화 주파수차  $F_a=0, 3, 6, 7$  및 8인 경우에 대하여 그림 4에 나타냈다.

多相(M-ary) 同期 PSK 방식에서의 확대<sup>1)</sup>는 주어진다

$$\text{CIR (M-ary)} = \text{CIR (binary)} - 20 \log_{10} \sin\left(\frac{\pi}{M}\right)$$

에 대해 다음과 같은 관계식에 의해 구할 수 있다.

$$P_e(M) \Big|_{\text{CNR}} = 2P_e(\text{binary}) \Big|_{\text{CNR} + 20 \log_{10} \sin\left(\frac{\pi}{M}\right)}$$

실례를 본다면 2相 PSK(BPSK)의 오류율곡선의 4相(QPSK)으로의 확대는 CIR(M=2) + 3dB에 대해 횡좌표의 CNR을 새로이 CNR(M=2) + 3dB인 값으로 해석되어 2배하면 된다. 즉, QPSK로의 확대일 경우는 그림 4에서 CIR, CNR 값만을 각각 원래의 값에다 3dB 더한 값으로 해 보면 그래프를 그대로 이용할 수 있다.

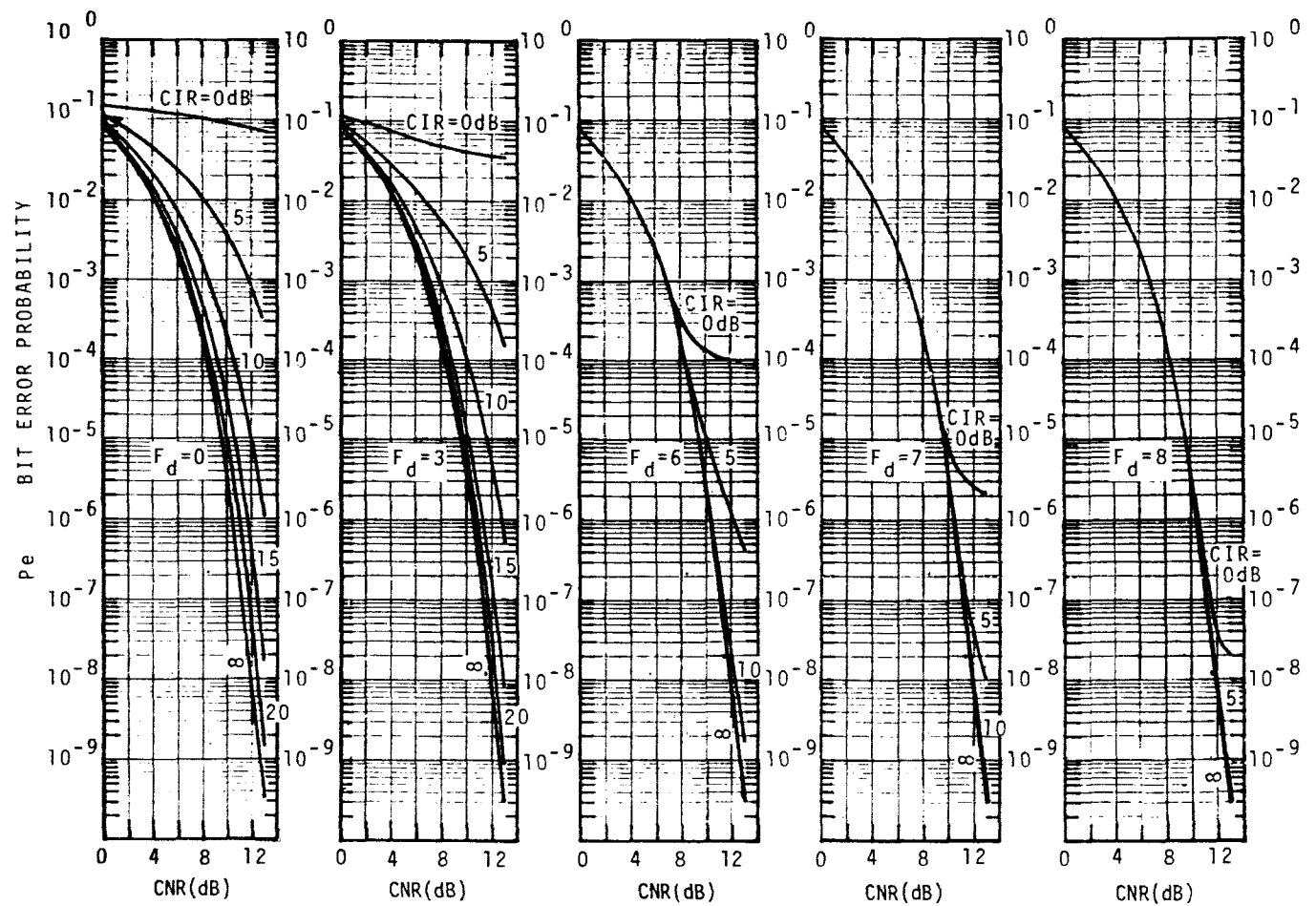


그림 4 FM 신호간섭에 의한 2相 同期 PSK 시스템의 誤率 특성  
 Error rates for binary CPSK system with interfering FM signal.

4. 결 론

본 논문에서는 채널간 간섭환경하에서 FDM-FM 신호가 2相 同期 PSK 신호에 미치는 영향에 관하여 해석했다. BER 를 구하기 위한 일반식을 유도하고 수치해석을 보인후 多相 同期 PSK 방식에로의 확대를 꾀했다. 수치해석 결과로서는 정규화 방송파 주파수차  $F_a$ 가 크면 클수록 誤率이 적어짐을 알 수 있었고  $F_a \geq 6$  인 경우에는 誤率이 CIR 에 크타지의 손하지 않음을 알 수 있었는데 이는 誤率이 타방 가우스잡음만에 의해 일어나기 때문이다. 同 一 채널 간섭인 경우( $F_a=0$ )의 誤率은 Rosenbaum<sup>2)</sup>의 결과와도 잘 일치함을 알 수 있었다.

본 논문에서 구해진 결과는 간섭상황하의 채널 할당 등에 있어서 방송파 주파수, 대역폭 및 전력등을 정함에 있어 유용한 자료를 제공한다.

参 考 文 献

- (1) K. Feher, Digital modulation techniques in an interference environment, vol.9 of EMC Encyclopedia. Germantown, Maryland:Don White Consultants, 1977.
