

# Beamspace MUSIC 알고리즘과 Time Modulated Arrays를 결합한 도래각 추정

노혜민\*, 김호재\*, 김형남<sup>o</sup>

## DOA Estimation of Combining Time Modulated Arrays with Beamspace MUSIC Algorithm

Hea-Min Noh\*, Ho Jae Kim\*, Hyoung-Nam Kim<sup>o</sup>

### 요약

입사 신호의 도래각 추정 기술은 통신 분야에서뿐만 아니라 다양한 분야에서 활발히 연구되고 있다. 다수의 협대역 신호에 대한 도래각 추정 기술 중에서 MUSIC (Multiple Signal Classification) 알고리즘은 근접한 신호의 도래각 추정 성능이 뛰어난 고해상도 기법으로 가장 널리 사용되고 있다. MUSIC 알고리즘은 잡음 부공간이 신호의 입사각에 대한 정보를 담고 있는 조향 벡터와 직교한다는 사실을 이용하는데, 이를 위하여 배열 안테나에서 획득한 수신 신호의 공분산 행렬을 고유치 분해하여 수신 신호를 신호 부공간과 잡음 부공간으로 분리하여 도래각을 추정한다. 하지만 이러한 방법은 많은 연산량이 요구되고, 수신기의 고비용 및 대형화 문제가 발생한다. 이러한 문제를 해결하기 위하여 본 논문에서는 배열 안테나의 수신 신호를 우선 공간 필터링하여 수신 신호의 형태를 간소화할 수 있는 beamspace MUSIC과 단일 RF chain 사용으로 수신기의 구현이 유연한 Time Modulated Arrays 기술을 결합함으로써 소프트웨어와 하드웨어를 모두 경량화한 도래각 추정 장치를 설계할 방안을 제시한다.

**Key Words** : Linear antenna arrays, DOA, Beamspace MUSIC, TMA

### ABSTRACT

DOA estimation technique has been actively studied in various areas including communications technology. Especially a MUSIC (Multiple Signal Classification) algorithm has high resolution and has been most widely used. The MUSIC algorithm takes eigenvalue decomposition on covariance matrix of a received signal from antenna arrays and then separates the received signal into the signal subspace and the noise subspace. DOAs are estimated by using the fact that the noise subspace is orthogonal to the steering vector. However, the MUSIC algorithm has high computational complexity and thus is difficult to be installed in the receiver. In this paper, a simplified DOA estimation method combining a beamspace MUSIC with TMA (Time Modulated Arrays) is presented. The proposed method reduces computational complexity with the use of a beamspace MUSIC and also can save equipment cost by using only a single RF chain in TMA.

\* 2018년도 과학기술정보통신부의 재원으로 한국연구재단의 지원을 받아 수행된 연구임(No.2017RID1A1B04035230)

\* 본 논문은 BK21 플러스, IT 기반 융합산업 창의인력양성사업단에 의하여 지원되었음

• First Author : Department of Electrical and Computer Engineering, Pusan National University, nohmin06@pusan.ac.kr, 학생(석사) 학생회원

<sup>o</sup> Corresponding Author : Department of Electronics Engineering, Pusan National University, hnkim@pusan.ac.kr, 정교수, 종신회원

\* Department of Electrical and Computer Engineering, Pusan National University, kkhjj007@pusan.ac.kr, 학생(박사), 학생회원

논문번호 : 201911-305-A-RN, Received November 20, 2019; Revised February 1, 2020; Accepted February 11, 2020

## 1. 서 론

입사 신호의 도래각 (direction-of-arrival) 추정 기술은 배열 신호처리 분야 중 하나로, 신호원의 위치 탐지를 위한 소나 및 레이더 등의 국방 분야, 공간 분할 다중 액세스 (spatial division multiple access, SDMA)를 위한 스마트 안테나 및 이동 통신 분야 등 다양한 분야에서 연구되고 있다. 특히 이동 통신 분야에서 스마트 안테나 기술을 탑재한 5G의 상용화가 시작됨에 따라 빔형성 (beamforming) 기술 및 안테나 기술뿐만 아니라 5G 기지 구축을 위한 장비 소형화 및 경량화 기술 개발 등이 진행되고 있다.

