

# 고유공간 변환 기반 등간격 원형 어레이의 고분해 2차원 입사각 추정

고요한<sup>°</sup>, 부성춘<sup>\*</sup>, 이철수<sup>\*</sup>, 김도경<sup>\*</sup>

## Super Resolution Two-Dimensional Direction-of-Arrival Estimation of Uniform Circular Arrays Based on Eigen-Space Transformation

Yo-han Ko<sup>°</sup>, Sung-chun Bu<sup>\*</sup>, Chul-soo Lee<sup>\*</sup>, Do-kyoung Kim<sup>\*</sup>

### 요약

본 논문에서는 고유공간 변환 기반 등간격 원형 어레이의 고분해 2차원 입사각 추정 기법을 제안한다. 등간격 원형 어레이는 2차원 입사각(방위각, 양각)을 추정할 수 있다는 장점을 갖고 있어서 다양한 분야에서 활용되고 있다. 제안된 기법은 반복적 빔포머를 이용하여 등간격 원형 어레이에 수신되는 신호의 고유공간을 변화시켜 입사각을 추정하는 기법이다. 제안된 기법은 MVDR, MUSIC, UCA-ESPRIT과 같은 기존 기법에 비해 낮은 연산 복잡도와 향상된 입사각 추정성능을 갖는다. 제안된 기법은 컴퓨터 모의실험을 통해 그 성능을 검증한다.

**Key Words** : super resolution DOA estimation, uniform circular array, eigen-space transformation, beamspace, direction finding

### ABSTRACT

In this paper, a super resolution 2-D DOA estimation method of UCA based on eigen-space transformation is proposed. UCA is widely used in various areas because it has the advantage of estimating 2-D DOA, azimuth and elevation, respectively. The proposed method is performed by using the iterative beamformer that transforms eigen-space of received signal at UCA. The proposed method has lower computational complexity and better performance of DOA estimation than conventional methods such as MVDR, MUSIC, and UCA-ESPRIT. The performances of proposed method are verified by computer simulation.

### 1. 서론

배열 안테나를 통한 입사각 추정은 다양한 분야에서 사용되고 있으며, 이에 대한 연구가 활발히 이루어지고 있다. 평면 배열 안테나는 2차원 입사각(방위각, 양각) 추정이 가능하다는 장점을 갖고 있어서 이동통신, 레이더, 소나 등에서 널리 사용되고 있다<sup>1-3</sup>. 특히,

등간격 원형 어레이는 2차원 입사각 추정이 가능하고, 모든 방위각에 대한 고른 입사각 추정 성능을 갖고 있다. 등간격 원형 어레이에 대한 입사각 추정은 전통적인 기법, MVDR (minimum variance distortionless response) 기법, MUSIC(multiple signal classification) 기법 등을 적용할 수 있다<sup>1-5</sup>. 하지만 이러한 기법들은 전 입사각에 대한 공간 스펙트럼 탐색을 해

<sup>°</sup> First and Corresponding Author : (ORCID:0000-0002-0379-9079)Communication/Electric Warfare Laboratory Center, LIG Nex1, yohan.ko@lignex1.com, 정회원

<sup>\*</sup> Communication/Electric Warfare Laboratory Center, LIG Nex1, sungchun.bu@lignex1.com, chulsoo.lee@lignex1.com, 정회원, kimdokyoun@lignex1.com

논문번호 : 201807-202-A-RN, Received July 4, 2018; Revised October 11, 2018; Accepted October 24, 2018

야 하기 때문에 높은 연산 복잡도를 갖는 단점이 있다<sup>[6]</sup>. 이러한 문제점을 해결하기 위해서 UCA-ESPRIT (uniform circular array-estimation of signal parameters via rotational invariance techniques) 등의 연구가 이루어졌다<sup>[7,8]</sup>. UCA-ESPRIT은 빔포머를 통해서 등간격 원형 어레이에 수신되는 신호를 빔 공간으로 변화시켜서 입사각을 추정하며, 전 입사각에 대한 공간 스펙트럼이 필요하지 않아 공간 스펙트럼을 탐색해야 하는 기존 기술에 비해 낮은 연산복잡도를 갖는다. 하지만 UCA-ESPRIT은 빔 공간으로 변환 시 발생하는 잔류 오차 성분으로 인해 입사각 추정 성능이 저하되는 특징을 갖는다.

본 논문에서는 등간격 원형 어레이에 수신되는 신호의 고유공간을 반복적 빔포머를 이용하여 빔 공간으로 변화시켜서 2차원 입사각을 추정하는 기술을 제안한다. 반복적 빔포머는 빔 공간 변환에 따른 잔류 오차 성분을 감소시키며, 따라서 향상된 입사각 추정 성능을 갖는다. 또한 전통적인 기법, MVDR 기법, MUSIC 기법에 비해서 낮은 연산복잡도를 갖는다. 제안된 기법의 성능은 컴퓨터 모의실험을 통해 검증한다.

본 논문의 구성은 다음과 같다. 2장에서는 등간격 원형 어레이의 특징에 대해 기술하고, 제안하는 고유공간 변환 기반 등간격 원형 어레이의 고분해 2차원 입사각 추정 기법에 대해 설명한다. 3장에서는 컴퓨터 모의실험 환경 및 성능 분석 결과에 대해 설명하고, 4장에서 본 논문에 대한 결론을 맺는다.

## II. 본 론

본 장에서는 등간격 원형 어레이의 특징에 대해 설명하고, 제안하는 방안에 대해 분석한다.

