

# MIMO 시스템을 위한 QR 분해 기반 순차적 신뢰 전파 검출 기법

박 상 준\*, 최 수 용<sup>o</sup>

## QR Decomposition Based Sequential Belief Propagation Detection Scheme for MIMO Systems

Sangjoon Park\*, Sooyong Choi<sup>o</sup>

### 요 약

본 논문은 MIMO 시스템을 위한 QR 분해 기반의 순차적 신뢰 전파 검출 기법을 제안한다. 제안 기법은 매 반복 과정마다 가장 작은 차수를 가지는 관측 노드의 메시지부터 순차적인 갱신 과정을 진행하여 수렴 속도 향상을 도모한다. 모의실험을 통해 제안 기법이 기존 기법들 대비 향상된 오류 성능을 달성함과 동시에 수렴 속도를 크게 개선함을 확인하였다.

**Key Words** : MIMO, Sequential BP, Iterative Detection, QR Decomposition, Observation Node

### ABSTRACT

In this letter, a QR decomposition based sequential BP detection scheme is proposed for MIMO systems. The proposed scheme performs the sequential updates from the observation node having the smallest degree among all the observation nodes. Our simulation results verify that the proposed scheme achieves an improved error performance with a significantly accelerated detection convergence speed compared to the conventional schemes.

## I. 서 론

신뢰 전파 (Belief Propagation) 검출 기법은 MIMO (Multiple-Input Multiple-Output) 시스템에서 준최적 오류 성능을 달성할 수 있는 수신 기술 중 하나로 알려져 있다<sup>1,2</sup>. 신뢰 전파 검출 기법은 매 반복 과정마다 관측 노드 (Observation Node) 및 비트 노드 (Bit Node) 간 반복적인 연판정 메시지 교환을 통한 검출 결과를 얻는다. 하지만, 신뢰 전파 검출 기법의 매 반복 과정은 입력력 수 및 심볼당 비트수의 증가에 따라 일반적인 선형 검출기 대비 크게 증가된 연산량을 요구한다. 따라서 검출 수렴에 필요한 반복 과정 수가 증가함에 따라 신뢰 전파 검출 기법은 MIMO 시스템에서 특히 크게 높은 수신단 복잡도를 요구한다.

이러한 신뢰 전파 검출 기법의 검출 수렴 속도 개선을 위해, 본 논문에서는 QR 분해 기반 순차적 신뢰 전파 검출 기법을 제안한다. 제안 기법은 기존의 QR 분해 기반 신뢰 전파 검출 기법에 기반하여 동작하며, 추가적으로 기존의 QR 분해 기반 직렬 간섭 제거 기법 및 오류 정정 부호 복호를 위한 순차적 신뢰 전파 복호 기법의 동작 원리를 응용한다<sup>2-4</sup>. 즉, 제안 기법은 QR 분해 이후 매 반복 과정마다 가장 낮은 차수를 가지는 관측 노드의 메시지부터 순차적으로 갱신한다<sup>2</sup>. 이를 통해 제안 기법은 보다 적은 간섭량을 가지는 관측 노드의 메시지부터 순차적으로 갱신하여 검출 수렴 속도를 개선하고 수신 과정의 연산량을 크게 감소시킬 수 있다.

## II. 시스템 모델

본 논문에서는 송신단 및 수신단의 입력 및 출력의 수가 각각  $N_T$  및  $N_R (\geq N_T)$ 인 공간 다중화 MIMO 시스템을 가정한다. 매 전송 시간마다 송신단에서는 송신 심볼 벡터  $\mathbf{s} = [s_1, \dots, s_{N_T}]^T$ 를 생성한다. 이 때  $\mathbf{s}$ 의 각 원소  $s_n (1 \leq n \leq N_T)$ 는 각각  $Q$ 개의 비트를 통해 구성된 심볼들을 포함하는 성상 집합  $\mathcal{Z} = \{z_1, \dots, z_{2^q}\}$ 의 원소 중에서 선택된다. 생성된 송신 심볼 벡터  $\mathbf{s}$ 는 MIMO 채널을 거쳐 수신단으로 전송되며, 이 때  $N_R \times 1$  수신 신호 벡터

\* 이 논문은 2012년도 정부(교육부)의 재원으로 한국연구재단의 지원을 받아 수행된 기초연구사업 (No. 2012R1A1A2041906) 및 2015년도 교육인적자원부 BK21 플러스 사업의 일환인 연세대학교 BEST 정보기술 사업단의 지원을 받아 연구되었음.

