

# 이중 선택적 채널에서 단일 반송파 주파수 영역 등화를 위한 선형 보간법 기반의 채널추정

황찬호\*, 김재신°, 이재문\*

## Linear Interpolation Based Channel Estimation for Single-Carrier Frequency Domain Equalization (SC-FDE) Over Doubly-Selective Channels

Chan-Ho Hwang\*, Jaesin Kim°, Jae-Moon Lee\*

### 요약

본 논문은 공중 플랫폼의 고속 이동으로 발생하는 이중 선택적 채널환경에서 간단한 선형 보간법을 이용한 채널추정 방법의 효율성을 보인다. 선형 보간법이 이론적으로 MMSE 보간법에 근사화 되는 것을 보이고, 시뮬레이션을 통해 보간 계수, 채널추정 오차 관점에서 MMSE 보간법 성능에 근접함을 보인다.

**Key Words** : MMSE, linear interpolation, channel estimation, SC-FDE

### ABSTRACT

In this paper, we shows the effectiveness of the channel estimation method using simple linear interpolation in the doubly selective channel environment caused by the high speed movement of the aerial platform. The linear interpolation method is theoretically approximated to the MMSE interpolation method, and the simulation shows that the interpolation coefficient and the channel estimation error approach the performance of the MMSE interpolation method.

### I. 개요

플랫폼의 고속 이동으로 인한 시변(time-varying) 및 다중경로 페이딩 환경에서 채널을 효과적으로 추정하기 위한 방법들이 연구되어왔다<sup>1,2)</sup>. 더불어 최근 군사용 감시정찰 무인항공기의 수요가 늘면서 무인항공기의 공지 간 링크를 적용대상으로 하는 연구도 진행되고 있다<sup>3)</sup>. 본 논문에서는 기존 연구<sup>3)</sup>와 같이 시스템 모델을 single-carrier frequency domain equalization (SC-FDE)로 삼고, 시변 채널특성을 추정하기 위하여 파일럿(pilot) 블록들 사이에 위치한 데이터 블록 구간에서 minimum mean square error (MMSE) 기반 보간법과 선형(linear) 보간법을 이용한 채널추정을 수행한다. 먼저, 어떤 조건에서 선형 보간법이 MMSE 보간법에 근사화 되는지 분석한다. 그리고 시변 공지 채널을 가정한 모의실험을 통해 보간 계수와 채널추정 오차를 비교한다. 최종적으로 bit error rate (BER) 관점에서 선형 보간법의 효율성을 확인한다.

### II. 시스템 모델

SC-FDE 시스템은 다중경로 지연확산 방지를 위해 cyclic prefix (CP)를 삽입하며 일반적인 시스템 구조는 그림 1과 같다.

본 연구에서는 그림 2와 같은 프레임 구조를 가정한다. 프레임 당  $N$  개의 블록을 가지고,  $N_c + N_d$  크기의 단일 블록은 fast Fourier transform(FFT)를 수행하

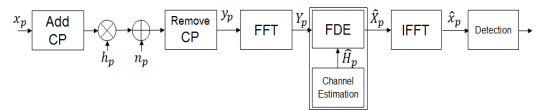


그림 1. 단일 반송파-주파수영역 등화 시스템  
 Fig. 1. SC-FDE system

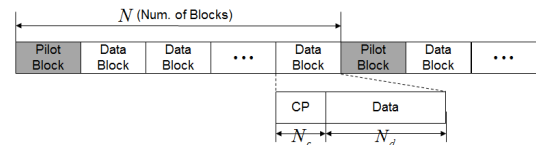


그림 2. 프레임 구조  
 Fig. 2. Frame structure

♦ First Author : The 2nd R&D Institute, Agency for Defense Development, hwangchanho@add.re.kr, 정회원  
 ° Corresponding Author : The 2nd R&D Institute, Agency for Defense Development, jaesin@add.re.kr, 정회원  
 \* The 2nd R&D Institute, Agency for Defense Development, xhxhfh@add.re.kr, 정회원  
 논문번호 : KICS2017-07-193, Received July 4, 2017; Revised July 18, 2017; Accepted July 20, 2017

는 데이터 구간( $N_d$ )과 CP 구간( $N_c$ )으로 구성된다. 블록단위 채널추정을 하는 파일럿 블록 이후에 동일한 크기의 데이터 블록을  $N-1$ 개 연달아 배치한 프레임 구조를 가정한다.