### 2.1 등간격 원형 어레이 특징

그림 1은 반지름이  $R$ 인 등간격 원형 어레이의 구조를 보여준다. 등간격 원형 어레이의 각 소자에 수신되는 신호는 비선형적인 위상지연을 갖고 수신된다. 여기에서  $\phi$ 는 입사신호의 방위각(azimuth angle)을 나타내고,  $\theta$ 는 입사신호의 양각(elevation angle)을 나타낸다. 어레이 매니폴드 벡터(array manifold vector)는 어레이의 소자 배치에 따른 입사 신호에 대한 공간 특성을 나타내며, 등간격 원형 어레이의 어레이 매니폴드 벡터는 식 (1)과 같이 나타낼 수 있다<sup>[3-5]</sup>.

$$\mathbf{a}(\theta, \phi) = [e^{-j\kappa^T \mathbf{P}_0}, e^{-j\kappa^T \mathbf{P}_1}, \dots, e^{-j\kappa^T \mathbf{P}_{L-1}}]^T \quad (1)$$

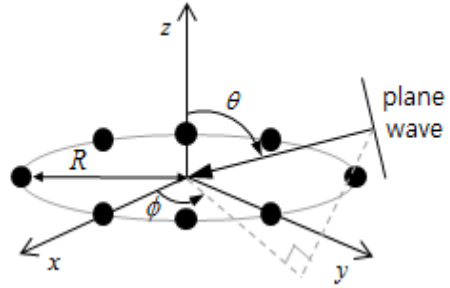


그림 1. 등간격 원형 어레이 구조  
Fig. 1. Structure of uniform circular array

여기에서  $L$ 은 등간격 원형 어레이의 소자 수를 나타내고,  $(\cdot)^T$ 는 행렬 전치(transposition)를 나타낸다.  $\kappa$ 와  $\mathbf{p}$ 은 각각 수신 신호의 파벡터(wavevector)와 등간격 원형 어레이의 소자의 위치 벡터(position vector)를 나타낸다.  $[\theta, \phi]$  방향에서 입사되는 신호에 대한 파벡터는 식 (2)와 같이 주어진다.

$$\kappa = -\frac{2\pi}{\lambda} [\sin\theta\cos\phi, \sin\theta\sin\phi, \cos\theta]^T \quad (2)$$

여기에서  $\lambda$ 는 파장(wavelength)을 나타낸다.  $[R, \varphi_l]$ 에 위치하는  $l$ 번째 소자의 위치벡터는 식(3)과 같다.

$$\mathbf{P}_l = R[\cos\varphi_l, \sin\varphi_l, 0]^T \quad (3)$$

식 (2)와 식 (3)을 이용하여 식 (1)의 어레이 매니폴드 벡터는 식 (4)와 같이 변경하여 나타낼 수 있다.

$$\mathbf{a}(\theta, \phi) = \mathbf{a}(\zeta, \phi) = [e^{j\zeta\cos(\phi-\gamma_0)}, e^{j\zeta\cos(\phi-\gamma_1)}, \dots, e^{j\zeta\cos(\phi-\gamma_{L-1})}]^T \quad (4)$$

여기에서  $\zeta = kR\sin\theta$ 이고,  $\gamma_l = 2\pi l/L$ 이며,  $k = 2\pi/\lambda$ 는 파수(wavenumber)를 나타낸다.

등간격 원형 어레이의 특징을 살펴보기 전에 원형 개구면 안테나(continuous circular aperture antenna)의  $m$ 번째 위상 모드에 대한 원거리장 패턴(far-field pattern)을 정리하면 식 (5)와 같다<sup>[3]</sup>.

$$\begin{aligned} f_m^{continuous} &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} w_m(\gamma) e^{j\zeta\cos(\phi-\gamma)} d\gamma \\ &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} e^{jm\gamma} e^{j\zeta\cos(\phi-\gamma)} d\gamma \\ &= \frac{j^m e^{jm\phi}}{\pi} \int_0^{\pi} \cos(m(\gamma-\phi-\frac{\pi}{2}) - \zeta\sin(\gamma-\phi-\frac{\pi}{2})) d\gamma \\ &= j^m J_m(\zeta) e^{jm\phi} \end{aligned} \quad (5)$$

여기에서  $J_m(\cdot)$ 은  $m$ 차수의 1차 베셀함수를 나타낸다. 식 (5)에서 최고차 모드  $M$ 은 식 (6)과 같이 계산된다.

$$M \approx kR = \frac{2\pi}{\lambda} R \tag{6}$$

식 (5)를 이용하여  $L$ 개의 소자로 이루어진 등간격 원형 어레이에 대한  $m$ 번째 위상 모드에 대한 원거리장 패턴은 식 (7)과 같이 나타낼 수 있다.

$$f_m^{sampled} = \mathbf{w}_m^H \mathbf{a}(\theta, \phi) = \frac{1}{L} \sum_{l=0}^{L-1} e^{jm\gamma_l} e^{j\zeta \cos(\phi - \gamma_l)}$$

$$|m| < M$$

$$= j^m J_m(\zeta) e^{jm\phi}$$

$$+ \sum_{l=0}^{L-1} \{ j^{Lq-m} J_{Lq-m}(\zeta) e^{-j(Lq-m)\phi} + j^{Lq+m} J_{Lq+m}(\zeta) e^{j(Lq+m)\phi} \}$$
(7)

여기에서  $\mathbf{w}_m^H$ 은  $m$ 번째 위상 모드에 대한 빔형성 가중치를 나타내며, 식 (8)과 같이 표현된다.

