

# 확률 기하 기반 순방향 다중셀 네트워크 성능 근사화

신국희\*, 권태수<sup>o</sup>

## Performance Approximation of Downlink Multicell Networks Based on Stochastic Geometry

Guk-Hui Shin\*, Taesoo Kwon<sup>o</sup>

### 요약

본 논문은 다양한 범위의 간섭 및 잡음 영향에서 잘 동작하는 확률 기하 기반의 순방향 다중셀 네트워크 성능 근사화 방안을 제안한다. 제안 방안은 기지국 수 및 송신전력을 변수로 갖는 다중셀 네트워크 설계 문제의 간소화에 용이하게 활용될 수 있다.

**Key Words** : Multicell, SINR distribution, stochastic geometry, network design.

### ABSTRACT

This letter proposes the method for approximating a stochastic geometry based downlink multicell network performance in a wide range of interference and noise levels. This method facilitates the simplification of a multicell network design problem for the base station density and transmit power.

### I. 서론

고도화된 미래 이동통신 네트워크 성능 분석 연구는, 그 성능 결과 자체뿐만 아니라 해당 성능 모델이 고용량·저지연·다연결성 등의 다목적 시나리오에서 정량적 시스템 운용 설계에 활용될 수 있어야 한다. 하지만, 다중셀 네트워크 성능은 동작의 복잡성으로 인해 주로 시뮬레이션을 통해 분석되고<sup>[1]</sup>, 이들 결과

는 운용 설계 변수간의 정량적 관계를 명확히 제공하지 못한다. 최근 확률 기하(stochastic geometry) 기반의 다중셀 네트워크 성능 분석은, 비록 단순한 송수신 모델에 기반하지만, 수학적 기반한 동작 변수간의 정량적 관계 표현의 용이성으로 관심이 점차 증가되고 있다<sup>[2]</sup>. 본 논문은 확률 기하 기반의 기존 순방향 다중셀 네트워크 성능을 보다 유용한 형태로 근사화하고, 다중셀 네트워크 운용 설계 시 용이하게 활용될 수 있음을 보인다.

확률 기하 기반 다중셀 네트워크 성능 분석의 대표적인 연구인 [2]의 연구는 포아송 점 과정(PPP, Poisson Point Process)에 따라 분포된 기지국 환경에서의 SINR의 공간적 확률분포를 수학적 유도하였다. 하지만 [2]의 결과는 동작 변수 설계를 위한 컨베스 최적화 문제 등에 적용되기에는 여전히 개선이 필요하다. [3]의 연구는 [2]의 결과의 하한 근사를 통해, 주어진 네트워크 차원 요구 성능의 만족을 위한 기지국 밀도, 송신전력 등의 설계방안을 제안하였다. 하지만 [3]의 하한 근사화는 잡음의 영향이 커질수록 오차가 증가되는 한계를 가진다.

본 논문은 다음 결과를 도출한다: (i) 간섭과 잡음 영향의 다양한 범위에서 순방향 다중셀 네트워크 성능을 거의 정확히 근사화하는 방안을 제안한다; (ii) 제안 방안은 커버리지 혹은 SINR 요구 조건에 대해, 기지국 수 및 송신전력을 변수로 갖는 네트워크 설계 문제를 간소화할 수 있음을 보인다.

### II. 순방향 다중셀 네트워크 성능 모델

균일 PPP에 따라 무작위로 분포되는 동일 송신전력을 갖는 기지국들이, 간섭 경감을 위해 주어진  $\beta$ 개의 주파수 대역 중 임의로 하나의 대역을 재사용하는 다중셀 환경을 고려한다<sup>[2]</sup>. 단말은 균일하게 무작위로 분포되고 각 기지국은 항상 하나 이상의 단말과 통신한다고 가정한다. 거리가  $d$  km 떨어진 기지국과 단말 링크는  $Ad^{-\alpha}$ 의 경로감쇄, 표준편차  $\bar{\chi}$ 의 로그정규 음영효과, 레일리(Rayleigh) 페이딩을 겪는다. 표 1은 시스템 모델 매개변수를 보여준다.

이와 같은 다중셀 네트워크에서 임의의 사용자가  $\xi$  이상의 순방향 SINR을 겪을 확률은, [2]의 결과를 활용하여  $\alpha=4$ 일 때 다음의 수학적식으로 표현된다.

\* 이 연구는 서울과학기술대학교 교내 일반과제 연구비 지원으로 수행되었습니다.