프레임 동기가 완벽하다고 가정하면, 주파수 영역에서 수신된 프레임의  $p$ 번째 블록 수신신호  $Y_p(k)$ 은 다음과 같이 표현된다.

$$Y_p(k) = H_p(k)X_p(k) + N_p(k), \quad k = 1, 2, \dots, N_d \quad (1)$$

여기에서  $k$ 는 주파수 index이고,  $H_p$ 와  $N_p$ 는 각각  $p$ 번째 블록의 채널응답과 잡음을 뜻한다. 해당블록의 채널응답을 알고 있다면, MMSE 채널등화를 가정했을 때 등화 출력  $\hat{X}_p(k)$ 은 다음과 같다.

$$\hat{X}_p(k) = \frac{H_p^*(k)}{|H_p(k)|^2 + \sigma^2} Y_p(k) \quad (2)$$

$\sigma^2$ 은 잡음전력을 뜻하며 SNR에 반비례한다.

### III. 선형 보간법의 효율성

주파수 영역에서 least square (LS) 추정기법을 이용해 파일럿 블록( $p=1, N+1$ )의 채널 추정값은 아래와 같다. 파일럿 신호는  $|X_1(k)|^2 = 1$  로 Zadoff-Chu 시퀀스를 가정한다.

$$\hat{H}_p(k) = \frac{Y_p(k)}{X_1(k)} = H_p(k) + \frac{N_p(k)}{X_1(k)} \quad (3)$$

1번째와  $N+1$ 번째 파일럿 블록에서 추정된 채널을 바탕으로  $p$ 번째 데이터 블록의 채널을 보간(interpolation)하면 다음과 같이 표현할 수 있다<sup>11</sup>.

$$\hat{H}_p(k) = \mathbf{C}_p(k) \begin{bmatrix} \hat{H}_1(k) \\ \hat{H}_{N+1}(k) \end{bmatrix} = \mathbf{C}_p(k) \hat{\mathbf{P}}(k) \quad (4)$$

여기서  $\mathbf{C}_p(k)$ 는 1-by-2 보간 계수 벡터로 데이터 블록마다 다른 가중치 값을 가지도록 한다.

#### 3.1 MMSE 보간법(MI)에 의한 채널추정[1,2]

MMSE 보간법은 아래와 같이 LS를 기반으로 추정된 채널  $\hat{H}_p(k)$  과 실제 채널 간 평균제곱오차를 최소화시키기는  $\mathbf{C}_p(k)$ 를 구하는 방식이고 MSE 관점에서 최적(optimal)이다. 이를 위해서는

$\frac{\partial}{\partial \mathbf{C}} E\{[H_p(k) - \hat{H}_p(k)]^2\} = 0$  이 되게 하는 보간 계수 벡터를 찾으면 된다.

수식 (5)를 풀면 MMSE 보간 계수 벡터는 아래 수식 (6)으로 정리된다.  $J_0(\cdot)$ 는 0차 Bessel 함수를 뜻하며,  $f_d$ ,  $T$ ,  $\Gamma(\cdot)$ 는 각각 도플러 주파수, 심볼 간격, Gamma 함수이다<sup>21</sup>.

#### 3.2 선형 보간법(LI)에 의한 채널 추정<sup>[1,3]</sup>

MMSE 보간법에 의한 채널 추정은 수식 (6)에서도 볼 수 있듯이 도플러 주파수( $f_d$ )를 알고 있어야 한다. 반면, 양쪽의 파일럿 블록에서의 채널 추정값을 선형적으로 가중하도록 하는 아래의 선형 보간 계수를 이용하면 보다 간단히 추정할 수 있다.

$$\mathbf{C}_p^{LI}(k) = \begin{bmatrix} \frac{N+1-p}{N} & \frac{p-1}{N} \end{bmatrix} \quad (7)$$

$k$ 번째 index에서 선형 보간 계수와 MMSE 보간 계수의 차이는 높은 SNR에서 Gamma 함수를 근사( $l=1$ )할 때, 아래와 같은 식으로 정리될 수 있다<sup>11</sup>.

