

# 저차 근사화를 이용한 긴 코드 직접 수열 확산 대역 신호의 확산 파형 추정

진희태\*, 김석찬<sup>o</sup>

## Estimation of Spreading Waveform of Long-Code Direct Sequence Spread Spectrum Signals Using Low-Rank Approximation

Heetae Jin\*, Suk Chan Kim<sup>o</sup>

### 요약

본 레터에서는 저차 근사화(low-rank approximation) 기반 long-code direct sequence spread spectrum(LC-DSSS) 신호의 확산파형 추정법을 제안한다. 제안하는 방법은 LC-DSSS 신호가 누락 성분이 존재하는 short code direct sequence spread spectrum(SC-DSSS)과 같음을 이용한다. 이 누락 성분을 채우기 위해 accelerated proximal gradient line 탐색법을 이용한다. 제안하는 방법은 기존 LC-DSSS의 확산 파형을 추정하기 위해 이용하던 분할 기반 알고리즘보다 더 좋은 성능을 보인다.

**Key Words** : Direct sequence spread spectrum, Signal processing, Low-rank approximation, Singular value decomposition, Spreading waveform

### ABSTRACT

In this letter, we propose a spreading waveform estimation method of long-code direct sequence spread spectrum(LC-DSSS) signal based on low-rank approximation. We use the accelerated proximal gradient line search method to solve low-rank

approximation problem. The proposed method shows better performance than the segmentation method used to estimate the spreading waveform.

### I. 서론

군용 통신으로 널리 사용되는 LPI(Low probability of intercept)신호는 기존 신호에다 추가적으로 코드, 시간, 주파수 등을 사용하여 신호의 인터셉트를 최소화 하는 기법이다. 그 중 코드를 이용한 방식인 Direct sequence spread spectrum(DSSS)신호는 데이터를 의사 잡음 코드로 변조하여 신호를 송신하는 방식이다. 일반적으로 블라인드 환경에서 복조, 신호획득 및 역확산이 쉽지 않다고 알려져 있다<sup>[1]</sup>.

블라인드 환경에서 비트 길이와 의사 잡음 코드의 길이가 같은 SC-DSSS의 확산 파형을 알아내기 위한 고윳값 분해 기반 방법이 제안되었다<sup>[2]</sup>. 이 알고리즘은 낮은 SNR(signal-to-noise power ratio)에서도 좋은 추정성능을 보이지만 LC-DSSS에 적용할 경우 부호 에러와 같은 문제 때문에 사용할 수 없다. 분할 기반 알고리즘은 신호를 심볼 길이보다 아주 작은 세그먼트로 분할한 뒤 같은 위치에 있는 세그먼트끼리 모아 고윳값 분해를 수행하는 방법이다<sup>[3]</sup>. 이 방법은 한 심볼의 길이와 의사 잡음 코드의 길이의 차이가 클 경우와 다중경로가 존재하는 일반적인 환경에서 나쁜 성능을 보인다.

이러한 문제점을 해결하기 위해 본 레터는 저차 근사화 기반 LC-DSSS의 확산파형 추정법을 제안한다. 확산파형 길이가  $L$ , 심볼의 길이  $G$ 는 알고 있거나 추정 가능하다고 가정한다<sup>[4]</sup>. 이때 LC-DSSS 신호는 누락 성분이 있는 SC-DSSS 신호와 같은 형태로 구성할 수 있다<sup>[5]</sup>. 이때 누락 성분을 추정하기 위해 truncated nuclear norm regularization을 이용한 저차 근사화를 사용한다.

### II. 신호 모형 및 누락 성분 모형

코드의 길이가  $L$ , 한 심볼의 길이가  $G$ 인 LC-DSSS 신호를 생각해 보자<sup>[5]</sup>. 수신 신호를 칩 정합 필터로 처리하고 칩 주파수로 샘플링을 한 후, 채널, 수신 필터와 잡음의 효과에 의해 영향을 받은 LC-DSSS 신호

\* 이 연구는 방위사업청 및 국방과학연구소의 재원에 의해 설립된 신호정보 특화연구센터 사업의 지원을 받아 수행되었음.

