

# BPD를 사용한 GCC-PHAT 기반 시간 지연 추정 알고리즘

임준석\*, 편용국°, 정명준\*

## GCC-PHAT Based Time Delay Estimation Using BPD

Jun-Seok Lim\*, Yong-Guk Pyeon°, MyoungJun Cheong\*

요 약

두 개 센서에 도래하는 신호 간의 시간 지연을 추정 방법에는 여러 가지가 존재한다. 그 중에서 두 센서에 입력되는 서로 다른 신호간의 상호 상관과 신호 백색화로부터 상대적인 지연을 추정하는 GCC-PHAT (Generalized Cross Correlation - Phase Transform) 방법은 안정적인 성능을 내는 전통적으로 유명한 방법이다. 본 논문에서는 GCC-PHAT의 연산 과정 중에서 희소성 신호처리를 적용할 수 있는 부분을 파악하였다. 그리고 파악된 부분에 희소성 신호처리 방법으로 널리 쓰이는 BPD (Basis Pursuit Denoising) 방법을 적용하였다. 제안한 방법을 기존의 방법과 비교하여, 백색 가우시안 신호원 및 유색 신호원에서도 약 10dB 이상의 평균 자승 오차에서 성능 개선 결과가 있음을 보인다.

**Key Words** : Time delay estimation, Sparse signal processing, BPD (Basis Pursuit Denoising)

### ABSTRACT

There are several methods for estimating the time delay between incoming signals to two sensors. Among them, the GCC-PHAT (Generalized Cross Correlation-Phase Transform) method, which estimates the relative delay from the signal whitening and the cross-correlation between the different signal inputs to the two sensors, is a traditionally well known method for achieving stable performance. In this paper, we have identified a part of GCC-PHAT that can apply sparsity signal processing. And we apply the BPD (Basis Pursuit Denoising) method which is widely used as a method of sparsity signal processing to the identified part. Comparing the proposed method with the GCC-PHAT method, we show that the proposed method improves the mean square error performance in the white Gaussian signal source and the color signal source in more than 10dB.

### I. 서 론

두 개의 수신 신호 간의 시간 지연 추정 (TDE, Time Delay Estimation)은 소나(Sonar) 같은 수중 음향 신호처리 분야뿐만 아니라 여러 가지 통신 및 음성 처리 시스템 등에서 주요 신호원의 위치 파악을 위한

수단으로 사용하고 있다<sup>1-3)</sup>. 그밖에 지능형 서비스 로봇에서도 로봇이 공공장소나 가정에서 주위 상황을 인지하고 판단하여 주의집중을 할 수 있기 위하여 시간 지연 추정 기술이 응용되고 있다<sup>4)</sup>.

현재 음원 추적 기술은 시간영역 및 주파수영역에서 연구가 많이 진행되고 있다. 대표적으로 널리 사용

※ 본 논문은 국방과학연구소의 지원을 받아 수행되었습니다. (UD160015DD)

• First Author : Sejong University Department of Electrical Engineering, jslim@sejong.ac.kr, 중신회원

° Corresponding Author : Gangwon Provincial University Department of Information and Communication, pyk12@naver.com, 정회원

\* ADD, mjeong@add.re.kr

논문번호 : KICS2017-05-154, Received May 24, 2017; Revised August 8, 2017; Accepted August 8, 2017

되는 방법에는 강도 차이를 이용한 방법<sup>[5]</sup>, TDOA (Time Delay of Arrival) 방법<sup>[6]</sup>과 GCC-PHAT (Generalized Cross Correlation-Phase Transform)<sup>[7]</sup>, 빔포밍 방법<sup>[8]</sup> 등이 있다. TDOA을 이용한 방법은 계산이 간단하고 비교적 정확성이 좋아 가장 널리 쓰이고 있는 반면, GCC-PHAT은 잡음이나 반향환경에서 좋은 특성을 보이고 있다<sup>[9]</sup>. 또 다른 방법으로는 Benesty<sup>[10]</sup>가 제안한 고유 값 분해를 사용하여 시간 지연을 추정하는 것이다. 이 아이디어는 Doclo와 Moonen<sup>[11]</sup>에 의해 더 발전되었다. 그리고 Lim<sup>[12]</sup>은 CCA (Canonical Correlation Analysis) 기반 시간 지연 예측 알고리즘을 제안한 바 있다.

