

격자도 단 병합을 통한 M-BCJR 알고리즘의 성능 개선 기법

강 동 훈*, 이 아 립*, 오 왕 록*

Improving the Performance of *M*-BCJR Algorithm by Merging Multiple Trellis Sections

Donghoon Kang*, Arim Lee*, Wangrok Oh*

요 약

BCJR (Bahl, Cocke, Jelinek and Raviv) 알고리즘은 격자도 (trellis) 상에서 정의되는 오류 정정 부호에 대한 MAP (maximum a posteriori) 복호 알고리즘으로 제안되었으며 채널 복호기 뿐만 아니라 ISI (inter-symbol interference) 채널을 위한 등화기에도 사용될 수 있다. 반면 격자도의 상태 (state) 수가 증가함에 따라 BCJR 알고리즘을 구현하는데 필요한 복잡도가 지수적으로 증가하는 문제가 있다. 이러한 높은 구현 복잡도 문제를 개선하기 위하여 M-BCJR 알고리즘이 제안되었으나 BCJR 알고리즘에 비하여 성능 열화가 크게 발생하는 문제가 있다. 본 논문에서는 다수개의 격자도 단 (section)을 병합함으로써 M-BCJR 알고리즘의 성능을 개선할 수 있는 기법을 제안한다. 제안하는 기법은 M-BCJR 알고리즘과 유사한 복잡도를 가지면서 보다 우수한 성능을 제공하는 장점이 있다.

Key Words : BCJR, *M*-BCJR, Trellis, Faster-than-Nyquist

ABSTRACT

BCJR (Bahl, Cocke, Jelinek and Raviv) algorithm is a maximum a posteriori (MAP) decoding algorithm for error correcting codes defined on trellises and it can be used not only in channel decoders but also in channel equalizers. Unfortunately, the required complexity of the BCJR algorithm increases exponentially as the number of states in a trellis increases. To reduced the required complexity for the BCJR algorithm, M-BCJR algorithm was proposed but its performance degradation is significant. In this paper, we propose a scheme to improve the performance of *M*-BCJR algorithm by merging multiple trellis sections. The proposed scheme offers better performances with virtually identical complexity compared to conventional *M*-BCJR algorithm.

I. 서 론

BCJR (Bahl, Cocke, Jelinek and Raviv) 알고리즘은 격자도 (trellis) 상에서 정의되는 오류 정정 부호에

대한 MAP (maximum a posteriori) 복호 알고리즘으로 제안되었으며^[1] 채널 복호기 뿐만 아니라 ISI (inter-symbol interference) 채널을 위한 등화기에도 사용되어 우수한 추정 성능을 나타낸다^[2]. 반면 변조

* 본 연구는 충남대학교 학술연구비에 의해 지원되었음.

• First Author : (ORCID:0000-0001-9293-6532)KEPRI, donghoon@kepcoco.kr

◦ Corresponding Author : (ORCID:0000-0001-8205-5432)Dept. of Information Communications Eng., Chungnam National University, kingrock@cnu.ac.kr, 중신회원

* (ORCID:0000-0002-4773-9860)Dept. of Information Communications Eng., Chungnam National University, arim@cnu.ac.kr, 학생회원
논문번호 : 201810-308-A-RE, Received November 13, 2018; Revised December 10, 2018; Accepted December 10, 2018

차수 (modulation order)를 O , 특정 심볼에 간섭을 미치는 심볼의 개수를 L 이라고 가정할 경우 격자도의 상태 (state) 수가 O^L 개가 되므로 ISI 채널에서 간섭을 미치는 신호의 개수에 따라 BCJR 등화기를 구현하는데 필요한 복잡도가 지수적으로 증가하는 문제가 있다³⁾. BCJR 알고리즘의 복잡도를 감소시키기 위한 여러 연구가 진행 되었으며^{3,4)}, 그 중 M -BCJR 알고리즘은 격자도에서 전체 상태를 고려하는 대신 M 개의 상태만을 고려하여 복잡도를 낮출 수 있는 알고리즘이지만 BCJR 알고리즘에 비하여 성능 열화가 크게 발생하는 문제가 있다.