- (2) A. S. Rosenbaum, "PSK error performance with Gaussian noise and interference," Bell Syst. Tech. J., vol.48, No. 2, pp.413~442, Feb.1969.
- (3) V. K. Prabhu, "Error rate considerations for coherent phase-shift keyed systems with co-channel interference," Bell Syst. Tech. J., vol. 48, No. 3, pp. 743~767, Mar.1969.
- (4) J. Dodo and H. Kirematsu, "Interference problems of digital (PSK) and FM radio relay system," FUJITSU Scientific & Tech. J., pp. 43~65, Mar. 1973.
- (5) 水野俊夫, 平田康夫, 森永規彦, 瀬川敏彦, "PSK波に 対する FDM-FM 波の 信号干渉," 日本電子通信学会 研究会資料 CS73-130, 1974年 1月.



李 亨 宰(Hyung Jae LEE) 正會員  
1933年 3月20日生  
1958年 3月：韓國航空大學 電子工學科 卒業  
1961年 3月：漢陽大學校工科大学電氣工學科 卒業  
1972年 2月：漢陽大學校大學院終了  
1964年10月：韓國航空大學助教授  
1971年 7月：韓國航空大學副教授  
1978年 2月：韓國航空大學 教授



李 大 寧(Dae Young LEE) 正會員  
1968年 9月~1970年 3月：캘리포니아州 立大學院 (工學碩士)  
1976年 9月~1979年 9月：延世大學校大 學院電子工學 科(工學博士)  
1971年 9月：慶熙大學校工科大学電子工 學科助教授  
1977年 3月：慶熙大學校工科大学電子工 學科副教授  
韓國情報科學會 理事



趙 成 俊(Sung Joon CHO) 正會員  
1946年 1月 9日生  
1965年 4月~1969年 2月：韓國航空大學 通信工學科 卒業(工學士)  
1973年 4月~1975年 2月：漢陽大學校大 學院 (通信專 攻) 卒業(工學 碩士)  
1977年 4月~1981年 3月：日本大阪大學

大學院通信工學科(工學博士)  
1969年 4月~1972年 7月：海軍技術(通信)將校  
1972年 8月~現在：韓國航空大學通信工學科助教授  
本 學 會 總 務 理 事, 編 集 委 員 長