본 논문에서는 GCC-PHAT 알고리즘보다 더 우수한 TDE 알고리즘을 제안한다. 우수한 성능을 위해서 두 센서간 상대적인 지연 구조에서 회소성 특성을 파악하고 이를 적극적으로 이용한다. 회소성을 이용하기 위해서 BPD (Basis Pursuit Denoising) 방법으로 목적 함수에 회소성 정규화항을 추가하여 이를 최적화하도록 하였다<sup>[13]</sup>. 그리고 시물레이션을 통해서 음원이 백색 신호원인 경우와 음원이 유색 신호원일 때 신호 대 잡음비를 달리하면서 시간 지연 추정 성능을 비교하였다.

## II. 시간 지연 신호의 수치 모델링

전통적인 시간지연추정 문제에 많이 쓰이는 간단한 신호 모델은 다음과 같다. 두 수신 채널에서 각각 수신된 신호를  $X_i(k), i=1,2$ ,라 한다면, 그 신호의 수치 모델은 다음과 같다.

$$X_i(k) = \alpha_i S(k - \tau_i) + n_i(k). \quad (1)$$

여기서  $\alpha_i$ 는 원 신호,  $S(k)$ ,가  $i$ 번째 채널에 도달할 때의 감쇠 계수이고,  $\tau_i$ 는 원 신호가  $i$ 번째 채널에 도달할 때까지의 전파시간이다. 또  $n_i(k)$ 는  $i$ 번째 채널에 추가된 잡음이다. 이 모델에서  $S(k)$ ,  $n_i(k)$ 는 평균 영이고, 상호 상관성이 없고, 시간에 따라 통계적 성질이 변하지 않는 가우시안 신호이다. 두 채널간의 상대적인 시간 지연은,  $\hat{\tau} = \tau_{12} = \tau_1 - \tau_2$ 이다.

## III. GCC-PHAT 기반 시간 지연 추정 방법<sup>[7]</sup>

GCC-PHAT는 백색화 가중치를 사용하는 상호상관 방법이다. 주파수 영역에서 두 센서의 신호들의 상

호 상관을 구한 후에 백색화 가중치를 곱하는 과정을 더하여 신호의 스펙트럼의 영향을 배제하는 효과를 갖는다. GCC-PHAT 기반의 시간 지연 추정 과정을 그림 1에 나타내었다.

그림 1의 GCC-PHAT 방법을 간략히 기술하면 다음과 같다. 두 개의 마이크에서 받은 신호  $X_1(n)$  과  $X_2(n)$  사이의 상호상관도는 다음 식에 의해 얻어진다.

$$R_{X_1 X_2}(\tau) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} W(\omega) X_1(\omega) X_2^*(\omega) e^{i\omega\tau}. \quad (2)$$

위 식에서  $W(\omega)$ 는 주파수축에서 구한 가중 함수로써  $X_1(\omega)X_2^*(\omega)$ 의 역수에 해당한다. 이 가중 함수를 PHAT[8]이라고 부른다. PHAT은 시간지연을 추정함에 있어서 각 주파수의 상대적인 중요성을 결정하는 주파수에 종속된 가중치 된 함수이며, 식은 다음과 같이 표현된다.

$$W(\omega) = \frac{1}{|X_1(\omega)X_2^*(\omega)|}. \quad (3)$$

위와 같은 가중치를 곱한 후에는 신호의 지연 정보가 들어 있는 위상만 남고 크기는 언제나 1로써 일정하게 유지된다. 일종의 백색화가 일어난다. 따라서 좀 더 충실한 시간 지연 정보 추정이 가능해진다. 식(1)

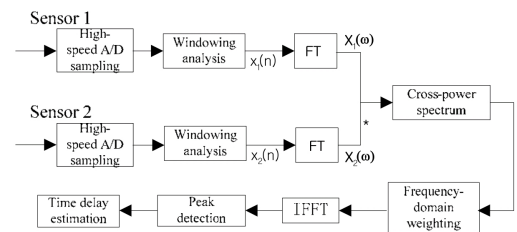


그림 1. GCC-PHAT의 다이어그램.  
Fig. 1. Diagram of GCC-PHAT.