• First Author : Pusan National University Department of Electrical and Computer Engineering, htjin@pusan.ac.kr, 학생회원

o Corresponding Author : Pusan National University Department of Electronic Engineering, sckim@pusan.ac.kr, 종신회원

논문번호 : KICS2017-11-337, Received November 7, 2017; Revised November 22, 2017; Accepted November 23, 2017

$y(n), n = 0, 1, \dots, N-1$ 은

$$y(n) = b_c(n)c_c(n) + w(n) \quad (1)$$

$$b_c(n) = \sum_{\bar{m}=0}^{\bar{M}-1} b(\bar{m})q(n-\bar{m}G), \quad c_c(n) = \sum_{m=0}^{M-1} c(n-mL) \quad (2)$$

이고 이때  $N=LM$  은 수신 신호의 샘플 크기이다.  $b_c(\bar{m})$ 은  $\bar{m}$ 번째 송신 심볼,  $q(n)$ 은  $n=0, 1, \dots, G-1$  동안 크기가 1인 사각 함수이다.  $w(n)$ 은 평균이 0이고 분산이  $\sigma^2$ 인 백색 가우시안 잡음이다. 확산 파형  $c(n) = \sum_{l=0}^{L-1} c_l g(n-l)$ 은 길이가  $L$ 인 의사 잡음 코드  $c_l$ 과 채널효과가 컨볼루션된 결과이다.  $\bar{M} = \lceil N/G \rceil$ 는 한 심볼의 길이이고  $\lceil x \rceil$ 는  $x$ 보다 크거나 같은 정수 중 가장 작은 정수이다.

LC-DSSS를 누락 성분이 존재하는 SC-DSSS로 표현한 행렬  $\mathbf{Y}_m$ 과 가중치 행렬  $\mathbf{W}_m$ 은 각각  $[\text{mod}(n, L) + 1]$ 번째 행과  $(\lfloor n/G \rfloor + 1)$ 번째 열의 성분을 각각  $y(n)$ 과 1, 나머지는 0으로 구성하여 표현 가능하다. 이때  $\lfloor x \rfloor$ 는  $x$ 보다 작거나 같은 정수 중 가장 큰 값을 나타내고  $\text{mod}(n, L)$ 는  $n$ 을  $L$ 로 나누었을 때 나머지를 나타낸다. 예를 들어  $L = 5, G = 3, N = 9$ 인 경우  $\mathbf{Y}_m$ 과  $\mathbf{W}_m$ 은 다음과 같다.

$$\mathbf{Y}_m = \begin{bmatrix} y(0) & y(5) & 0 \\ y(1) & 0 & y(6) \\ y(2) & 0 & y(7) \\ 0 & y(3) & y(8) \\ 0 & y(4) & 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{W}_m = \begin{bmatrix} 110 \\ 101 \\ 101 \\ 011 \\ 010 \end{bmatrix} \quad (3)$$

$\mathbf{Y}_m$ 의 각 열은 같은 확산파형을 가지는 샘플끼리 구성이 되어있고 0이 아닌 성분으로 구성된 성분들은 같은 심볼을 가진다. 이 때, 랭크가 1인 저차 근사화를 이용하면  $\mathbf{Y}_m$ 의 누락 성분을 채울 수 있을 뿐 아니라 특이값 분해를 이용해 확산파형과 심볼까지 추정 가능하다.

### III. Truncated nuclear norm을 이용한 저차 근사화

누락 성분을 가지는 행렬  $\mathbf{M} \in \mathbf{R}^{n_1 \times n_2}$ 이 주어졌을 때, 저차 근사화를 이용한 matrix completion은

$$\min_{\mathbf{X}} \text{rank}(\mathbf{X}) \quad (4)$$

$$s.t. \mathbf{X}_{i,j} = \mathbf{M}_{i,j}, (i,j) \in \Omega$$

이고 이때  $\mathbf{X} \in \mathbf{R}^{n_1 \times n_2}$ 이고  $\Omega$ 는 관측된 성분에 대응하는 위치들의 집합이다. 하지만  $\text{rank}(\mathbf{X})$ 가 볼록(convex)함수가 아니기 때문에 이를 대신할 nuclear norm heuristic이 제안되었다<sup>[6]</sup>. 하지만 이는  $\text{rank}(\mathbf{X})$ 에 대한 근사의 정확도가 떨어지기 때문에 좋은 성능을 얻기 어렵다. 이를 극복하기 위해 Truncated nuclear norm regularization을 이용한다<sup>[7]</sup>. Truncated nuclear norm은  $\|\mathbf{X}\|_r = \sum_{k=r+1}^n \sigma_k$ 로 표현된다.  $\sigma_k$ 는 행렬의 특이값중  $k$ 번째로 큰 값을 의미한다. 이 방법은 행렬의 가장 작은  $n-r$ 개의 특이값의 합을 최소화시키는데 이는 행렬의 rank가 특이값 중 가장 큰  $r$ 개의 특이값과 대응되기 때문이다. 이를 이용하여 (4)의  $\text{rank}(\mathbf{X})$ 를  $\|\mathbf{X}\|_r$ 로 대체시키면

$$\min_{\mathbf{X}} \|\mathbf{X}\|_r \quad (4)$$

$$s.t. \mathbf{X}_{i,j} = \mathbf{M}_{i,j}, (i,j) \in \Omega$$

이다. 하지만 (4)역시도 볼록함수가 아니다. 따라서 이 문제를 해결하기 위해 accelerated proximal gradient line탐색을 이용한다<sup>[7]</sup>.