• First Author: Seoul National Univ. of Science and Technology, Dept. of CSE, saguri1004@seoultech.ac.kr, 학생회원

o Corresponding Author: Seoul National Univ. of Science and Technology, Dept. of CSE, tskwon@seoultech.ac.kr, 종신회원

논문번호: KICS2017-02-048, Received February 22, 2017; Revised March 31, 2017; Accepted April 18, 2017

표 1. 시스템 모델 매개변수 설명 및 설정 값  
Table 1. System model parameter description & values

Variables	Description	Values
$\lambda$	Base station(BS) density per $1km^2$	$0.3 km^{-2}$
$p$	BS transmit power	46 dBm
$W$	Bandwidth	20 MHz
$\beta$	Number of frequency bands	1
$A$	Path loss at a unit distance $1km$	-128.1 dB
$\alpha$	Path loss exponent	4
$\bar{\chi}$	Standard deviation of log-normal shadowing	-
$\bar{\sigma}^2$	Noise power per hertz	-174 dBm/Hz

$$\psi(\lambda, p|\xi) \triangleq \Pr\{SINR > \xi\} = \frac{\pi^{3/2} \chi \lambda \sqrt{p\beta}}{\sqrt{\xi \sigma^2}} \exp\left(\frac{(\pi \chi \lambda (1 + \beta^{-1} \zeta(\xi)))^2 p \beta}{4 \xi \sigma^2}\right) \cdot Q\left(\frac{\pi \chi \lambda \sqrt{p\beta} (1 + \beta^{-1} \zeta(\xi))}{\sqrt{2 \xi \sigma^2}}\right). \quad (1)$$

단,  $Q(x) \triangleq \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_x^\infty \exp\left(-\frac{u^2}{2}\right) du$ ,  $\sigma^2 \triangleq \frac{W\bar{\sigma}^2}{A}$ ,  $\chi \triangleq \exp\left(\frac{1}{2} \left(\frac{\log_{10} \bar{\chi}}{5}\right)^2\right)$ ,  $\zeta(\xi) \triangleq \sqrt{\xi} \left(\frac{\pi}{2} - \tan^{-1}\left(\frac{1}{\sqrt{\xi}}\right)\right)$  이다. 이 때,  $\psi$ 는 셀간 간섭 영향이 증가할수록  $\psi \triangleq 1/(1 + \beta^{-1} \zeta(\xi))$ 으로 수렴해 간다<sup>[2]</sup>.

### III. 순방향 다중셀 성능 근사화 방안 제안 및 응용

본 절에서는  $\theta \triangleq \frac{\pi \chi \sqrt{\beta} (1 + \beta^{-1} \zeta(\xi))}{\sqrt{2 \xi \sigma^2}}$ 라 할 때,  $\psi$ ,  $\theta$ ,  $\lambda$ ,  $p$ 로 간략히 표현될 수 있는 SINR 확률 분포  $\psi$ 의 근사화 방안을 제시하고, 제안 방안은 기지국 수 및 송신전력을 변수로 갖는 다중셀 네트워크 설계 문제 간소화를 위해 활용될 수 있음을 보인다.

먼저, [3]과 같이  $Q(x) > \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \left(\frac{x}{1+x^2}\right) \exp\left(-\frac{x^2}{2}\right)$ 을 적용하여,  $\psi$ 를 그 하한값으로 근사화할 수 있다.

$$\psi(\lambda, p|\xi) > \psi_{LB}(\lambda, p|\xi) \triangleq \Psi \left(1 - \frac{1}{1 + \theta^2 \lambda^2 p}\right). \quad (2)$$

$\psi_{LB}$ 는 간섭의 영향이 클수록, 즉  $\lambda$ 와  $p$ 가 증가할수록  $\psi$ 에 근접해 가고 점차  $\Psi$ 로 수렴해간다. 하지만, 잡음 영향이 클 경우  $\psi_{LB}$ 는  $\psi$ 와 적지 않은 오차를 보인다<sup>[3]</sup>.

$Q(x)$ 는 또한 다음과 같이 근사화 될 수 있다<sup>[4]</sup>.

$$Q(x) \approx \frac{(1 - \exp(-1.4x)) \exp(-x^2/2)}{1.135 \sqrt{2\pi} x} \text{ for } x \geq 0. \quad (3)$$

수학식 (3)을 이용하여, 본 논문은 수학식 (1)의  $\psi$ 를 위한 다음의 근사화 방안을 제안한다.

$$\psi \approx \psi_{prop}(\lambda, p|\xi) \triangleq \frac{\Psi}{1.135} (1 - \exp(-1.4\theta \lambda \sqrt{p})). \quad (4)$$

수학식 (3)의  $Q(x)$  근사화는 일정 값 이상의  $x$ 에 대해  $Q(x)$ 보다 점점 작아짐이 관찰되고<sup>[4]</sup>, 이로부터 수학식 (4)의  $\psi_{prop}$ 은  $\lambda$ 와  $p$ 가 증가할수록  $\psi$ 보다 점점 작아짐을 예상할 수 있다.