$$\mathbf{C}_p^{MI} - \mathbf{C}_p^{LI} = \frac{(\pi f_d T)^2 (p-1)(N+1-p)}{-2 + (\pi f_d T)^2 N^2} \quad (8)$$

$$\frac{\partial}{\partial \mathbf{C}} E\{Tr(H_p H_p^*) - Tr(H_p (\mathbf{C}_p \mathbf{P})^H) - Tr(\mathbf{C}_p \mathbf{P} H_p^*) + Tr(\mathbf{C}_p \mathbf{P} (\mathbf{C}_p \mathbf{P})^H)\} = 0 \quad (5)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{C}_p^{MI}(k) &= E\{H_p(k) \hat{\mathbf{P}}^H(k)\} E\{(\hat{\mathbf{P}}(k) \hat{\mathbf{P}}^H(k))^{-1}\} \\ &= [E(H_p \hat{H}_1^*) \quad E(H_p \hat{H}_{N+1}^*)] \begin{bmatrix} E(\hat{H}_1 \hat{H}_1^*) & E(\hat{H}_1 \hat{H}_{N+1}^*) \\ E(\hat{H}_{N+1} \hat{H}_1^*) & E(\hat{H}_{N+1} \hat{H}_{N+1}^*) \end{bmatrix}^{-1} \\ &= \frac{1}{1 - J_0(2\pi f_d NT)^2} \begin{bmatrix} J_0(2\pi f_d (p-1) T)(1 + \sigma^2) - J_0(2\pi f_d (N+1-p) T) J_0(2\pi f_d NT) & \\ J_0(2\pi f_d (N+1-p) T)(1 + \sigma^2) - J_0(2\pi f_d (p-1) T) J_0(2\pi f_d NT) & \end{bmatrix}^T \end{aligned} \quad (6)$$

즉,  $f_d T$ 로 표현되는 정규화된 도플러 주파수와  $N$  과  $p$ 로 정의되는 블록 간의 거리에 따라 달라지게 된다. 따라서 높은 SNR에서 정규 도플러 주파수( $f_d T$ )와 파일럿 간 거리( $N$ )가 작을수록 선형 보간 계수가 최적인 MMSE 보간 계수에 근접하게 된다.

#### IV. 모의실험 및 결론

MI와 LI를 이용한 채널 추정성능을 분석하기 위해 기존 연구[3]에서 사용한 공지 간 페이딩 모델에 Jake 도플러 모델을 추가한 채널을 모사하였다. 적용된 시스템 파라미터는 표 1과 같다.

$f_d T$ 에 따른 MI와 LI의 보간 계수 벡터 차이는 그림 3과 같다. 여기서 가운데 데이터 블록( $p=6$ )의 경우 MI와 LI 모두 같은 평균 가중치를 가진다는 것을 알 수 있다. 분석한 바와 같이 계수 차이는  $f_d T$ 가 작을수록 감소하며, SNR이 높을 때 계수 차이가 수식 (8)의 분석값에 가까워짐을 보인다.

그림 4는 SNR이 20dB에서  $f_d T$ 에 따른 MI와 LI 채널추정 값과 실제 채널 값 간 각각의 차이를 표현했다. 블록 위치( $p$ )가 파일럿 블록에서 멀어질수록 그리고  $f_d T$ 가 커질수록 MI와 LI 모두 오차가 더 커짐을 알 수 있다. 그러나 MI와 LI 간의 차이는 미비하여 채널추정 성능이 거의 유사함을 알 수 있다.

두 보간법을 이용한 SC-FDE 통신 시스템의 성능은 그림 5을 통해 확인할 수 있다. 이미 그림 4의 결과에서 예측할 수 있듯이 uncoded BER 성능 또한 거의 일치했다. 100~300km/h에서 두 방법에 의한 성능은 거의 동일하였으며, 400km/h의 비교적 빠른 이동체 속도를 가정하면 BER  $1e-4$  아래에서 MI와 LI 모두 같은 성능을 내며 error floor 현상을 보였다. 다시 말해, 이동속도에 따른 전반적인 BER 성능차이는 있지만, 보간법에 따른 성능차이는 거의 없었다.