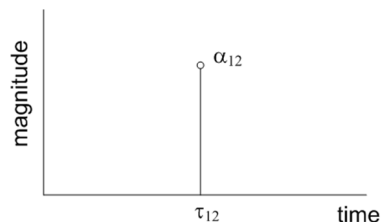


그림 2. 시간 지연 추정 모델에서 두 수신 신호 간 전달 함수  
Fig. 2. Time delay channel model between two received signals.

을 통해서 구해진  $R_{x_1x_2}(\tau)$ 를 통하여 두 센서 사이의 최종적인 지연 시간은 다음 식과 같이 구해 질 수 있다.

$$\hat{\tau} = \arg \max_{\tau} R_{X_1X_2}(\tau) \quad (4)$$

그림 2의 가로축은 지연시간을 나타내며 세로축은  $R_{x_1x_2}(\tau)$ 를 나타낸다. 센서 사이의 지연시간은  $R_{x_1x_2}(\tau)$ 값이 최대를 나타내는 가로축의 값이다.

#### IV. BPD를 이용한 GCC-PHAT

그림 2에서 알 수 있듯이 GCC-PHAT의 최종 결과는 시간 지연 영역 중의 어떤 한 위치에 있는 임펄스 성 값이다. 이는 시간 지연 추정이 전체 관심 영역 중 의미 있는 것은 극히 일부에 지나지 않는 희소성 (Sparsity)을 가짐을 의미한다. 이런 희소성을 갖는다면 GCC-PHAT에 희소성 정보 추정에 적합한 과정을 도입하여 추정 성능을 높일 수 있을 것으로 예상된다. 본 논문에서는 그림 1에 GCC-PHAT 블록 중에서 최종적으로 시간 지연을 추정해 내는 역푸리에 변환 블록에 희소성을 고려한 추정방법을 도입하려고 한다. 역푸리에 변환은 일반적으로 다음과 같은 선형방정식을 푸는 것으로 생각할 수 있다.

$$\mathbf{y} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{e}, \quad (5)$$

여기서  $\mathbf{A}$ 는 다음과 같은 역DFT 행렬이다.

$$\mathbf{A} = \frac{1}{\sqrt{M}} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 4 & 1 \\ 1 & e^{j2\pi/M} & 4 & e^{j2\pi(M-1)/M} \\ 5 & 5 & 4 & 5 \\ 1 & e^{j2\pi(N-1)/M} & 4 & e^{j2\pi(N-1)(M-1)/M} \end{bmatrix}$$

$\mathbf{x} \in C^{M \times 1}$ 는 시간 지연 추정 벡터이고,  $\mathbf{e}$ 는 잡음 벡터이다. 위의 선형 방정식을 풀기 위해서 일반적으로 다음과 같은 최소 자승법을 사용한다.

$$\min_{\mathbf{x}} \{ \|\mathbf{y} - \mathbf{A}\mathbf{x}\|^2 \}. \quad (6)$$

최소 자승법은 잡음에 의해서 참 값 외에 많은 유사 해를 추정할 수 있는 방법으로 알려져 있다. 따라서 희소성을 갖는 지연 시간을 구할 때에 참 지연 시간 외에 다른 시간도 해로 도출 할 가능성이 높아진

다.

