

# 안테나별 송신 전력 제약을 갖는 다중안테나 시스템 저복잡도 사전부호화기 설계

김 훈 창<sup>\*</sup>, 김 선 영<sup>\*</sup>, 최 지 훈<sup>°</sup>

# Low-Complexity Precoder Design for MIMO Systems with Per-Antenna Power Constraints

Hoonchang Kim\*, Seonyeong Kim\*, Jihoon Choi°

#### 요 약

본 논문에서는 안테나별 송신 전력 제약 (PAPC; Per-Antenna Power Constraint) 하에서 다중 스트림을 전송하는 MIMO (Multi-input Multi- Output) 시스템의 전송률을 최대화하는 유사 최적 사전부호화기 설계기법을 제안한다. 제안된 기법에서는 우선 기존의 합계 송신 전력 제약(SPC; Sum Power Constraint) 하에서 최적 사전부호화기를 구하고, PAPC를 만족하면서 최적 SPC 사전부호화기에 가장 근접한 사전부호화기를 찾음으로써 유사 최적 PAPC 사전부호화기를 설계한다. 모의실험을 통해 제안된 저복잡도 PAPC 사전부호화기가 최적 PAPC 사전부호화기와 성능이 매우 유사함을 보인다.

Key Words: MIMO, Per-antenna power constraint, Precoder, Dual optimization, Multi-stream

#### **ABSTRACT**

This paper proposes a near-optimal precoding design scheme maximizing the achievable rate of a multiple-input multi-output (MIMO) system which

transmits multi-streams under per-antenna power constraints (PAPCs). The proposed method firstly computes an optimal precoder under the conventional sum power constraint (SPC), and then designs a near-optimal PAPC precoder by finding the PAPC precoder closest to the optimal SPC precoder. Numerical simulations show that the performance of the proposed low-complexity PAPC precoder is very close to that of the optimal PAPC precoder.

### I. 서 론

MIMO(Multi-Input Multi-Output) 시스템의 채널 용량을 최대화하기 위해 사전부호화기(Precoder) 기반 다중 스트림 전송이 사용된다. 전체 송신 전력 제약 (SPC; Sum Power Constraint)하에서는 특이값 분해 (SVD; Sigular Value Decomposition)와 워터필링 (Water-Filling) 알고리즘을 이용하여 최적 SPC 사전 부호화기를 설계할 수 있다<sup>[1]</sup>. 하지만 SPC 하에서는 채널에 따라 각 안테나의 송신 전력 편차가 심해서 전 력 증폭기의 효율이 저하되고, 분산 안테나 시스템의 경우 SPC를 적용하는 것이 불가능하다 [2],[3]. 이에 대 한 대안으로 안테나별 송신 전력 제약(PAPC; Per-Antenna Power Constraints)을 고려한 사전부호화기 설계 기법이 연구되어 왔다<sup>[4-6]</sup>. [4]에서는 단일 스트 림 MIMO에서 최적 빔포밍 벡터를 구했고, [5]에서는 다중 스트림 MIMO 시스템을 위한 사전부호화기 설 계 기법을 유도했으며, [6]에서는 다중 사용자 MIMO 환경에서 PAPC 사전부호화기 설계 기법을 제안하였 다. [5]에서 제안된 기법은 합계 전송률 측면에서 최적 사전부호화기에 수렴하지만, 반복적 알고리즘을 기반 으로 하므로 계산 복잡도가 매우 높다는 단점이 있다. 본 논문에서는 PAPC 하에서 다중 스트림 MIMO 시스템을 위한 저복잡도 사전부호화기 설계 기법을 제안한다. 제안된 기법에서는 우선 SPC 하에서 최적 사전부호화기를 설계하고, 최적 SPC 사전부호화기와 PAPC 조건을 만족하는 임의의 사전부호화기의 거리 를 최소화하는 문제를 정의하고 최적해를 구함으로써 유사 최적 PAPC 사전부호화기를 설계한다. 모의실험

<sup>※</sup> 이 논문은 2018년도 정부(과학기술정보통신부)의 재원으로 한국연구재단의 지원을 받아 수행된 기초연구사업임 (No. 2016R1A2B40 13418).

<sup>•</sup> First Author: Korea Aerospace University, School of Electronics and Information Engineering, rlagnsckd@kau.kr, 학생회원

<sup>°</sup> Corresponding Author: (ORCID:0000-0002-5433-2241)Korea Aerospace University, School of Electronics and Information Engineering, jihoon@kau.ac.kr, 중신회원

<sup>\*</sup> Korea Aerospace University, School of Electronics and Information Engineering, kimsy6311@kau.kr, 학생회원 논문번호: 201808-254-A-LU, Received August 20, 2018; Revised September 4, 2018; Accepted September 10, 2018

을 통해 제안된 PAPC 사전부호화기가 최적 PAPC 사전부호화기 대비 0.1dB 이내의 신호대 잡음비 손실을 나타냄을 보인다.