표 1. 시스템 파라미터  
Table 1. System parameter

Parameters	Value
Center Frequency Band	UHF
Bandwidth	2 MHz
Modulation	QPSK
Data symbols per block ( $N_d$ )	256
CP ( $N_c$ )	24
Number of blocks( $N$ )	10
Velocity	100~400 [km/h]

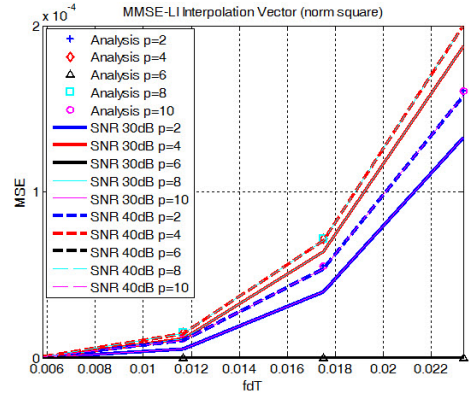


그림 3. MMSE와 선형보간 간의 보간계수 차이  
Fig. 3. Difference between the MI and LI vectors

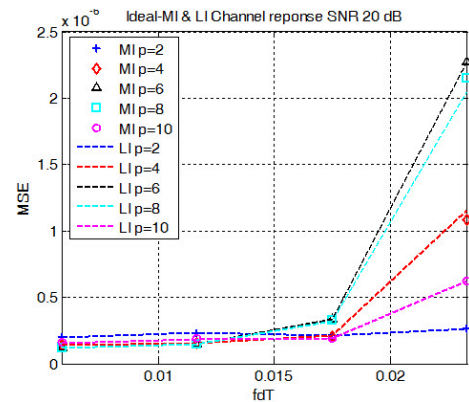


그림 4. 채널응답의 추정오차  
Fig. 4. Estimation error of channel response

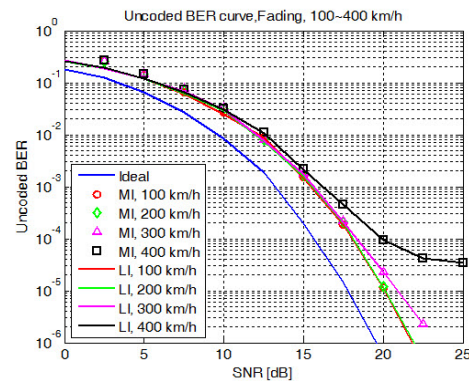


그림 5. SC-FDE에서 uncoded BER 성능  
Fig. 5. Uncoded BER performance in the SC-FDE

결론적으로 무인항공기의 통신링크가 일반적으로 가질 수 있는 주파수 대역과 이동속도에서 두 기법의 추정성능이 거의 유사함을 알 수 있었다. 따라서, 본 연구에서 사용된 공대지 시변채널 환경에서는 정확한 도플러 주파수와 잡음분산의 추정을 필요로 하는

MMSE 보간법보다 간단하게 산출되는 선형 보간법이 구현측면에서 더 효과적이라고 볼 수 있다.

본 논문은 이동하는 공중 플랫폼 기반의 데이터링 크를 가정한 특정 환경의 연구이며, 일반적인 성능비교를 위해서는 여러 채널환경에서 복합적인 분석이 이루어져야 한다. 이에, 추후 연구에서 다양한 통신채널에서의 비교를 통해 일반적인 성능을 분석할 예정이다.

## References

- [1] K. Zhong, X. Lei, and S. Li, "Channel estimation in OFDM systems operating under high mobility using Wiener filter combined basis expansion model," *EURASIP J. Wireless Commun. and Netw.*, pp. 1-15, Jan. 2012.
- [2] Y. R. Zheng and C. Xiao, "Channel estimation for frequency-domain equalization of single-carrier broadband wireless communications," *IEEE Trans. Veh. Technol.*, vol. 58, no. 2, pp. 815-823, Feb. 2009.
- [3] C. Hwang, J. Kim, and Y. Ryu, "Performance of channel estimation and frequency domain equalization for UAV command and control links," *J. KICS*, vol. 42, no. 7, pp. 1316-1324, July. 2017.