희소성을 고려한 역푸리에 변환을 위해서 위 최소 자승법을 사용한 목적 함수를 희소성 변수 추정에 많이 사용되는 방법인 BPD를 기반으로 한 목적 함수로 변형한다. BPD 기반 목적 함수의 핵심은 l<sub>1</sub>-norm을 정규화 항으로 도입하여 해로 구하는 벡터의 희소성을 높이는 것이다. 본 논문에서 제안하는 BPD를 사용한 역푸리에 변환을 위한 목적함수는 다음과 같다.

$$\min_{\mathbf{x}} \{ \|\mathbf{y} - \mathbf{A}\mathbf{x}\|^2 + \epsilon \|\mathbf{x}\|_1 \}. \quad (7)$$

위와 같은 새로운 목적함수를 사용함으로써 최소 자승법을 목적함수로 사용하는 경우보다 유사 해를 추정할 가능성이 적어져서 희소성을 갖는 해를 추정하는 데 유리하게 된다. 위 목적함수를 푸는 툴들이 몇몇 발표되어 사용되고 있다. 그 중에는 l<sub>1</sub>-magic<sup>[14]</sup>, MOSEK<sup>[15]</sup>, PDCO-CHOL<sup>[16]</sup>, PDCOLSQR<sup>[16]</sup>, 그리고 SPGL1<sup>[17]</sup>이 있다. 본 논문에서는 SPGL1을 사용하였다.

새로 제안하는 BPD 기반 역푸리에 변환을 사용하는 GCC-PHAT는 블록 다이어그램은 다음 그림과 같다.

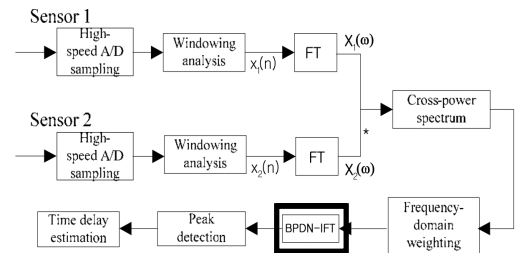


그림 3. BPD 역푸리에 변환을 사용한 GCC-PHAT. Fig. 3. Diagram of GCC-PHAT using BPD IFT.

#### V. 모의실험 결과

모의실험을 위해서 두 수신 채널을 위한 신호 열을 두 종류로 발생시킨다.

첫 번째 비교실험을 위한 신호발생을 위해서 첫 번째 채널 신호  $X_1(k)$ 는 백색 가우시안 불규칙 신호로 발생 시켰다. 두 번째 채널 신호는  $X_1(k)$ 과 10 샘플 뒤진 신호로 모델 하였다. 즉,  $X_2(k) = X_1(k - 10)$  이다. 각 신호  $X_1(k)$ 와  $X_2(k)$ 에는 두 백색 가우시안 잡음,  $n_1(k)$ 과  $n_2(k)$ 가 각각 추가되었다. 이들 부가 잡음들은 서로

상관관계가 없도록 하였다. 그리고 신호 대 잡음비는 -10dB부터 10dB까지로 변화 시켰다.

두 번째 비교실험을 위한 신호 열은 신호 중 하나인  $X_1(k)$ 는 1차 AR과정인 신호로써,  $s_0(k)=0.7s_0(k)+w(k)$ ,인 관계식을 만족시키는 것으로 사용하였다. 이로써 음원이 유색 신호원의 성질을 갖도록 하였다. 나머지 스펙은 첫 번째 비교 실험 때와 같도록 하였다. 그리고 신호 대 잡음비는 0dB부터 10dB까지로 변화 시켰다.

각 각의 비교 실험에서 제안한 GCC-PHAT-BPD 방법과 함께 GCC-PHAT방법<sup>[7]</sup>을 동등하게 비교하였다. 두 방법을 각 신호 대 잡음비에 대해서 100회씩 반복 시행하여 결과를 얻었다. 추정 성능 비교를 위해서 지연 시간 추정의 평균 자승 오차를 각 신호 대 잡음비에 대해서 그래프로 그렸다.

그림 4는 첫 번째 실험의 결과를 비교한 그림이다. 그림 4로 볼 때 백색 광대역 신호원에 대해 -6dB이상에서 향상된 성능을 보인다. 추정 오차 향상 정도는 신호 대 잡음비 -6dB에서 GCC-PHAT방법에 비해서 5dB 향상되었고, 10dB에서 약 40dB 정도의 성능 개선을 나타내고 있음을 알 수 있다.