#### Ⅱ. 제안된 PAPC 사전부호화기 설계 기법

M개의 전송 안테나, N개의 수신 안테나, S개의 데이터 스트림을 전종하는 MIMO 시스템에서,  $N\times 1$ 수신 신호 벡터  $\mathbf{v}$ 는 다음과 같이 써진다.

$$y = HWb + n \tag{1}$$

H는  $N \times M$  채널 행렬,  $\mathbf{W} \in M \times S$  사전부호화기,  $\mathbf{b}$  는  $S \times 1$  전송 심볼 벡터,  $\mathbf{n}$ 은 평균 0인  $N \times 1$  잡음 벡터로 정의된다. 이때 최적 SPC 사전부호화기  $\mathbf{W}_s$  는 다음과 같이 주어진다.

$$\mathbf{W}_{s} = \mathbf{T} \mathbf{\Lambda}^{1/2} \tag{2}$$

T는  $\mathbf{H}^{H}\mathbf{H}$ 의 고유벡터들로 구성된  $M \times S$  행렬이고,  $\Lambda$ 는 워터필링 알고리즘에 의해 결정된 최적의 송신 전력값을 포함한  $S \times S$  대각 행렬이다.

PAPC 사전부호화기는 SPC 사전부호화기의 부분 집합으로 주어지므로 PAPC 사전부호화기는 최적 SPC 사전부호화기  $\mathbf{W}_s$ 에 근접할수록 전송률이 증가하는 경향을 보인다. 이를 이용하여  $\mathbf{W}_s$ 와 가장 가까운 PAPC 사전부호화기  $\mathbf{W}$ 를 찾기 위한 문제를 최소자승 (Least Squares) 기준으로 다음과 같이 정의한다.

$$\min_{\mathbf{W}} tr((\mathbf{W} - \mathbf{W}_s)(\mathbf{W} - \mathbf{W}_s)^H)$$
 (3a)

s.t. 
$$diag(\mathbf{W} \mathbf{W}^H) \leq \mathbf{p}$$
 (3b)

이때  $\mathbf{p} = [p_1, p_2, ..., p_M]^T$  이고,  $p_m$ 은 m번째 안테나의 최대 송신 전력, 식(3b)는 PAPC 조건이다.  $\mathbf{W} = [\mathbf{c}_1, \mathbf{c}_2, ..., \mathbf{c}_M]^H$  ,  $\mathbf{W}_s = [\mathbf{c}_{s,1}, \mathbf{c}_{s,2}, ..., \mathbf{c}_{s,M}]^H$ 로 정의하면,  $\mathbf{c}_m^H$ 의  $\mathbf{c}_s^H$ 는 각각  $\mathbf{W}$ 의  $\mathbf{w}$  에 배면째 행벡터를 나타낸다. 이를 식(3)에 대입하면 다음과 같이 표현된다.

$$\min_{\left\{\mathbf{c}_{m}\right\}} J(\left\{\mathbf{c}_{m}\right\}) = \sum_{m=1}^{M} \left\|\mathbf{c}_{m} - \mathbf{c}_{s,m}\right\|^{2}$$
 (4a)

s.t. 
$$\mathbf{c}_m^H \mathbf{c}_m = p_m$$
, for  $1 \le m \le M$  (4b)

이때 PAPC를 나타내는 (3b)의 경우 최적해가 등식을 만족하므로 (4b)에서 벡터  $\mathbf{c}_m$ 에 대한 등식으로 표현된 다  $^{[5]}$ . (4)의 최적해를 구하기 위해 다음과 같이 Dual 문제로 변화한다.

$$L(\{\mathbf{c}_m\}, \{\mu_m\}) = \sum_{m=1}^{M} [\|\mathbf{c}_m - \mathbf{c}_{s,m}\|^2 + \mu_m (\|\mathbf{c}_m\|^2 - p_m)]$$
 (5)

이때  $\mu_m$ 은 m번째 안테나의 PAPC에 대한 Lagrange 변수이다.  $L(\cdot)$ 을  $\mathbf{c}_m$ 에 대해 미분하여 식(5)를 최소 화하는  $\mathbf{c}_m$ 을 구하면 다음과 같이 정리된다.

$$\mathbf{c}_m = \frac{1}{1 + \mu_m} \mathbf{c}_{s,m}, \text{ for } 1 \le m \le M$$
 (6)

식(6)을 식(4b)에 대입하여 각 전송 안테나에 대한 최 적 벡터를 구하고, 모든 안테나에 대한 최적 벡터를 행렬로 병합하면 다음과 같이 표현된다.

$$\mathbf{W}_{p} = \left[\sqrt{p_{1}} \frac{\mathbf{c}_{s,1}}{\left\|\mathbf{c}_{s,1}\right\|}, \sqrt{p_{2}} \frac{\mathbf{c}_{s,2}}{\left\|\mathbf{c}_{s,2}\right\|}, ..., \sqrt{p_{M}} \frac{\mathbf{c}_{s,M}}{\left\|\mathbf{c}_{s,M}\right\|}\right]^{H}$$
(7)

식(7)의 PAPC 사전부호화기는 최적 SPC 사전부호 화기의 행벡터를 정규화해서 구해진다. 따라서 제안된 PAPC 설계 기법은 반복적인 기법을 통해 최적 PAPC 사전부호화기를 설계하는 [5]의 방식에 비해 훨씬 낮 은 계산 복잡도를 요구한다.