본 논문에서는 다수개의 격자도 단 (section)을 병합함으로써 M -BCJR 알고리즘의 성능을 개선할 수 있는 기법을 제안한다. 제안하는 기법은 M -BCJR 알고리즘과 유사한 구현 복잡도를 가지면서 보다 우수한 성능을 제공하는 장점이 있다.

본 논문의 구성은 다음과 같다. 본 논문에서 고려하는 시스템 및 제안하는 기법에 대해서 2장에서 소개하고, 3장에서 전산 실험을 이용하여 제안하는 기법의 성능을 확인한 후 4장에서 결론을 맺는다.

II. 제안하는 2차원 FTN 송수신기 구조

본 논문에서 고려하는 시스템 모델은 그림 1과 같다. ISI 채널에서 BCJR 등화기의 성능을 확인하기 위하여 FTN (faster-than-Nyquist) 전송 기법이 적용된 송수신기를 고려하였다⁵⁾. FTN 전송 기법은 나이퀴스트 (Nyquist) 율보다 신호를 빠르게 전송하는 기법으로 필연적으로 ISI가 발생하고 FTN 전송으로 인한 성능 열화를 최소화하기 위해서는 수신기에서 ISI 추정 및 제거가 필수적이다.

이진 입력 신호 \mathbf{u} 는 부호기에 의하여 부호화되어 길이가 N 인 부호어 \mathbf{c} 를 생성한다. 부호어 \mathbf{c} 는 인터리버를 거쳐 식 (1)과 같이 신호 \mathbf{v} 를 생성하며

$$\mathbf{v} = \{v_0, v_1, \dots, v_{N-1}\} = \Pi \{c_0, c_1, \dots, c_{N-1}\}, \quad (1)$$

여기에서 $\Pi \{ \cdot \}$ 은 인터리버이다. 인터리버 출력 신호 \mathbf{v} 는 심볼로 매핑되고 n 번째 변조 심볼 a_n 은 식 (2)와 같이 나타낼 수 있으며

$$a_n = \mu \{v_{mn}, v_{mn+1}, \dots, v_{mn+m-1}\}, \quad (2)$$

$$n = 0, 1, \dots, \frac{N}{m} - 1,$$

여기에서 $\mu \{ \cdot \}$ 는 심볼 매핑 테이블, $m = \log_2 O$, $v_{mn+k} \in \{0, 1\}$ 은 변조 심볼 a_n 에 매핑된 k 번째 비트 값을 나타낸다. 변조 심볼 a_n 은 FTN 변조기를 거쳐 채널을 통해 전송되며 송신 신호 $x(t)$ 는 식 (3)과 같이 나타낼 수 있다.

$$x(t) = \sum_n a_n h(t - n\tau T_s). \quad (3)$$

여기에서 $h(t)$ 는 나이퀴스트 율이 $1/T_s$ 인 RRC (root raised cosine) 필터의 임펄스 응답이며, τ 는 FTN factor이다. FTN factor τ 가 1일 경우 나이퀴스트 율을 만족하는 일반적인 통신시스템이며 τ 가 1보다 작을 경우 FTN 시스템이라 한다. 송신 신호 $x(t)$ 는 가산성 백색 가우시안 잡음 (additive white Gaussian noise, AWGN) 채널을 거쳐 수신되고 수신된 신호는 식 (4)와 같으며

$$y(t) = x(t) + n(t), \quad (4)$$

여기에서 $n(t)$ 는 평균이 0이고 분산 (variance)이 $\sigma^2 = N_0/2$ 인 AWGN이다.

수신신호 $y(t)$ 는 송신 필터에 정합된 RRC 필터를 통과 한 다음 τT_s 마다 샘플링된다. 샘플링된 신호 $\hat{\mathbf{a}}$ 은 BCJR 등화기로 입력되고 BCJR 등화기에서는 \mathbf{v} 에 대한 외부정보 (extrinsic information), $L^e(\mathbf{v})$ 를 계산한다. $L^e(\mathbf{v})$ 는 디인터리버를 거쳐 채널 복호기의 사전정보 (a priori information)로 입력된다. 채널 복호기에서는 \mathbf{c} 에 대한 외부정보 $L^e(\mathbf{c})$ 를 계산하고 $L^e(\mathbf{c})$ 는 인터리버를 거친 후 BCJR 등화기의 사전정보로 입력된다. 이 과정을 반복 복호 횟수만큼 반복 수행한 후 채널 복호기에서는 송신한 정보 비트 \mathbf{u} 를 추정한다.