$\tau \triangleq \theta \lambda \sqrt{p}$ 라 할 때,  $\psi_{LB}(\tau)$ 와  $\psi_{prop}(\tau)$ 는 모두  $\tau$ 의 증가함수이고,  $\tau$ 가 증가함에 따라  $\Psi$ 와  $\Psi/1.135$ 로 각각 수렴한다.  $\psi_{LB}(\tau) = \psi_{prop}(\tau)$ 을 만족하는 양의 해는 유일하고 이 해를  $\tau_0$ 라 하면,  $0 < \tau \leq \tau_0$ 일 때  $\psi_{prop}(\tau) \geq \psi_{LB}(\tau)$ 이,  $\tau > \tau_0$ 일 때  $\psi_{prop}(\tau) < \psi_{LB}(\tau)$ 가 각각 성립한다. 본 논문의 분량 제한으로 이들의 증명은 생략한다. 이로부터, 간섭의 영향이 클 경우  $\psi_{LB}$ 에 의해, 잡음의 영향이 클 경우  $\psi_{prop}$ 에 의해  $\psi$ 를 근사화하는 방안을 다음처럼 제안한다.

$$\psi(\lambda, p|\xi) \approx \max\{\psi_{LB}(\lambda, p|\xi), \psi_{prop}(\lambda, p|\xi)\}. \quad (5)$$

수학식 (5)의 제안 방안은 간섭 및 잡음 영향의 다양한 범위에서 SINR 성능을 간략한 형태로 근사화 할 뿐만 아니라, 다중셀 네트워크 설계 문제 간소화에 응용될 수 있다.  $\lambda$ 와  $p$ 는 각각 단위 면적당 기지국 평균 수와 기지국 송신전력을 나타내는 변수로, 다중셀 네트워크 설치 및 운용을 위한 핵심 설계 변수라 할 수 있다. 또한, 주어진  $\xi$ 에 대한  $\Pr\{SINR > \xi\} \geq \eta$ 의 설계 요구 사항은 서비스 커버리지 및 품질 보장 척도를 나타내기 위한 지표가 될 수 있다. 이에 따라, 네트워크 설계 변수  $\lambda$ 와  $p$ 에 대해 수학식 (5)는  $\Pr\{SINR > \xi\} \geq \eta$ 을 다음과 같이  $\lambda$ 와  $p$ 의 간략한 하한식 형태로 표현 가능케 한다.

$$\lambda^2 p \geq \theta \triangleq \begin{cases} \min\{\theta_r, \theta_q\}, & \text{if } 0 < \eta < \frac{1}{1.135} \Psi \\ \theta_l, & \text{if } \frac{1}{1.135} \Psi \leq \eta < \Psi \end{cases} \quad (6)$$

$$\text{where } \begin{cases} \theta_l \triangleq \frac{1}{\theta^2} \left(\frac{1}{\Psi/\eta - 1}\right) \\ \theta_q \triangleq \frac{1}{\theta^2} \left(\frac{1}{1.4 \log\left(\frac{1}{1 - 1.135\eta/\Psi}\right)}\right)^2. \end{cases}$$

수학식 (6)은 주어진 순방향 커버리지(즉, SINR) 요구조건 ( $\xi, \eta$ )에 대해, 보다 많은 기지국을 설치할 지

혹은 기지국 송신전력을 증가시킬 지,  $\lambda$ 와  $p$ 의 상호 절충적(trade-off) 설계 속성을 명확히 표현한다.

#### IV. 성능 근사화 수치 결과 및 논의

본 절은 II절의 시스템 모델에 기반하여 성능을 평가한다. 수학적 (1)에서 음영효과는  $\chi\lambda$  형태로  $\lambda$ 를 대체하므로  $\chi=1$ 을 가정한다. 그 외 변수들은 별도 명기하지 않는 한, 표 1의 값을 이용한다.

그림 1은  $\psi$ ,  $\psi_{LB}$ ,  $\psi_{prop}$ 를 비교한다.  $\psi$ 에 대해 시뮬레이션과 수학적 (1)의 결과가 정확히 일치함을 보여준다. 또한, 간섭 영향이 큰 시나리오 1에서는  $\psi_{LB}$ 가, 잡음 영향이 큰 시나리오 2에서는  $\psi_{prop}$ 가  $\psi$ 를 거의 정확히 근사화 함을 관찰할 수 있다.