$$\mathbf{w}_m^H = \frac{1}{N} [e^{jm\gamma_0}, e^{jm\gamma_1}, \dots, e^{jm\gamma_{L-1}}]^T \tag{8}$$

식 (7)의 첫 번째 항은 식 (5)와 동일함을 알 수 있다. 그리고 식 (7)의 두 번째 항은 원형 개구면 안테나를  $L$ 개의 소자로 샘플링하면서 생기는 잔류 성분으로 다음의 조건을 만족하는 경우에 식 (7)의 첫 번째 항에 비해 매우 작은값이 된다.

$$L > 2M \approx 2kR = \frac{4\pi}{\lambda} R \tag{9}$$

따라서 식 (9)의 조건을 만족하는 경우에 등간격 원형 어레이의  $m$ 번째 위상 모드에 대한 원거리장 패턴은 식 (10)과 같이 표현할 수 있다<sup>[3-8]</sup>.

$$f_m^{sampled} = \mathbf{w}_m^H \mathbf{a}(\theta, \phi) \approx j^m J_m(\zeta) e^{jm\phi} \quad \text{for } |m| < M \tag{10}$$

식 (10)으로부터 빔형성을 통해서 등간격 원형 어레이의 원거리장 패턴의 위상은 방위각과 양각에 대해 서로 분리되고, 방위각은 각 위상 모드에 대해서 선형 위상 회전 특성을 갖는 형태로 변환 되는 것을 알 수 있다. 기존의 UCA-ESPRIT은 이러한 변환 특

성을 이용하여 전 입사각에 대한 스펙트럼 탐색 없이 입사각을 추정한다. 하지만 식 (9)를 만족하더라도, 식 (7)에 나타난 잔류 성분으로 인해 입사각 추정 성능이 저하되는 단점을 가지고 있다.

### 2.2 제안하는 방안

등간격 원형 어레이에 수신되는 신호를 빔공간으로 변화시키기 위한 빔포머는 식 (11)과 같이 나타낼 수 있다<sup>[7]</sup>.

$$\mathbf{F}^H = \mathbf{W}^H \mathbf{C}_i \mathbf{V}^H$$

$$= \sqrt{\frac{N}{2M+1}} \begin{bmatrix} \mathbf{v}^H(\alpha_{-M}) \\ \vdots \\ \mathbf{v}^H(\alpha_0) \\ \vdots \\ \mathbf{v}^H(\alpha_M) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} j^{-M} & \dots & 0 \\ & \ddots & \\ \vdots & j^0 & \vdots \\ 0 & \dots & j^M \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{w}_{-M}^H \\ \vdots \\ \mathbf{w}_0^H \\ \vdots \\ \mathbf{w}_M^H \end{bmatrix} \tag{11}$$

여기에서  $\mathbf{v}(\eta) = [e^{-jM\eta}, \dots, e^{j0}, \dots, e^{jM\eta}]^T$ 이고,  $\alpha_m = 2\pi m / (2M+1)$  for  $m \in [-M, M]$ 이다.

등간격 원형 어레이에 수신된 신호는 벡터 형태로 식 (12)와 같이 나타낼 수 있다.

$$\mathbf{y}[s] = \mathbf{A}\mathbf{x}[s] + \mathbf{n}[s] \tag{12}$$

여기에서  $\mathbf{y}[s]$ 는 샘플링된 신호의  $s$ 번째 샘플신호 벡터이고,  $\mathbf{A} = [\mathbf{a}(\theta_0, \phi_0), \mathbf{a}(\theta_1, \phi_1), \dots, \mathbf{a}(\theta_{D-1}, \phi_{D-1})]$ 는  $D$ 개의 입사 신호의 공간 특성을 반영하는 어레이 매니폴드 행렬을 나타낸다.  $\mathbf{x}[s] = [\mathbf{x}_0[s], \mathbf{x}_1[s], \dots, \mathbf{x}_{D-1}[s]]^T$ 는 입사신호를 나타낸다. 각 입사신호는 서로 비상관 신호이고, 입사신호의 공분산 행렬은 양의 정부호(positive definite)하다고 가정한다. 또한 잡음 신호  $\mathbf{n}[s]$ 는 분산이  $\sigma^2$ 이고, 평균이 0인 복소 가산 백색 가우시안 잡음을 가정한다. 이후에는 식의 간소화를 위해서 샘플링 인덱스  $s$ 는 삭제한다.

식 (11)의 빔포머를 이용하여 수신 신호를 빔형성하면 식 (13)과 같이 나타낼 수 있다.

$$\mathbf{Y} = \mathbf{F}^H \mathbf{y} = \mathbf{F}^H \mathbf{A} \mathbf{x} + \mathbf{F}^H \mathbf{n} = \mathbf{B} \mathbf{x} + \mathbf{n}' \tag{13}$$

여기에서  $\mathbf{B}$ 는 빔포머에 의해 변형된 빔공간의 매니폴드 행렬을 나타내며, 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\mathbf{B} = \mathbf{F}^H \mathbf{A}$$

$$= [\mathbf{F}^H \mathbf{a}(\theta_0, \phi_0), \mathbf{F}^H \mathbf{a}(\theta_1, \phi_1), \dots, \mathbf{F}^H \mathbf{a}(\theta_{D-1}, \phi_{D-1})]$$

$$= [\mathbf{b}(\theta_0, \phi_0), \mathbf{b}(\theta_1, \phi_1), \dots, \mathbf{b}(\theta_{D-1}, \phi_{D-1})]$$
(14)

빔포머  $\mathbf{F}$ 는  $\mathbf{F}^H\mathbf{F}=\mathbf{I}$ 의 특성을 갖는다. 따라서 빔포머  $\mathbf{F}$ 로 빔포밍된 잡음 신호  $\mathbf{n}'$ 의 2차 통계 특성은 원 잡음 신호  $\mathbf{n}$ 의 2차 통계 특성과 동일하다.