• First Author : School of Electrical and Electronic Engineering, Yonsei University, azssa@yonsei.ac.kr, 정희원

◦ Corresponding Author : School of Electrical and Electronic Engineering, Yonsei University, csyong@yonsei.ac.kr, 종신희원

논문번호 : KICS2015-08-258, Received August 19, 2015; Revised September 10, 2015; Accepted September 10, 2015

$\mathbf{r} = [r_1, \dots, r_{N_R}]^T$ 은 다음과 같다.

$$\mathbf{r} = \mathbf{H}\mathbf{s} + \mathbf{n} \quad (1)$$

식 (1)에서  $\mathbf{n}$ 는  $N_R \times 1$  잡음 벡터로 각  $\mathbf{n}$ 의 원소들은 평균이 0이고 분산  $\sigma^2$ 을 가지는 독립적이고 동일한 분포의 순환 대칭 복소 가우시안 확률 변수이며,  $\mathbf{H}$ 는  $\text{rank}(\mathbf{H}) = N_T$ 를 만족하는  $N_R \times N_T$  행렬로 송수신단 사이의 MIMO 채널을 나타낸다.

### III. OR 분해 기반 순차적 신뢰 전파 검출 기법

제안 기법에 앞서 본문에서는 먼저 관측 노드 및 비트 노드 메시지의 갱신 과정을 각각의 입출력을 통해 아래 식 (2) 및 식 (3)과 같이 정의한다<sup>[2]</sup>.

$$\beta_{mn} = f(\mathbf{A}(\beta_{mn}), \mathbf{H}, \mathbf{r}) \quad (2)$$

$$\alpha_{nm} = g(\mathbf{B}(\alpha_{nm})) \quad (3)$$

여기서  $\alpha_{nm}$ 은  $n$ 번째 비트 노드가  $m$ 번째 관측 노드로 전달하는 메시지이며,  $\beta_{mn}$ 은  $m$ 번째 관측 노드가  $n$ 번째 비트 노드로 전달하는 메시지이다. 또한,  $\mathbf{A}(\beta_{mn})$  및  $\mathbf{B}(\alpha_{nm})$ 은 각각  $\beta_{mn}$  및  $\alpha_{nm}$ 의 갱신을 위해 사용되는  $\alpha_{nm}$  및  $\beta_{mn}$ 의 집합을 나타내며,  $f(\cdot)$  및  $g(\cdot)$ 는 각각  $\beta_{mn}$  및  $\alpha_{nm}$ 의 갱신 함수를 나타낸다.

#### 3.1 기존 QR 분해 기반 신뢰 전파 검출 기법

해당 기법은 반복 과정에 앞서 MIMO 채널 모델에 대한 QR 분해를 수행하여  $\mathbf{H} = \mathbf{Q}\mathbf{R}^T \mathbf{R}_0^T$ 를 얻는다. 이 때  $\mathbf{Q}$ 는  $N_R \times N_R$  유니터리 행렬,  $\mathbf{R}_0$ 는  $(N_R - N_T) \times N_T$  영행렬,  $\mathbf{R}$ 는  $N_T \times N_T$  상삼각 행렬이다.  $\mathbf{I}$ 를  $N_T \times N_T$  단위 행렬로 정의할 때,  $[\mathbf{I} \mathbf{R}_0^T] \mathbf{Q}^H$ 을 수신 신호 벡터  $\mathbf{r}$ 에 곱하여 식 (1)을 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\mathbf{r}^* = [\mathbf{I} \mathbf{R}_0^T] \mathbf{Q}^H (\mathbf{H}\mathbf{s} + \mathbf{n}) = \mathbf{R}\mathbf{s} + [\mathbf{I} \mathbf{R}_0^T] \mathbf{Q}^H \mathbf{n} \quad (4)$$

식 (4)에서  $\mathbf{r}^* = [r_1^* \dots r_{N_T}^*]^T$ 는 QR 분해 및  $\mathbf{Q}^H$  행렬을 사용한 선형 변환 이후 새로운 시스템 모델에 대응하는  $N_T \times 1$  수신 신호 벡터를 나타낸다.

식 (4)의 과정을 수행한 이후 기존의 QR 분해 기반 신뢰 전파 검출 기법의 반복 과정은 다음과 같이 요약된다<sup>[2]</sup>.