그림 5는 두 번째 실험의 결과를 비교한 그림이다. 그림 5로 볼 때 유색 신호원에 대해 1dB이상에서 향상된 성능을 보인다. 추정 오차 향상 정도는 신호 대 잡음비 1dB에서 GCC-PHAT방법에 비해서 18dB 정도 향상되었고 10dB에서 GCC-PHAT방법에 비해서 35dB 정도 성능 개선을 나타내고 있음을 알 수 있다.

앞의 두 실험을 통해서 제안한 방법이 기존의 GCC-PHAT 방법에 비해서 상대적으로 우수한 시간

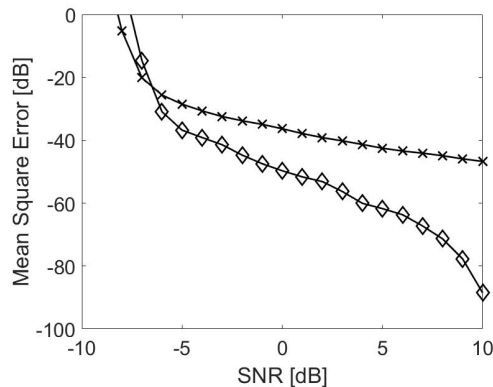


그림 4. 백색 가우시안 신호원을 사용한 시간 지연 추정 성능 비교 (—x—: GCC를 사용한 경우, —◇—: 제안된 방법을 사용한 경우).  
Fig .4. Performance comparison in case of white gaussian signal source (—x—: GCC, —◇—: Proposed algorithm).

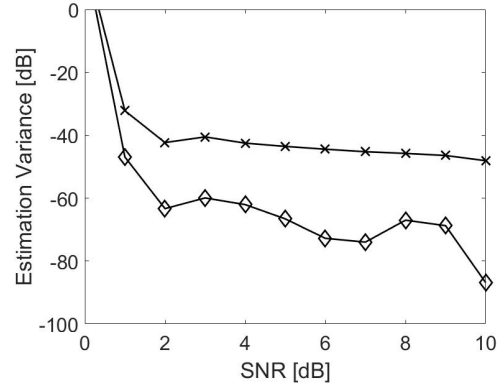


그림 5. 유색 신호원을 사용한 시간 지연 추정 성능 비교 (—x—: GCC를 사용한 경우, —◇—: 제안된 방법을 사용한 경우).

Fig. 5. Performance comparison in case of colored signal source (—x—: GCC, —◇—: Proposed algorithm).

지연 추정 결과를 얻을 수 있음을 알 수 있다.

## VI. 결 론

두 센서에 수신된 신호가 시간 지연을 추정하기 위한 GCC-PHAT방법에 최소 신호처리 방법의 하나인 BPD를 적용한 추정법을 제안하였다. 기존에 제안된 GCC-PHAT 기반의 시간 지연 추정 방법이 두 센서 사이의 지연 채널 모델이 최소채널이라는 것을 충분히 이용하지 못하고 있는데 반해서, 그 최소성을 적극적으로 이용하고자 하는 방법이다. 그 결과 제안한 추정법이 기존의 GCC-PHAT 기반 시간 지연 추정 방법에 비해 우수한 추정 결과를 산출함을 알 수 있었다.

## References

- [1] H. R. Park and J. H. Shin, "Eigen-analysis based super-resolution time delay estimation algorithms for spread spectrum signals," *J. KICS*, vol. 38, no. 12, pp. 1013-1020, Dec. 2013.
- [2] J. H. Shin, H. R. Park, and E. Chang, "An ESPRIT-based super-resolution time delay estimation algorithm for real-time locating systems," *J. KICS*, vol. 38, no. 4, pp. 310-317, Apr. 2013.
- [3] J. H. Shin, S. I. Myong, E. Chang, and H. R. Park, "A super-resolution time delay