다수의 협대역 신호 도래각 추정 알고리즘은 크게 공간 스펙트럼 기반 알고리즘과 파라미터 기반 알고리즘으로 분류된다. 공간 스펙트럼 기반 알고리즘은 다시 빔포밍 기법과 부공간 (subspace) 스펙트럼 기법으로 나뉜다. 부공간 스펙트럼 기반 기법은 수신 신호의 공간 공분산 행렬 (spatial covariance matrix)의 고유벡터 (eigenvector)가 신호 및 잡음 부공간으로 분리될 경우, 잡음 부공간의 고유벡터가 신호원의 입사각에 대한 정보를 가지는 조향 벡터 (steering vector)와 직교한다는 사실을 이용한다. 부공간 기반 도래각 추정 기법은 공간 해상도가 높고 우수한 추정 성능을 보여 가장 널리 사용되고 있으며, 대표적인 알고리즘으로는 MinNorm<sup>[1]</sup>, MUSIC (Multiple Signal Classification)<sup>[2]</sup>, beam-space MUSIC<sup>[3-5]</sup>, ESPRIT (estimation of signal parameters via rotational invariance techniques)<sup>[6,7]</sup>이 있다. 이러한 부공간 스펙트럼 기반 도래각 추정 기법은 높은 SNR (signal-to-noise ratio) 환경에서 충분한 샘플을 확보하였을 때 우수한 추정 성능을 보이지만, 특정 SNR 이하의 환경과 적은 샘플 개수를 가질 때 추정 성능은 현저히 떨어진다는 한계가 존재한다. 또한, 다중 경로 (multipath) 환경에서 발생할 수 있는 다수의 상관 (coherent) 신호가 배열 안테나로 입사하는 경우 도래각 추정 성능이 급격하게 저하된다. 이러한 환경에서 공간 해상도 성능을 향상하거나<sup>[8]</sup> 상관 신호에 적용할 수 있는 beam-space MUSIC 알고리즘에 관한 연구가 진행되었다<sup>[9,10]</sup>.

부공간 스펙트럼 기반 알고리즘 중 MUSIC 알고리즘은 배열 안테나의 수신 신호를 그대로 사용하여 공간 공분산 행렬을 구한다. 그에 비해 본 논문에서 다루고자 하는 beam-space MUSIC은 배열 안테나의 수신 신호를 우선 공간 필터링 (spatial filtering)한 후, 공간 공분산 행렬을 적용한다. 여기서 공간 필터링이

란 서로 다른 지향각을 가지는 여러 개의 빔을 통하여 신호를 획득하는 과정을 의미한다. 공간 필터링의 출력 신호 행렬의 크기는 배열 안테나에서의 수신 신호 행렬의 차수보다 낮아져 데이터양과 연산량이 감소하는 장점이 있다. Beam-space MUSIC은 빔 개수와 각 안테나의 가중치 (weight) 설정에 의해 성능이 좌우되며, 설정값에 따라 인접하게 위치한 여러 개의 신호 도래각을 효율적으로 추정하기도 하며<sup>[11]</sup>, MUSIC 알고리즘보다 적은 연산량으로 우수한 성능을 보일 수 있다<sup>[12,13]</sup>.

배열 안테나 기반 빔형성 기술은 그림 1과 같이 위상천이기 (phase shifter)를 사용하는 아날로그 빔형성을 수행하거나 신호를 RF (radio frequency)에서 기저대역으로 변환한 후에 신호처리를 수행하는 디지털 빔형성 기법을 이용한다. 하지만 이러한 빔형성 방법은 안테나마다 회로를 구성해야 하므로 큰 비용이 요구되고, 대형화가 이루어짐에 따라 수신기의 구현이 복잡해지는 문제점이 발생한다. 이러한 문제점을 해결하기 위해 RF 스위치를 사용하여 안테나를 제어하는 time modulated arrays (TMA) 기술을 활용할 수 있다. TMA는 단일 RF chain 사용으로 송신기의 구조가 간단하여 저렴한 비용으로 구현할 수 있고, 측대역이 낮은 장점으로 인해 스위칭 패턴 및 안테나 구조 등에서 다양한 연구가 진행되고 있다<sup>[14,15]</sup>. TMA는 그림 2와 같이  $N$ 개의 안테나가 일정한 간격으로 선형배열을 이루고 있는 상황에서 각각의 안테나를 RF 스위치로 제어하며, RF 스위치를 주기적으로 켜고 끄는 동작을 반복하여 빔형성 기술을 수행한다. 특히, TMA의 가중치는 기본 안테나 배열의 가중치와 달리 주기적인 시간 함수로 나타난다. 이렇게 기본 안테나 배열에 시간이라는 차원이 추가되어 TMA를 “four-dimensional antenna”라고도 부른다. 또한, TMA 수신단에서는 RF 스위치가 배열 안테나에 대해 정해진 스위칭 패턴에 따라 순차적으로 신호를 받아

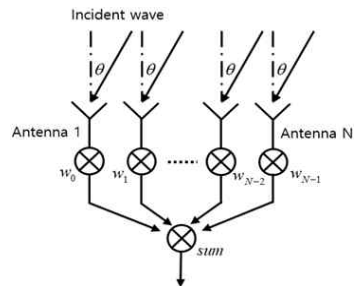


그림 1. 기본 선형배열 안테나 구조  
Fig. 1. Basis structure of linear antenna arrays.