빔공간 매니폴드 행렬의 각 행은 식 (15)와 같이 변형된다.

$$\begin{aligned} \mathbf{b}(\theta, \phi) &= \mathbf{W}^H \mathbf{C}_d \mathbf{V}^H \mathbf{a}(\theta, \phi) = \sqrt{N} \mathbf{W}^H \mathbf{J}_\zeta \mathbf{v}(\phi) + \boldsymbol{\beta} \\ &\stackrel{\text{eq}(10)}{\approx} \sqrt{N} \mathbf{W}^H \mathbf{J}_\zeta \mathbf{v}(\phi) \\ &= \sqrt{\frac{N}{2M+1}} \begin{bmatrix} e^{jM\alpha_{-M}} \dots 1 \dots e^{-jM\alpha_{-M}} \\ \vdots \\ 1 \dots 1 \dots 1 \\ \vdots \\ e^{jM\alpha_M} \dots 1 \dots e^{-jM\alpha_M} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} J_M(\zeta) & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \vdots & J_0(\zeta) & \vdots \\ 0 & \dots & J_M(\zeta) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e^{-jM\phi} \\ \vdots \\ e^0 \\ \vdots \\ e^{jM\phi} \end{bmatrix} \\ &= \sqrt{\frac{N}{2M+1}} \begin{bmatrix} J_0(\zeta) + 2 \sum_{m=1}^M J_m(\zeta) \cos\left(m\phi + \frac{mM\Omega\pi}{2M+1}\right) \\ \vdots \\ J_0(\zeta) + 2 \sum_{m=1}^M J_m(\zeta) \cos\left(m\phi + \frac{m02\pi}{2M+1}\right) \\ \vdots \\ J_0(\zeta) + 2 \sum_{m=1}^M J_m(\zeta) \cos\left(m\phi - \frac{mM\Omega\pi}{2M+1}\right) \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (15)$$

여기에서  $\boldsymbol{\beta}$ 는 잔류 오차 성분을 나타낸다. 만약 잔류 오차 성분이 없다고 가정하면, 식 (13)으로부터 빔형성된 수신 신호의 공분산 행렬  $\mathbf{R}_y$ 를 구하면 식 (16)과 같다.

$$\mathbf{R}_y = E\{\mathbf{Y}[s]\mathbf{Y}^H[s]\} = \mathbf{B}\mathbf{R}_x\mathbf{B}^H \quad (16)$$

여기에서  $\mathbf{R}_x = E\{\mathbf{x}[s]\mathbf{x}^H[s]\}$ 이다. 공분산 행렬  $\mathbf{R}_y$ 는 실수값만을 가지므로, 고유 분해 시 실수에 대한 고유 분해만 수행하면 된다. 공분산 행렬  $\mathbf{R}_y$ 를 고유 분해하면 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\mathbf{R}_y = \mathbf{E}_y \boldsymbol{\Lambda} \mathbf{E}_y^H \quad (17)$$

여기에서  $\mathbf{E}_y = [\mathbf{E}_{signal} \mathbf{E}_{noise}]$ 는 고유벡터로,  $D$ 개의 가장 큰 고유값에 해당하는 신호 부공간  $\mathbf{E}_{signal}$ 과  $2M-D+1$ 개의 가장 작은 고유값에 해당하는 잡음 부공간  $\mathbf{E}_{noise}$ 으로 분해할 수 있다. 신호 부공간  $\mathbf{E}_{signal}$ 과 잡음 부공간  $\mathbf{E}_{noise}$ 는 서로 직교한다.  $\boldsymbol{\Lambda} = \text{diag}\{\lambda_0, \lambda_1, \dots, \lambda_{2M+1}\}$ 는 대각행렬로 각 대각 성분

은 고유값을 나타내며, 고유값은  $\lambda_0 > \lambda_1 > \dots > \lambda_{2M+1}$ 의 특징을 갖는다.

신호부공간  $\mathbf{E}_{signal}$ 은 각 행벡터간에 선형적 특성을 갖는 고유공간으로 변환하기 위하여 추가의 빔포머  $\mathbf{F}_N$ 으로 변환되며, 빔포머  $\mathbf{F}_N$ 은 식 (18)과 같다.

$$\mathbf{F}_N = \mathbf{C}_N \mathbf{W} = \text{diag}\{(-1)^M, \dots, (-1)^1, 1, \dots, 1\} \mathbf{W} \quad (18)$$

$\mathbf{F}_N$ 으로 빔형성된 신호부공간은 식 (19)와 같은 특징을 갖는다.

$$\bar{\mathbf{E}}_{signal} = \mathbf{F}_N \mathbf{E}_{signal} = \mathbf{C}_N \mathbf{W} \mathbf{B} \mathbf{T} = \bar{\mathbf{A}} \mathbf{T} \quad (19)$$

여기에서  $\mathbf{T}$ 는 비특이 행렬이고,  $\bar{\mathbf{A}}$ 는 새로 변경된 빔공간의 매니폴드 행렬을 나타내며,  $\bar{\mathbf{A}}$ 의 각 열  $\bar{\mathbf{a}}(\theta)$ 는 식 (20)과 같이 나타낼 수 있다.