그림 2는  $p$ 를 변화시켜, 간섭 및 잡음 영향의 연속적 변화에 대한 수학적 (5)의 근사화 성능을 보여준다.  $p$ 가 증가하면서  $\psi_{prop}$ 과  $\psi_{LB}$ 는 한 점에서 교차하고 각각  $\psi$  및  $\psi/1.135$ 로 수렴해 간다.  $\psi_{LB}$ 와  $\psi_{prop}$ 의 선별적 적용은 우수한 근사치를 제공한다.

그림 3은 SINR 요구조건  $\Pr\{\text{SINR} > \xi\} \geq \eta$ 의 최소

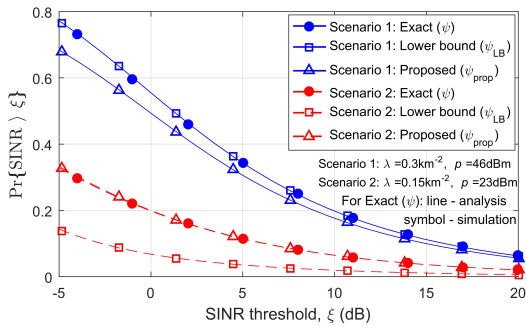


그림 1.  $\psi_{LB}$ 와  $\psi_{prop}$ 에 의한  $\psi$ 의 근사화  
Fig. 1. Approximation of  $\psi$  by  $\psi_{LB}$  and  $\psi_{prop}$

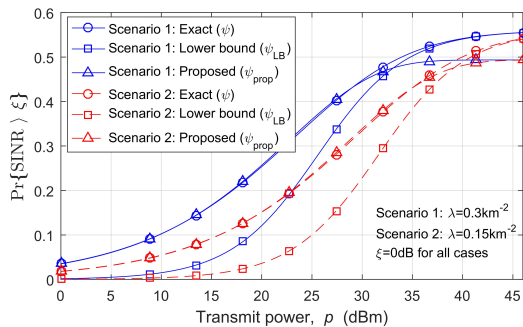


그림 2. 간섭 및 잡음 영향에 따른 근사화 성능  
Fig. 2. Approximation performances affected by interference and noise

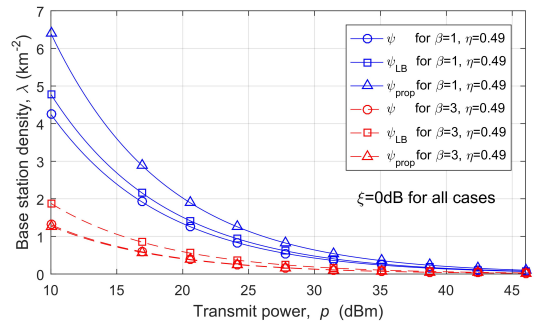


그림 3. SINR 요구조건 만족을 위한  $(\lambda, p)$ 의 설계  
Fig. 3. Design of  $(\lambda, p)$  for meeting a SINR requirement

충족을 위한  $\Pr\{\text{SINR} > \xi\} = \eta$ 을 만족하는  $(\lambda, p)$ 의 상호절충성을 보여준다. 주어진  $p$ 에 대해, 수학적 (1)의  $\psi$ 는 이분법(bisection method)로 최소  $\lambda$ 를 구하지만, 제안 방안은 수학적 (6)과  $\lambda = \sqrt{\theta/p}$ 의 관계로부터 도출한다. 셀간 간섭에 영향을 주는  $\beta$ 의 변화에도  $\theta_i$ 과  $\theta_q$ 의 최소값으로부터 손쉬운  $(\lambda, p)$ 의 도출이 가능하다.

#### V. 결론

본 논문은 기지국 수와 송신전력의 순방향 네트워크 변수 설계를 간소화할 수 있는 확률 기하 기반의 성능 근사화 방안을 제안하였다. 향후 임의의 경로감쇄 지수에 대한 보다 일반화된 성능 근사화 및 설계 방안으로 결과를 확장해 나갈 것이다.

#### References

- [1] J.-H. Jung and I. Sohn, "A power control algorithm for performance enhancement in femtocell systems," *J. KICS*, vol. 41, no. 9, pp. 1020-1025, Sept. 2016.
- [2] J. G. Andrews, F. Baccelli, and R. K. Ganti, "A tractable approach to coverage and rate in cellular networks," *IEEE Trans. Commun.*, vol. 59, no. 9, pp. 3122-3134, Nov. 2011.
- [3] T. Kwon and J. M. Cioffi, "Random deployment of data collectors for serving randomly-located sensors," *IEEE Trans. Wirel. Commun.*, vol. 12, no. 6, pp. 2556-2565, Jun. 2013.
- [4] G. K. Karagiannidis and A. S. Lioumpas, "An improved approximation for the Gaussian Q-function," *IEEE Commun. Lett.*, vol. 11, no. 8, pp. 644-646, Aug. 2007.