0) 모든  $\alpha_{nm}$  및  $\beta_{mn}$ 을 0으로 초기화한다.

1)  $1 \leq m \leq N_T$  및  $(m-1)Q+1 \leq n \leq N_T Q$ 에 해당하는 모든  $\beta_{mn}$ 을 다음과 같이 갱신한다.

$$\beta_{mn} = f(\mathbf{A}(\beta_{mn}), \mathbf{R}, \mathbf{r}^*) \quad (5)$$

2)  $1 \leq n \leq QN_T$  및  $1 \leq m \leq \lceil n/Q \rceil$ 에 해당하는 모든  $\alpha_{nm}$ 을 다음과 같이 갱신한다.

$$\alpha_{nm} = g(\mathbf{B}(\alpha_{nm})) \quad (6)$$

3) 해당 Iteration에서 각  $n$ 번째 비트의 연관성 검출 결과  $l_n$ 을 다음과 같이 구하며, 추가 Iteration이 필요할 경우 과정 1)부터 반복한다. 이 때 식 (7)은  $1 \leq m \leq \lceil n/Q \rceil$ 에 해당하는 어떠한  $m$ 에 대해서도 동일한 결과를 계산한다<sup>[2]</sup>.

$$l_n = \alpha_{nm} + \beta_{mn} \quad (7)$$

#### 3.2 제안 기법

상기 서술한 바와 같이, 기존 기법은 매 반복 과정마다 모든  $\beta_{mn}$ 의 갱신을 완료한 이후 모든  $\alpha_{nm}$ 을 갱신한다. 하지만, 초기화 과정 및 이전 반복 과정을 통해 모든  $\alpha_{nm}$  및  $\beta_{mn}$ 이 주어진 사실을 고려할 때, 매 반복 과정에서 일부의  $\beta_{mn}$  또는  $\alpha_{nm}$ 만이 갱신된 경우에도 상대방을 갱신할 수 있음을 알 수 있다. 이러한 특성을 이용하여, 제안된 QR 기반 순차적 신뢰 전파 검출 기법은 기존 기법의 과정 1) 및 과정 2) 대신 하기의 과정 1\*) 및 과정 2\*)을  $m = N_T$ 부터  $m = 1$ 까지 반복 수행한다.

1\*)  $(m-1)Q+1 \leq n \leq N_T Q$ 에 해당하는 모든  $\beta_{mn}$ 를 식 (5)를 사용하여 갱신한다.

2\*) 갱신된  $\beta_{mn}$ 들이 포함된  $\mathbf{B}(\alpha_{nm})$ 에 해당하는 모든  $\alpha_{nm}$ 을 식 (6)을 사용하여 갱신한다.

이 때 제안 기법의 각 관측 노드는  $\mathbf{r}^*$ 의 각 원소에 대응되고, 또한 제안 기법의 갱신 과정에서는 상삼각 행렬  $\mathbf{R}$ 에 기반을 둔 이분 그래프 (Bipartite Graph)가 사용되므로  $m$ 번째 관측 노드의 차수는  $Q(N_T+1-m)$ 이다. 즉, 제안 기법은 매 반복 과정의 검출 과정에서 가장 낮은 차수를 갖는 ( $m = N_T$ ) 관측 노드부터 순차적인 갱신 과정을 수행한다. 따라서 제안 기법은 매 반복 과정에서 보다 적은 간섭량을 가지는 관측 노드로부터 전달되는 메시지부터 순차적으로 갱신할 수 있으며 이를 통한 수렴 속도의 향상을 도모할 수 있다. 또한, 제안 기법은 기존 기법 대비 추

가적인 연산과정을 수행하지 않으므로 제안 기법에서 매 반복 과정마다 요구되는 연산량은 기존 기법과 동일하다.

#### IV. 모의실험 결과

모의실험을 위해  $N_T = N_R = 3$ ,  $Q = 4$ , 그리고 독립적 레일리 페이딩 채널 하에서 16-QAM (Quadrature Amplitude Modulation) 변조를 사용하는 환경을 고려하였으며, 신뢰 전파 검출 기법들의 최대 반복 과정 수  $I_{max}$  는 4로 설정하였다. 또한, 제안 기법 및 기존 기법들 이외에 높은 차수의 관측 노드 메시지부터 순차적으로 갱신하는 QR 분해 기반 신뢰 전파 검출 기법 또한 고려되었다.