$$\bar{\mathbf{a}}(\theta, \phi) = \mathbf{F}_N \mathbf{b}(\theta, \phi) = \sqrt{N} \mathbf{C}_N \mathbf{J}_\zeta \mathbf{v}(\phi) = \sqrt{N} \mathbf{J}_\zeta \mathbf{v}(\phi) \quad (20)$$

여기에서  $\mathbf{J}_\zeta = \text{diag}\{J_{-M}(\zeta), \dots, J_0(\zeta), \dots, J_M(\zeta)\}$ 이다. 식 (20)의 매니폴드 행렬은 다음과 같은 특성을 갖는다.

$$\mathbf{Q} \bar{\mathbf{a}}^{middle}(\theta, \phi) = \mu \bar{\mathbf{a}}^{lower}(\theta, \phi) + \mu^* \bar{\mathbf{a}}^{upper}(\theta, \phi) \quad (21)$$

여기에서  $\bar{\mathbf{a}}^{upper}(\theta, \phi)$ ,  $\bar{\mathbf{a}}^{middle}(\theta, \phi)$ ,  $\bar{\mathbf{a}}^{lower}(\theta, \phi)$ 는 크기가  $2M-1$ 인  $\bar{\mathbf{a}}(\theta, \phi)$ 의 상단벡터, 중단벡터, 하단벡터를 나타낸다. 또한  $\mu$ 와  $\mathbf{Q}$ 는 각각 다음과 같다.

$$\mu = \sin\theta e^{j\phi}$$

$$\mathbf{Q} = \frac{\lambda}{\pi R} \text{diag}\{-(M-1), \dots, 0, \dots, M-1\}$$

이러한 특성을 이용하여 식 (19)의 신호부공간은 식 (22)와 같이 나타낼 수 있다.

$$\mathbf{Q} \bar{\mathbf{E}}_{signal}^{middle} = \bar{\mathbf{E}}_{signal}^{upper} \boldsymbol{\Psi} + \mathbf{D} \bar{\mathbf{E}}_{signal}^{lower} \boldsymbol{\Psi} \quad (22)$$

여기에서  $\boldsymbol{\Psi} = \mathbf{T}^{-1} \boldsymbol{\Phi} \mathbf{T} = \mathbf{T}^{-1} \text{diag}\{\mu_1, \dots, \mu_d\} \mathbf{T}$ 이다. 따라서 최소자승기준을 적용하면,  $\boldsymbol{\Psi}$ 는 식 (23)과 같이 계산된다.

$$[\boldsymbol{\Psi}^T, \boldsymbol{\Psi}^H]^T = \left[ \bar{\mathbf{E}}_{signal}^{upper} \mathbf{D} \bar{\mathbf{E}}_{signal}^{lower} \right]^\dagger \mathbf{Q} \bar{\mathbf{E}}_{signal}^{middle} \quad (23)$$

식 (23)의 결과로부터 수신신호의 입사각  $[\theta, \phi]$ 는  $\Psi$ 의 고유값  $\xi_i$ 의 크기와 위상으로부터 계산되며, 식 (24)와 같다<sup>7)</sup>.

$$[\hat{\theta}_d, \hat{\phi}_d] = [\sin^{-1}(\xi_d), \arg(\xi_d)] \quad (24)$$

식 (24)와 같이 추정된 입사각은 식 (15)에 나타난 잔류오차성분  $\beta$ 로 인해 발생하는 입사각 추정 오차를 포함하고 있다. 이로 인해 입사각 추정 성능이 저하된다. 따라서 입사각 추정 성능을 향상시키기 위해서 잔류 오차 성분을 제거해야 한다. 제안하는 방안은 이러한 잔류 오차 성분을 빔포머  $\mathbf{F}$ 와 추정된 입사각  $[\hat{\theta}_d, \hat{\phi}_d]$ 를 이용하여 추정하고, 잔류 오차 성분은 고유공간 변화를 위한 빔포밍 시 제거한다. 식 (25)는 제안하는 방안의  $t$ 번째 반복에서 추정된 입사각  $[\hat{\theta}_d^t, \hat{\phi}_d^t]$ 로부터 추정된 잔류 오차 성분  $\beta$ 를 나타낸다.

$$\beta = \mathbf{F}^H \mathbf{a}(\hat{\theta}^t, \hat{\phi}^t) - \sqrt{N} \mathbf{W}^H \mathbf{J}(\hat{\xi}^t) \mathbf{v}(\hat{\phi}^t) \quad (25)$$

식 (25)로부터 최소자승기준을 적용하여 잔류오차가 제거된 빔포머  $\mathbf{F}^{t+1}$ 을 계산하면 식 (26)과 같다.

$$\mathbf{F}^{t+1} = \mathbf{F} - (\beta \mathbf{a}^{-1}(\hat{\theta}^t, \hat{\phi}^t))^H \quad (26)$$

식 (26)에서 계산된 빔포머로 등간격 원형 어레이의 고유공간을 변형하면 식 (27)과 같다.

$$\mathbf{R}_Y^{t+1} = \mathbf{F}^{t+1} \mathbf{R}_Y (\mathbf{F}^{t+1})^H \quad (27)$$

식 (17)부터 식 (27)의 과정을 추정된 입사각이 수렴할 때까지 반복 수행하여, 잔류 오차 성분을 반복적으로 제거한 입사각 추정 결과를 얻을 수 있다.