### IV. 시뮬레이션 결과

이 섹션에서는 제안하는 알고리즘과 분할 기반 알고리즘<sup>[3]</sup>을 비교한다. 추정된 확산파형과 실제 확산파형 사이의 비교를 위해 사용되는 constrained normalised MSE (NMSE)와 그 제한조건은 다음과 같다.

$$NMSE = E_c [\|\mathbf{c} - \hat{\mathbf{c}}\|^2 / \|\mathbf{c}\|^2] \quad (5)$$

$$\hat{\mathbf{c}}^T \hat{\mathbf{c}} = \mathbf{c}^T \mathbf{c}, \quad \hat{\mathbf{c}}^H \mathbf{c} > 0 \quad (6)$$

이때  $\mathbf{c}$ 은 확산파형 벡터,  $\hat{\mathbf{c}}$ 는 추정 확산파형 벡터이다. 각 시뮬레이션에서 얻어진 NMSE는 100번의 몬테카를로 시행에서 평균하였다. 그림 1은  $G$ 가 15, 30일 때 분할 기반 알고리즘과 제안하는 추정법을 비교한 그림이다. 제안한 추정법이 분할 기반 알고리즘보다 뛰어난 성능을 보인다. 이는 분할 기반 알고리즘이 채널과 필터의 효과가 없는 상황에서 확산 파형 추정은 정확하지만 채널, 필터의 효과가 반영된 확산파형의 추정에서는 상대적으로 성능이 떨어지기 때문이다. 반면 제안하는 추정법은 신호를 적응적으로 찾아

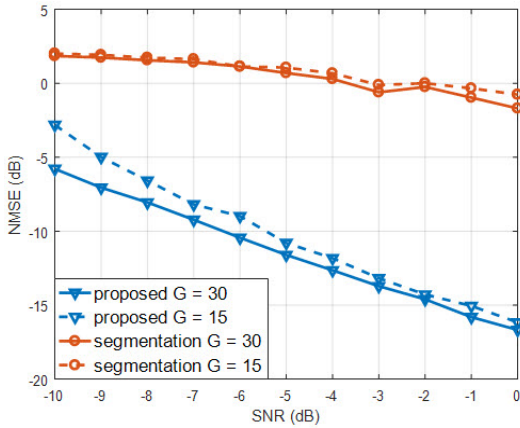


그림 1. 제안한 추정법과 분할 기반 알고리즘 추정법 비교  
 Fig. 1. Comparison of proposed method and segmentation based estimation method

가기 때문에 상대적으로 좋은 추정성능을 보인다. 여기서  $G$ 에 따라 다른 성능을 보이는데 이는  $G$ 와  $L$ 의 비율에 따라 누락 성분의 수가 달라지기 때문이다.

### V. 결 론

본 레터에서는 저차 근사화를 이용한 LC-DSSS 신호의 확산 파형 추정법이 제안되었다. 제안하는 알고리즘은 기존의 분할 기반 알고리즘에 비해서 좋은 성능을 보인다. 낮은 SNR에서도 추정성능이 좋기 때문에 블라인드 환경에서 확산파형을 추정해야하는 상황에서 유용하게 사용될 수 있다.

### References

[1] S. R. Lee, et al., "Performance analysis of sequential estimation schemes for fast acquisition of direct sequence spread spectrum systems," *J. KICS*, vol. 39, no. 8, pp. 467-473, Aug. 2014.

[2] J. D. Vlok and J. C. Olivier, "Blind sequence-length estimation of low-SNR cyclostationary sequences," *IET Commun.*, vol. 8, no. 9, pp. 1578-1588, Jun. 2014

[3] P.-Y. Qui, et al., "Improved blind-spreading sequence estimation algorithm for direct sequence spread spectrum signals," *IET Sign. Process.*, vol. 2, no. 2, pp. 139-146, Jun. 2008.

[4] J. Liang, et al., "Blind spreading sequence estimation algorithm for long-code DS-CDMA signals in asynchronous multi-user systems," *IET Signal Process.*, vol. 13, no. 6, pp. 704-710, Aug. 2017

[5] H. G. Zhang, et al., "Estimating spreading waveform of long-code direct sequence spread spectrum signals at a low signal-to-noise ratio," *IET Sign. Process.*, vol. 6, no. 4, pp. 358-363, Jun. 2012.

[6] H. Ghasemi, et al., "SRF: Matrix completion based on smoothed rank function," *IEEE ICASSP*, pp. 3672-3675, May 2011.

[7] Y. Hu, et al., "Fast and accurate matrix completion via truncated nuclear norm regularization," *IEEE Trans. Pattern Anal. and Machine Intell.*, vol. 35, no. 9, pp. 2117-2130, Dec. 2013.