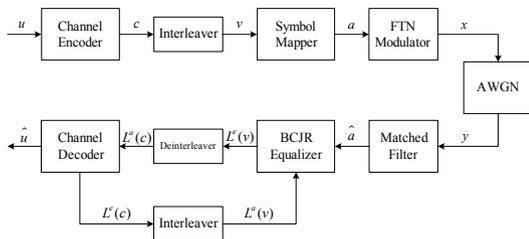


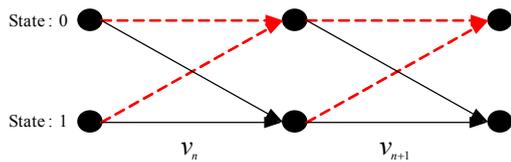
그림 1. 시스템 모델
Fig. 1. System model

본 논문에서는 BCJR 등화기의 격자도에서 다수개의 격자도 단을 하나로 병합하고 M-BCJR 알고리즘을 적용함으로써 성능을 개선하는 기법을 제안한다. 제안하는 기법은 M-BCJR 알고리즘과 유사한 복잡도를 나타내면서 성능을 개선할 수 있다. 그림 2는 일반적인 BCJR 알고리즘과^[1] 제안하는 기법의 격자도를 나타낸 것이다. 그림 2에서는 이진 변조 기법을 사용하고, 상태의 수는 2개 및 병합하고자 하는 격자도 단의 개수 G는 2를 고려한 경우에 대한 격자도를 나타낸 것이며 점선과 실선은 입력 값, \mathbf{v} 가 각각 0과 1인 경우의 격자도 흐름을 나타낸다. 그림 2(a)의 일반적인 BCJR 알고리즘에서는 채귀적으로 순방향(forward) 및 역방향(backward) 메트릭을 계산하며 순방향 메트릭 계산 과정은 식 (5)와 같이 나타낼 수 있다.

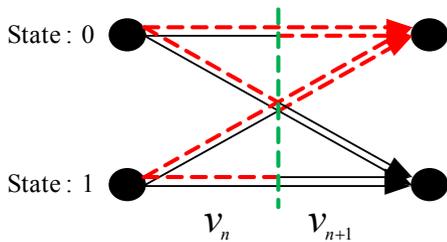
$$\alpha_n = \alpha_{n-1} \gamma_n, \quad (5)$$

여기에서 α_n 는 n번째 순방향 메트릭, γ_n 은 n번째 전이(transition) 메트릭을 나타내고 γ_n 은 n번째 수신 심볼 \hat{a}_n 과 사전 정보 $L^a(\mathbf{v})$ 로 계산된다. 제안하는 기법은 그림 2(b)에서 확인할 수 있듯이 격자도에서 2개의 격자도 단을 하나로 병합한다. 따라서 전이 메트릭이 2개의 입력 값에 의하여 결정되는 특성이 있다. 제안하는 기법의 순방향 메트릭 계산 과정은 식 (6)과 같이 나타낼 수 있으며

$$\alpha_{n+1} = \alpha_{n-1} \gamma'_n, \quad (6)$$



(a) 일반적인 격자도 구조



(b) 제안하는 기법의 격자도 구조

그림 2. BCJR 알고리즘의 격자도 구조
Fig. 2. State transition diagrams of a BCJR algorithm

여기에서 n번째 전이 메트릭 γ'_n 은 n, n+1번째 수신 심볼 \hat{a}_n, \hat{a}_{n+1} 과 사전 정보 $L^a(\mathbf{v})$ 로 계산된다. 그림 2(b)의 제안하는 기법에는 그림 3과 같이 격자도에서 M개의 상태만을 고려하는 M-BCJR 알고리즘 적용이 가능하며 그림 3에서는 M을 1로 설정한 경우의 예이다.