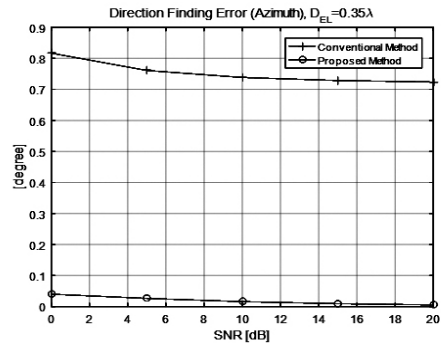
다음은 기존 기법과 제안된 기법의 연산 복잡도를 비교한다. MVDR 기법과 MUSIC 기법은 각각 공분산 행렬에 대한 역행렬 또는 고유분해를 수행해야 하고, 전 입사각에 대한 공간 스펙트럼을 탐색해야하기 때문에 연산 복잡도가 높다. 이에 대한 연산 복잡도는  $O(L^3 N_\phi N_\theta)$ 으로 나타낼 수 있으며,  $N_\phi$ 와  $N_\theta$ 는 각각 방위각과 양각에 대한 공간 탐색 범위의 크기를 나타낸다. UCA-ESPRIT의 주요 연산은 빔형성된 공분산 행렬에 대한 고유분해이며, 이에 대한 연산 복잡도는  $O((2M+1)^3)$ 이다. 제안된 기법은 빔형성된 신호의 공분산 행렬에 대한 고유분해가 주요 연산이며, 추정된 입사각이 수렴할 때까지 반복수행 한다. 따라서 제안

된 기법의 연산 복잡도는  $O((2M+1)^3 T)$ 로 나타낼 수 있고,  $T$ 는 반복 횟수를 나타낸다.

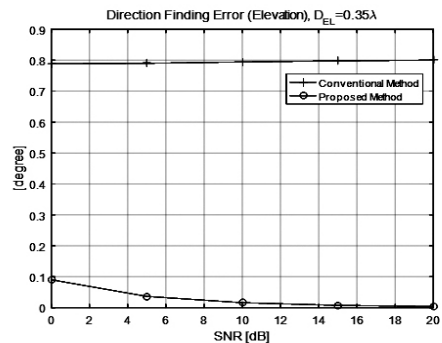
### III. 모의실험

제안하는 기법의 성능검증은 컴퓨터를 이용한 모의 실험을 통해 수행하였다. 배열 안테나의 형태는 그림 1과 같이 등간격 원형 어레이를 가정하였다. 또한 등간격 원형 어레이의 각 소자는 등방성(isotropic)이고, 등간격 원형 어레이에 수신되는 신호는 평면파(plane wave)를 가정한다. 등간격 원형 어레이에 수신되는 신호는 2개이며, 신호 1의 입사각은  $[59^\circ, 113^\circ]$ , 신호 2의 입사각은  $[85^\circ, 75^\circ]$ 로 가정한다. 제안된 기법의 수렴 조건은 이전 추정값과의 차이가  $10^{-4}$  이하로 가정하였다. 또한 초기 입사각은  $[0^\circ, 0^\circ]$ 로 설정하였다.

그림 2는 SNR 변화에 따른 기존 기법(UCA-ESPRIT)과 제안된 기법의 신호 1에 대한 입사각 추정 성능을 비교하여 나타내며, 그림 2(a)와 2(b)는 각각 방위각 추정 성능과 양각 추정 성능을 나타낸



(a) Direction finding error of azimuth



(b) Direction finding error of elevation

그림 2. SNR 변화에 따른 입사각 추정 성능 비교  
Fig. 2. Comparison of direction finding performances in SNR variation

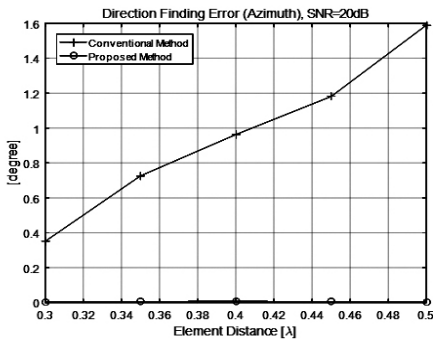
다. 그리고 등간격 원형 어레이의 소자 수는 10개 이고, 식 (9) 조건을 만족하기 위해서 소자간 간격은  $0.35\lambda$ , 최고차 모드  $M$ 은 4로 설정하였다.

그림 2에서 SNR이 20dB인 경우에 방위각 추정 정확도를 비교하면, 기존 기법은 약 0.72도의 추정 정확도를 갖는 반면에 제안된 기법은 약 0.005도의 추정 정확도를 갖는다. 또한 양각 추정 정확도를 비교하면, 기존 기법은 약 0.8도의 추정 정확도를 갖고, 제안된 기법은 0.004도의 추정 정확도를 갖는다. 따라서 제안된 기법은 기존 기법에 비해 향상된 입사각 추정 성능을 갖는 것을 알 수 있다. 또한 제안된 기법은 SNR이 증가하면서 추정 성능이 점차 향상하는 것을 알 수 있다.