그림 1은 반복 과정 수에 따른 각 기법들의 BER (Bit Error Rate) 성능을 비교하고 있다. 그림 1을 통해 제안 기법이 SNR 및 Iteration 수에 관계없이 다른 기법들 대비 우수한 BER 성능을 달성하며, 특히 반복 과정 수가 1일 때 크게 향상된 성능을 보임을 확인할 수 있다. 또한, 높은 차수의 관측 노드 메시지부터의 순차적인 갱신 방식은 기존 QR 분해 기반 신뢰 전파 검출 기법 대비 별다른 BER 성능 이득을 얻지 못함을 확인할 수 있다.

그림 2는 각 기법들의 마지막  $I_{max}$  번째 반복 과정의 검출치와 동일한 결과를 얻는 최소 반복 과정수의 평균값을 비교하고 있다. 그림 2를 통해 SNR에 관계없이 제안 기법이 다른 기법들 대비 크게 향상된 검출 수렴 속도를 달성함을 확인할 수 있다. 특히, 제안 기법은 기존의 일반 신뢰 전파 검출 기법, QR 분해 기반 신뢰 전파 검출 기법, 높은 차수의 관측 노드 메시지부터의 신뢰 전파 검출 기법 대비 각각 50%~64%,

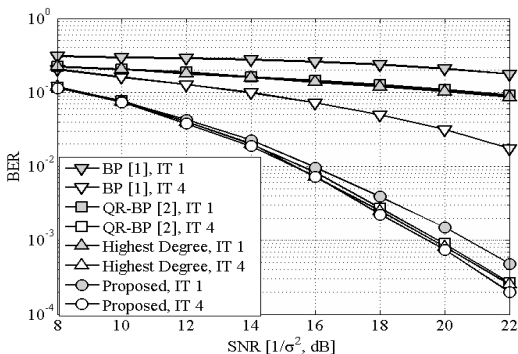


그림 1. 각 신뢰 전파 검출 기법들의 BER 비교  
Fig. 1. BER comparisons of the belief propagation detection schemes

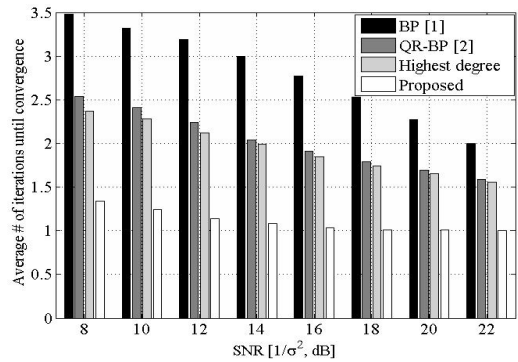


그림 2. 각 신뢰 전파 검출 기법들의 수렴 속도 비교  
Fig. 2. Convergence speed comparisons of the belief propagation detection schemes

37%~49%, 36%~46% 내외의 반복 과정 수 감소 효과를 달성한다.

#### V. 결론

본 논문에서는 MIMO 시스템을 위한 QR 분해 기반 순차적 신뢰 전파 검출 기법을 제안하였다. 제안 기법은 매 반복 과정마다 가장 낮은 차수를 가지는 관측 노드의 메시지부터 갱신하여 보다 높은 신뢰도를 지니는 관측 노드의 메시지부터 순차적으로 갱신한다. 모의실험을 통해 제안 기법이 다른 기법들 대비 향상된 오류 성능 달성과 함께 수렴 속도를 크게 개선할 수 있음을 확인하였다.

#### References

- [1] J. Hu and T. M. Duman, "Graph-based detection algorithms for layered space-time architectures," *IEEE J. Sel. Areas Commun.*, vol. 26, no. 2, pp. 269-280, Feb. 2008.
- [2] S. Park and S. Choi, "QR decomposition aided belief propagation detector for MIMO systems," *Electron. Lett.*, vol. 51, no. 11, pp. 873-874, May 2015.
- [3] D. Wübben, et al., "MMSE extension of V-BLAST based on sorted QR decomposition," *IEEE VTC 2003-Fall*, vol. 1, pp. 508-512, Oct. 2003.
- [4] S. Park and S. Choi, "An iterative MMSE-SIC scheme with group shuffled BP decoding for MIMO systems," *J. KICS*, vol. 35, no. 10, pp. 815-821, Oct. 2010.