- estimation algorithm for spread spectrum signals,” *J. KICS*, vol. 37, no. 2, pp. 119-127, Feb. 2012.
- [4] J. Huang, T. Supaongprapa, I. Terakura, F. Wang, N. Ohnishi, and N. Sugie, “A model based sound localization system and its application to robot navigation,” *Robotics and Autonomous Syst.*, vol. 27, no. 4, pp. 199-209, Jun. 1999.
- [5] J. Lee and M. Hahn, “Sound localization technique for intelligent service robot ‘WEVER’,” in *Proc. KSPS Conf.*, pp. 117-120, Seoul, Korea, Nov. 2005.
- [6] J. Choi, J. Lee, S. Jeong, K. Kwak, S. Chi, and M. Hahn “Multimodal sound source localization for intelligent service robot,” in *Proc. Int. Conf. Ubiquitous Robots and Ambient Intell.*, pp. 105-105, Seoul, Korea, Oct. 2006.
- [7] C. H knapp and G. C. Carter, “The generalized correlation method for estimation of time delay,” *IEEE Trans. Acoustic. Speech Sign. Process.*, vol. 24, no. 4, pp. 320-327, Apr. 1976.
- [8] M. Brandstein and D. Ward, *Microphone Arrays: Signal Processing Techniques and Applications*, Springer-Verlag, 2001.
- [9] M. Brandstein and H. Silverman, “A practical methodology for speech source localization with microphone arrays,” *Comput., Speech Lng.*, vol. 11, no. 2, pp. 91-126, Feb. 1997.
- [10] J. Benesty, “Adaptive eigenvalue decomposition algorithm for passive acoustic source localization,” *J. Acoust. Soc. Am.* vol. 107, no. 1, pp. 384-391, Jan. 2000.
- [11] S. Doclo and M. Moonen, “Robust adaptive time delay estimation for speaker localization in noisy and reverberant acoustic environments,” *EURASIP J. Appl. Sign. Process.*, vol. 11, no. 1, pp. 1110-1124, Jan. 2003.
- [12] J. Lim and W. Hong, “An adaptive time delay estimation method based on canonical correlation analysis,” *J. Acoust. Soc. Kr.*, vol. 32, no. 6, pp. 548-555, Jun. 2013.
- [13] M. V. Afonso, J. M. Bioucas-Dias, and M. A. T. Figueiredo, “Fast image recovery using variable splitting and constrained optimization,” *IEEE Trans. Image Process.*, vol. 19, no. 9, pp. 2345-2356, Sept. 2010.
- [14] E. Candès, J. Romberg, and T. Tao, “Robust uncertainty principles: Exact signal reconstruction from highly incomplete frequency information,” *IEEE Trans. Inf. Theory*, vol. 52, no. 2, pp. 489-509, Feb. 2006.
- [15] *The MOSEK Optimization Tools Version 2.5. User’s Manual and Reference*, <http://www.mosek.com>, 2002. [Online; accessed 15 Jan. 2017]
- [16] *PDCO: Primal-Dual Interior Method for Convex Objectives*, <http://www.stanford.edu/group/SOL/software/pdco.html>, 2002. [Online; accessed 15 Jan. 2017]
- [17] *SPGL1, a solver for large scale sparse reconstruction*, <http://www.cs.ubc.ca/labs/scl/spgl1/> 2008. [Online; accessed 15 Jan. 2017]

임 준 석 (Jun-Seok Lim)



1986년 2월 : 서울대학교 전자공학과 학사 졸업

1988년 2월 : 서울대학교 전자공학과 석사 졸업

1996년 8월 : 서울대학교 전자공학과 박사 졸업

1996년 7월~1997년 10월 : LG 종합기술원

1998년 3월~현재 : 세종대학교 전자정보통신공학과 교수

<관심분야> 신호처리

**편 용 국 (Yong-Guk Pyeon)**



1993년 2월 : 강원대학교 전자  
공학과 학사 졸업  
1996년 2월 : 관동대학교 전자  
공학과 석사 졸업  
2004년 2월 : 세종대학교 전자  
공학과 박사 졸업  
2004년 9월~현재 : 강원도립대  
학 정보통신과 조교수

<관심 분야> 신호 처리

**정 명 준 (MyoungJun Cheong)**



2004년 2월 : 고려대학교 전기  
전자전파공학과 학사  
2006년 2월 : 서울대학교 전기  
컴퓨터공학과 석사  
2006년 1월~현재 : 국방과학연  
구소 선임연구원  
<관심 분야> 신호 처리