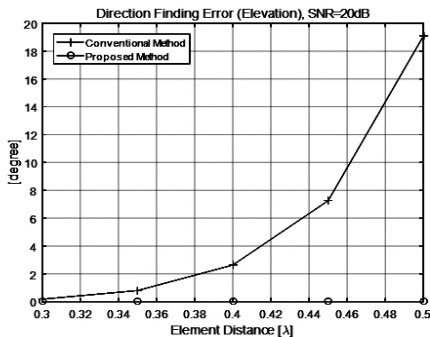
그림 3은 등간격 원형 어레이의 소자간 간격 변화에 따른 입사각 추정 성능을 비교하여 나타내며, 그림 3(a)와 3(b)는 각각 방위각 추정 성능과 양각 추정 성능을 나타낸다. 그리고 등간격 원형 어레이의 소자 수는 10개 이고, SNR은 20dB로 설정하였다. 여기에서 기존 기법은 등간격 원형 어레이의 소자간 간격이 증가하면, 식 (9)의 조건을 만족하기 어려워며, 조건을 만족하더라도 빔공간 변환으로 발생하는 잔류 오차

성분이 크게 발생하기 때문에 입사각 추정 성능이 크게 저하된다. 하지만 제안된 기법은 반복적 빔포머를 적용함으로써 잔류 오차 성분을 제거하기 때문에 입사각 추정 성능의 저하가 거의 발생하지 않음을 알 수 있다.

그림 4는 등간격 원형 어레이의 소자수 변화에 따른 기존 기법과 제안된 기법의 신호 1에 대한 입사각 추정 성능을 비교하여 나타낸다. 그리고 SNR은 20dB이며, 소자간 간격은  $0.35\lambda$ 로 설정하였다. 기존 기법은 소자 수가 짝수 일 때 입사각 추정 성능이 매우 저하되고, 홀수 일 때 입사각 추정 성능이 향상되는 것을 알 수 있다. 이는 기존 기법이 갖는 단점으로써 소자 수가 짝수 일 때 빔공간 변환 시 발생하는 잔류 오차 성분이 미치는 영향이 홀수 일 때에 비해 크기 때문에 발생한다. 하지만 제안된 기법은 반복적 빔포머를 통해서 잔류 오차 성분을 효과적으로 제거하기 때문에 소자 수에 상관없이 기존 기법에 비해 향상된 입사각 추정 성능을 갖는 것을 알 수 있다. 특히 제안된 기법은 소자 수가 짝수 일 때 기존 기법에 비해 성능 향상 폭이 큰 것을 알 수 있다.

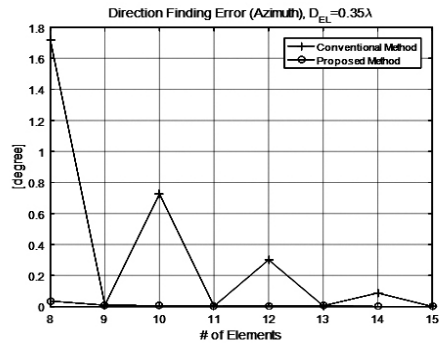


(a) Direction finding error of azimuth

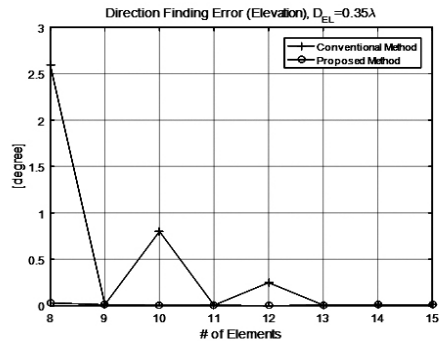


(b) Direction finding error of elevation

그림 3. 소자간격 변화에 따른 입사각 추정 성능 비교  
Fig. 3. Comparison of direction finding performances by increasing element distance



(a) Direction finding error of azimuth



(b) Direction finding error of elevation

그림 4. 소자 수 변화에 따른 입사각 추정 성능 비교  
Fig. 4. Comparison of direction finding performances by increasing the number of elements

그림 5는 등간격 원형 어레이의 소자 수, SNR, 소자간 간격을 변화시켜가며 제안된 기법의 수렴까지 걸린 횟수를 비교하여 나타낸다. 그림 5(a)를 통해서 제안된 기법의 수렴까지 걸린 횟수는 SNR에 따라서 변하지 않고, 6으로 일정한 것을 알 수 있다. 하지만 그림 5(b)에 나타난바와 같이 소자간 간격이 증가할수록 수렴까지 걸린 횟수가 점차 증가하며, 소자간 간격

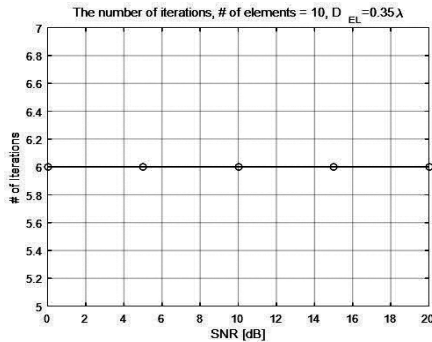
이  $0.5\lambda$ 인 경우 소자간 간격이  $0.3\lambda$ 인 경우에 비해 수렴 횟수가 4배 더 큰 것을 알 수 있다. 그리고 그림 5(c)와 같이 SNR과 소자간 간격이 고정인 경우에 소자 수가 홀수 일 때 수렴횟수가 짝수 일 때의 수렴횟수보다 더 작은 것을 알 수 있다. 소자 수가 홀수이면, 소자 수가 증가하더라도 수렴횟수는 3회로 일정하고, 소자 수가 짝수이면, 소자 수가 증가할수록 수렴횟수가 점차 감소하는 것을 알 수 있다.