일반적인 M-BCJR 알고리즘의 경우 G개의 격자도 단 구간에서 계산되어야 하는 총 가지 메트릭(branch metric) 개수는 $M \times O \times G$ 로 주어지고 제안하는 기법에 M-BCJR 알고리즘을 적용한 경우에는 $M \times O^G$ 로 주어진다. 따라서 이진 변조 기법을 사용하고 G를 2로 설정할 경우 기존 기법과 제안하는 기법의 가지 메트릭 개수가 동일하므로 기존 기법과 제안하는 기법이 유사한 복잡도를 가질 것을 예상할 수 있다.

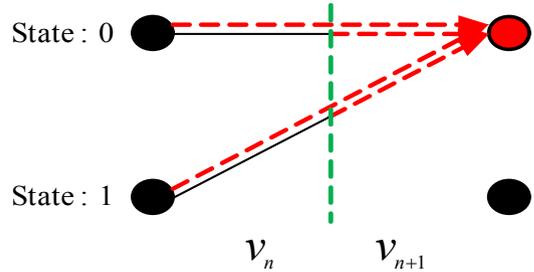


그림 3. 제안하는 기법의 격자도 구조
Fig. 3. Proposed scheme

III. 전산실험

제안하는 기법의 복잡도 및 성능을 확인하기 위하여 전산 실험을 수행하였으며 전산 실험에 사용한 변수는 표 1과 같다.

특정 심볼에 간섭을 미치는 심볼의 개수 L에 따른 제안하는 기법과 기존 기법의 복잡도를 비교한 결과는 그림 4와 같다. BCJR 등화기에서는 log-MAP을 이용하여 메트릭을 계산한 것으로 가정하였으며, G=2로 설정하고 각 기법별로 하나의 심볼당 요구되는 덧셈의 개수를 비교하였다. 그림 4에서 확인할 수 있는 바와 같이 일반적인 BCJR 알고리즘은 L이 증가함에 따라 복잡도가 지수적으로 증가하는 것을 확인할 수 있으며, M-BCJR 알고리즘과 제안하는 기법은 유사한 복잡도를 갖는 것을 확인할 수 있다.

제안하는 기법의 비트오율(bit error rate) 성능을 확인하기 위하여 전산 실험을 수행하였으며 그 결과

표 1. 전산 실험 변수
Table 1. Simulation parameters

Channel Coding Scheme	LDPC Code (DVB-T2) ^[6]
Code Rate	2/3
Coded Frame Size (N)	64800
Iteration number	50
Decoding Algorithm	Sum-product algorithm
Modulation	BPSK
Roll-off Factor (α)	0.25
FTN Factor	0.8
M	4

는 그림 5와 같다. 그림 4에서 복잡도 계산시 사용한 시스템 모델 및 변수를 동일하게 적용하여 전산실험을 수행하였으며 그림 5는 제안하는 기법의 비트오율 성능을 나타낸 것으로 그림 5에서 확인할 수 있는 바와 같이 제안하는 기법이 기존에 제안된 M -BCJR 알고리즘보다 0.05 dB 더 우수한 성능을 나타내는 것을

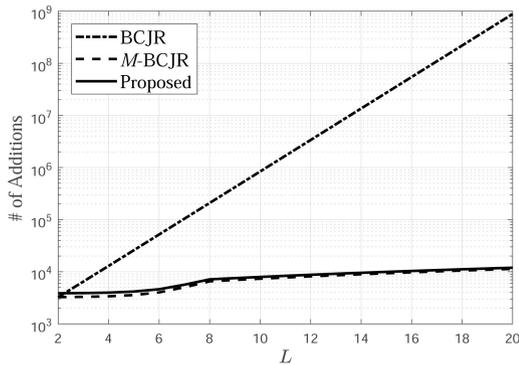


그림 4. 제안하는 기법의 복잡도
Fig. 4. Computational complex of the proposed scheme

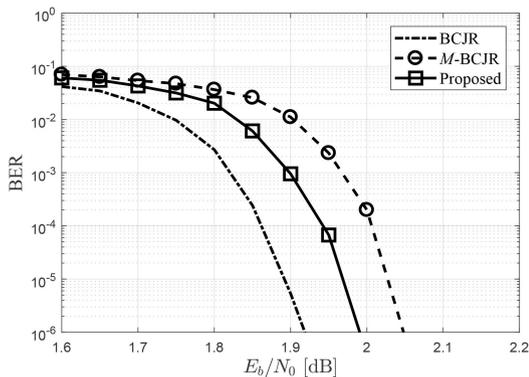


그림 5. 제안하는 기법의 비트오율 성능
Fig. 5. BER performance of the proposed scheme

확인할 수 있다.