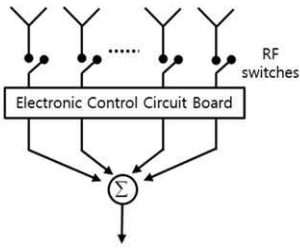


그림 2. 선형배열 TMA 안테나 구조  
Fig. 2. Basic structure of linear TMA.

오기 때문에 수신 신호 모델이 1차원 벡터 형태라는 특징을 가진다. 본 논문에서는 beam-space MUSIC 알고리즘과 TMA 기술을 결합하여 경량화된 도래각 추정 기법을 제안한다. Beam-space MUSIC 알고리즘은 공간 필터링을 통해 데이터양과 연산량을 줄일 수 있지만, 여전히 다수의 RF chain을 사용하므로 효과적인 하드웨어적 경량화를 이룰 수 없다. 하지만 beam-space MUSIC의 출력신호 행렬에 TMA 기술을 적용하면 해당 행렬을 1차원 벡터로 출력하여 단일 RF chain만으로 신호처리가 가능하므로 효과적으로 하드웨어를 경량화할 수 있다. 또한, TMA 측면에서 공간 필터링을 먼저 적용하여 신호 행렬의 차원을 낮추게 되면 RF 스위치의 스위칭 속도 성능에 대한 부담을 줄일 수 있다. 따라서 제안하는 방법은 두 기술의 장점을 모두 활용하여 소프트웨어적, 하드웨어적 경량화를 동시에 이룬다.

본 논문의 구성은 다음과 같다. 2장에서는 배경이 되는 기술인 beam-space MUSIC과 TMA에 대해 간략히 소개하고 각각의 출력신호 모델을 살펴본다. 3장에서는 beam-space MUSIC과 TMA를 결합한 시스템을 제안하고, 4장에서 모의실험을 통해 제안한 시스템의 성능을 분석한다. 5장에서는 본 논문의 결론을 맺는다.

## II. 배경 기술 개요

### 2.1 Beam-space MUSIC

본 절에서는 선형배열안테나 수신 신호 모델에서 beam-space MUSIC의 출력신호 모델과 공간 스펙트럼을 유도하여 beam-space MUSIC의 원리와 이점에 대해 MUSIC과 비교하여 기술한다.

#### 2.1.1 수신 신호 모델

수신 신호 모델은 크게 비상관 신호 모델과 상관 신호 모델로 분류된다. 비상관 신호 모델은 원신호 사

이에 상관관계 (correlation)가 없는 경우를 뜻하며 본 절에서는 균일 선형배열안테나 (uniform linear array, ULA)를 사용한 비상관 신호의 수식적 모델을 다룬다.

$D$ 개의 상관관계가 없는 협대역 (narrow band) 신호  $s_i(t)$  ( $i = 1, 2, \dots, D$ )가 각각  $\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_D$ 의 방향으로 반송파 주파수 (carrier frequency)  $f_c$ 로 변조되어 균일 선형배열안테나에 입사한다고 가정한다. 첫 번째 안테나를 기준으로  $k$ 번째 안테나의 수신 신호를  $x_k(t)$ , 잡음을  $n_k(t)$ 로 정의하여 모든 안테나에서의 수신 신호를 벡터로 나타내면 식 (1)과 같다<sup>2)</sup>.

$$\begin{aligned} \mathbf{x}(t) &= [x_1(t), x_2(t), \dots, x_k(t)]^T \\ &= [\mathbf{a}(\theta_1), \mathbf{a}(\theta_2), \dots, \mathbf{a}(\theta_D)] \begin{bmatrix} s_1(t) \\ s_2(t) \\ \vdots \\ s_D(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} n_1(t) \\ n_2(t) \\ \vdots \\ n_k(t) \end{bmatrix} \quad (1) \\ &= \mathbf{A}(\Theta)\mathbf{s}(t) + \mathbf{n}(t). \end{aligned}$$

이때,  $\mathbf{a}(\theta_i)$ 는 조향 벡터(steering vector)로 안테나 배열에서 발생하는 위상차를 의미하며, 입사각  $\theta_i$ 와 안테나 사이 거리  $d$ 에 의해 식 (2)로 정의된다.

$$\mathbf{a}(\theta_i) = [1, e^{-j\frac{2\pi d}{\lambda}\sin\theta_i}, \dots, e^{-j\frac{2\pi d}{\lambda}(L-1)\sin\theta_i}]^T. \quad (2)$$

여기서 파장  $\lambda$ 는  $c/f_c$ 로  $c$ 는 전파속도를 의미한다. 이렇게 다수의 원신호가 가지는 각각의 조향 벡터를 열로 가지는 행렬을 조향 벡터 행렬  $\mathbf{A}(\Theta)$ 라 한다.