#### IV. 결론

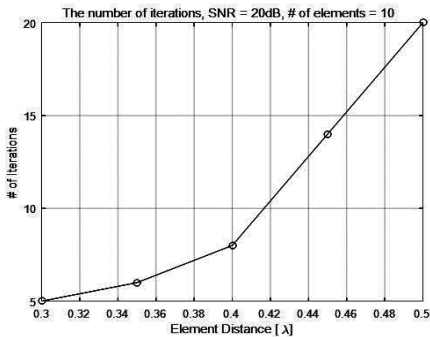
본 논문에서는 등간격 원형 어레이를 위한 고유공간 변환 기반 고분해 2차원 입사각 추정 기법을 제안하였으며, 제안된 기법은 일반적으로 등간격 원형 어레이의 입사각 추정에 사용하는 전통적인 기법, MVDR 기법, MUSIC 기법에 비해 낮은 연산 복잡도를 갖는다. 또한 컴퓨터 모의실험을 통해서 기존 기법인 UCA-ESPRIT에 비해서 향상된 입사각 추정 성능을 갖는 것을 확인하였다. 그리고 제안된 기법은 반복적 빔포머를 적용하여 등간격 원형 어레이의 소자 수 변화에 큰 영향을 받지 않고, 고른 입사각 추정 성능을 갖는 것을 확인하였다.

#### References

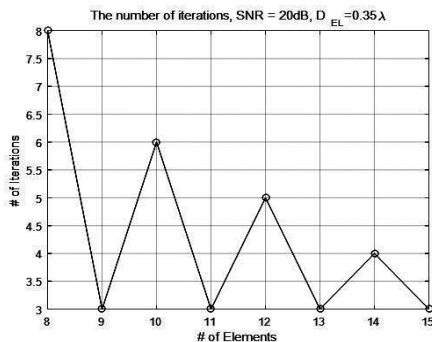
- [1] L. C. Godara, *Smart Antennas*, CRC Press, 2004.
- [2] J. C. Liberti and R. S. Rappaport, *Smart Antennas for Wireless Communications: IS-95 and Third Generation CDMA Applications*, Prentice Hall PTR, 1999.
- [3] H. L. V. Trees, *Optimum Array Processing: Part IV of Detection, Estimation, and Modulation Theory*, Wiley- Interscience, 2002.
- [4] B. R. Jackson, S. Rajan, B. J. Liao, and S. Wang, "Direction of arrival estimation using directive antennas in uniform circular arrays," *IEEE Trans. Ant. and Prop.*, vol. 63, no. 2, pp. 736-747, Feb. 2015.
- [5] Y. H. Ko and Y. S. Cho, "Carrier frequency offset and 2-D AoA estimation method for an OFDM-based mobile relay station with uniform circular array," *J. KICS*, vol. 36, no. 5, pp. 423-431, May 2011.
- [6] R. Roy and T. Kailath, "ESPRIT- Estimation



(a) The number of iterations versus SNR



(b) The number of iterations versus element distance of UCA



(c) The number of iterations versus the number of elements of UCA

그림 5. 제안된 기법의 수렴횟수 비교  
Fig. 5. Comparison of the total number of iterations of proposed method

of signal parameters via rotational invariance techniques,” *IEEE Tran. Acous. Speech and Signal Process.*, vol. 37, no. 7, pp. 984-995, Jul. 1989.

- [7] C. P. Mathews and M. D. Zoltowski, “Eigenstructure techniques for 2-D angle estimation with uniform circular arrays,” *IEEE Tran. Signal Process.*, vol. 42, no. 9, pp. 2395-2407, Sep. 1994.
- [8] F. Belloni and V. Koivunen, “Beam -space transform for UCA: error analysis and bias reduction,” *IEEE Trans. Signal Process.*, vol. 54, no. 8, pp. 3078-3089, Aug. 2006.

**고 요 한 (Yo-han Ko)**



2005년 2월 : 중앙대학교 전자  
전기공학부, 공학사  
2007년 2월 : 중앙대학교 전자  
전기공학부, 공학석사  
2011년 2월 : 중앙대학교 전자  
전기공학부, 공학박사  
2011년 1월~현재 : LIG넥스원,  
수석연구원

<관심분야> MIMO-OFDM 시스템, 항법 시스템, 디지털 신호처리, 능동 배열 안테나

**부 성 춘 (Sung-chun Bu)**



2002년 2월 : 건국대학교 전자  
정보통신공학과, 공학사  
2004년 8월 : 건국대학교 전자  
정보통신공학과, 공학석사  
2005년 8월~2007년 3월 : 도펠  
드 연구원  
2007년 4월~2011년 3월 : 코아  
로직 선임 연구원

2011년 4월~현재 : LIG넥스원 선임연구원  
<관심분야> 광역보강시스템, 위성항법수신기

**이 철 수 (Chul-soo Lee)**



2000년 2월 : 한양대학교 전자  
공학과, 공학사  
2002년 8월 : KAIST 전기및전  
자공학과, 공학석사  
2002년~2007년 : ETRI, 연구원  
2010년 8월 : 충남대학교 전자전  
파정보통신공학과, 공학박사  
2010년 9월~현재 : LIG넥스원,  
수석연구원

<관심분야> 전자공학, 통신공학, 광통신 공학

**김 도 경 (Do-kyoung Kim)**



1996년 2월 : 한국항공대학교  
통신정보공학과, 공학사  
2016년 2월 : 고려대학교 국방  
기술경영, 석사  
2009년 3월~현재 : LIG넥스원,  
수석연구원  
<관심분야> 통신공학, 이동통신