## Ⅲ. 모의실험 결과

모의실험을 통해 MIMO 시스템에 대한 최적 SPC 사전부호화기<sup>[1]</sup>, 최적 PAPC 사전부호화기<sup>[5]</sup>, 그리고 제안된 PAPC 사전부호화기의 성능을 비교한다. 이때 송신단에서 채널 상태 정보를 알고 있다고 가정하고, N=3, S=1,2,3으로 설정한다. 각 결과값은 1000개 이상의 독립적 채널에 대한 모의실험 결과를 평균해서구하였다.

그림 1은 *M*=16일 때 신호대 잡음비(SNR; Signal-to-Noise Ratio)에 따른 스펙트럼 효율을 나타내고, 그림 2는 SNR=15dB 일때 송신 안테나 수에 따른 스펙트럼 효율을 나타내며, 표 1은 SNR=15dB 일 때 PAPC 사전부호화기의 실행시간을 비교한다. 전체적

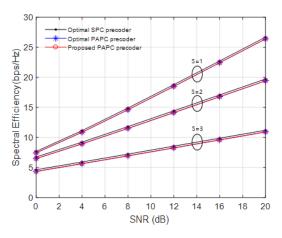


그림 1. SNR에 따른 사전부호화기 스펙트럼 효율 비교 Fig. 1. Comparison of spectrum efficiency for various precoding schemes across SNR

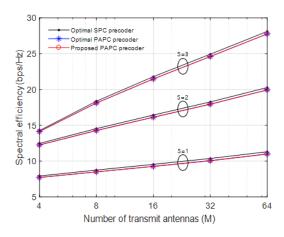


그림 2. 송신안테나 수에 따른 사전부호화기 스펙트럼 효율 비교 Fig. 2. Comparison of spectrum efficiency for various precoding schemes across the number of transmit antennas

으로 최적 SPC 사전부호화기가 가장 높은 스펙트럼 효율을 나타내고, PAPC를 고려하면 일정 부분 스펙트럼 효율 손실이 발생한다. 제안된 기법의 경우 최적 PAPC 사전부호화기에 비해 0.02~0.08dB SNR 손실 을 보이고, 데이터 스트림 수가 증가하면 SNR 손실이

표 1. 사전부호화기 실행시간 비교 Table 1. Runtime comparison of various precoders (단위: ms)

					(21111111111111111111111111111111111111	
M Scheme	4	8	16	32	64	
Optimal SPC	1.9	2.3	2.4	4.2	7.5	
Optimal PAPC	82.0	168	372	908	2400	
Proposed PAPC	3.6	3.7	4.9	7.7	13.6	

감소하는 경향을 보이며, M이 증가하면 SNR 손실이 완만하게 증가한다. 표 1에서 제안된 PAPC 사전부호화기는 최적 PAPC 사전부호화기에 비해 훨씬 낮은 설계 복잡도를 가지므로 실행시간이 최적 사전부호화기 대비 1/23~1/176로 줄어듦을 확인할 수 있다.

# Ⅳ. 결 론

본 논문에서는 다중 스트림 MIMO 시스템을 위한 저복잡도 PAPC 사전부호화기 설계 기법을 제안하고, 모의실험을 통해 제안된 PAPC 사전부호화기가 최적 PAPC 사전부호화기에 매우 근접한 성능이 보이면서 복잡도는 매우 낮음을 보였다. 제안된 기법은 PAPC를 고려한 다중 사용자MIMO 시스템에 확장 적용 가능하고, SPC와 PAPC를 동시에 고려하는 MIMO 시스템의 사전부호화기 설계에 활용할 수 있다.

#### References

- [1] A. Goldsmith, *Wireless Communications*, Cambridge University Press, 2005.
- [2] R. Zi, X. Ge, J. Thompson, C.-X. Wang, H. Wang, and T. Han, "Energy efficiency optimization of 5G radio frequency chain systems," *IEEE J. Sel. Areas Commun.*, vol. 34, no. 4, pp. 758-771, Apr. 2016.
- [3] S. R. Lee, S. H. Moon, H. B. Kong, and I. Lee, "Optimal beamforming schemes and its capacity behavior for downlink distributed antenna systems," *IEEE Trans. Wireless Commun.*, vol. 12, no. 6, pp. 2578-2587, Apr. 2013.
- [4] X. Zheng, Y. Xie, J. Li, and P. Stoica, "MIMO transmit beamforming under uniform elemental power constraint," *IEEE Trans. Sign. Process.*, vol. 55, no. 11, pp. 5395-5406, Jun. 2007.
- [5] Z. Pi, "Optimal MIMO transmission with per-antenna power constraints," in *Proc. IEEE GLOBECOM*, pp. 2493-2498, Anaheim, CA, Dec. 2012.
- [6] S. Y. Han and J. Choi, "Precoder design for MU-MIMO systems with per-antenna power constraints," in *Proc. KICS Summer Wksp.*, pp. 976-977, Jun. 2017.