IV. 결론

본 논문에서는 BCJR 알고리즘의 복잡도를 낮추기 위하여 제안된 M -BCJR 알고리즘의 성능을 개선하는 기법을 제안하였다. M -BCJR 알고리즘의 경우 매 격자도 단마다 전체 상태 중 개만을 선택하는 방법으로 복잡도를 낮출 수 있으나 이로 인하여 성능 열화가 발생한다. 이를 개선하기 위하여 다수개의 격자도 단에서 한번만 개의 상태를 고를 수 있도록 다수개의 격자도 단을 병합하는 기법을 제안하였다. 제안하는 기법은 BCJR 기법의 격자도에서 다수개의 격자도 단을 하나로 병합하고 M -BCJR을 적용하는 기법이다. 제안하는 기법은 기존의 M -BCJR과 유사한 복잡도를 가지면서 보다 우수한 비트오율 성능을 제공하는 장점이 있다.

References

- [1] L. R. Bahl, J. Cocke, F. Jeinek, J. Raviv, "Optimal decoding of linear codes for minimizing symbol rate," *IEEE Trans. Inform. Theory*, vol. IT-20, pp. 284 - 287, Mar. 1974.
- [2] M. J. Gertsman and J. H. Lodge, "Symbol-by-symbol MAP demodulation of CPM and PSK signals on Rayleigh flat fading channels," *IEEE Trans. Commun.*, vol. 45, pp. 788-799, Jul. 1997.
- [3] M. Sikora and D. J. Costello, "A new SISO algorithm with application to turbo equalization," in *Proc. 2005 IEEE Int. Symp. Inform. Theory*, pp. 2031-2035, 2005.
- [4] V. Franz and J. B. Anderson, "Concatenated decoding with reduced-search BCJR algorithm," *IEEE J. Select. Areas Commun.*, vol. 16, no. 2, pp. 186-195, Feb. 1998.
- [5] J. E. Mazo, "Faster-than-Nyquist signaling," *Bell Syst. Tech. J.*, vol. 54, no. 8, pp. 1451-1462, Oct. 1975.
- [6] ETSI, *Digital video broadcasting (DVB): EN 302 755 V1.2.1*, Oct. 2010.

강 동 훈 (Donghoon Kang)



2009년 2월 : 충남대학교 전기
정보통신공학부 학사

2015년 8월 : 충남대학교 정보
통신공학과 석박사통합과정
박사

2015년 9월~2018년 6월 : 충남
대학교 국방산업융합ICT인
력양성사업단 박사후과정

2018년 6월~현재 : 한국전력공사 전력연구원 연구원
<관심분야> 오류정정부호, 디지털 통신

오 왕 록 (Wangrok Oh)



1994년 2월 : 포항공과대학교 학사

1997년 2월 : 포항공과대학교 석사

2003년 8월 : 포항공과대학교 박사

1997년~2000년 : 포항공과대학
교 정보통신연구소 전임연구원

2003년~2006년 : 포항공과대학
교 정보통신연구소 전임연구원

2006년~2010년 : 충남대학교 정보통신공학과 조교수

2010년~2015년 : 충남대학교 정보통신공학과 부교수

2015년~현재 : 충남대학교 정보통신공학과 교수

<관심분야> 통신시스템 설계 및 구현, 오류정정부
호, MIMO 시스템

이 아 립 (Arim Lee)



2017년 2월 : 충남대학교 정보
통신공학과 학사

2017년 3월~현재 : 충남대학교
전파정보통신공학과 석사과
정

<관심분야> 통신시스템 설계
및 구현, 오류정정부호