#### 2.1.2 출력신호 모델

안테나 개수를  $N$ 개, 획득한 샘플의 개수를  $K$ 개라고 할 때 선형배열안테나의 수신 신호 모델  $\mathbf{x}(n)$ 은  $N \times K$  크기를 가진다. 이때,  $N$ 보다 작은 임의의 개수  $N_b$ 에 대해 임의의 방향으로 빔형성을 수행하여 신호를 수신하면 beam-space MUSIC의 출력신호 모델  $\mathbf{y}_{bs}(n)$ 이 식 (3)과 같이 유도되며<sup>3)</sup>,  $N_b \times K$ 의 크기를 가져 신호처리 과정의 계산 복잡도를 줄인다. 그림 3에 출력신호 모델을 획득하는 과정을 도시하였다.

$$\mathbf{y}_{bs}(n) = \mathbf{B}_{bs}^H \mathbf{x}(n) \quad (3)$$

여기서  $\mathbf{B}_{bs} = [\mathbf{w}_1, \mathbf{w}_2, \dots, \mathbf{w}_{N_b}]$ 는  $N \times N_b$  크기의 가중치 행렬로 각 열벡터는 식 (4)로 나타낼 수 있고, 이는 방향  $\theta_l$ 로 지향하는 빔을 형성하는 것을 의미한다.

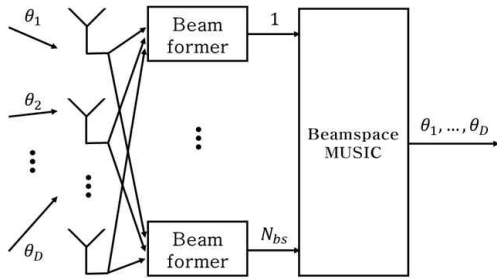


그림 3. Beamspace MUSIC 알고리즘 구조  
Fig. 3. Algorithmic structure of beamspace MUSIC.

$$\mathbf{w}_l = \frac{1}{N} \mathbf{a}(\theta_l), \quad (l = 1, 2, \dots, N_b) \quad (4)$$

2.1.3 공간 스펙트럼

본 절에서는 도래각 추정을 위해 선형배열안테나 수신 신호의 공분산 행렬로부터 공간 스펙트럼을 도출하는 과정을 설명한다. 원신호의 공분산 행렬을  $\mathbf{R}_s = E[\mathbf{s}(n)\mathbf{s}^H(n)]$ , 잡음의 분산을  $\sigma_n^2$ 이라 할 때, 공분산 행렬식을  $K$ 개의 샘플로 나타내면 아래와 같다.

$$\mathbf{R}_x = \frac{1}{K} \sum_{n=1}^K \mathbf{x}(n)\mathbf{x}^H(n) = \mathbf{A}\mathbf{R}_s\mathbf{A}^H + \sigma_n^2\mathbf{I}_N \quad (5)$$

여기서 MUSIC 알고리즘은  $N \times K$  크기의  $\mathbf{x}(n)$ 에 대하여 계산 복잡도  $O(N^2K)$ 의 연산을 수행하여 최종적으로  $N \times N$  크기의 공분산 행렬을 획득한다.

입사하는 신호의 수  $D$ 를 안다고 가정할 경우 공분산 행렬에 고유치 분해를 적용하면  $\mathbf{R}_x = \mathbf{U}\mathbf{A}\mathbf{U}^H$ 와 같이 고유값  $\mathbf{A}$ 와 고유벡터 행렬  $\mathbf{U}$ 로 분해할 수 있다. 이때, 고유벡터를 행으로 하는  $\mathbf{U} = [\mathbf{u}_1, \mathbf{u}_2, \dots, \mathbf{u}_N]$ 는 고유값을 기준으로 내림차순 정렬한다. 정렬된 고유벡터는 신호 부공간  $\mathbf{U}_{SS} = [\mathbf{u}_1, \mathbf{u}_2, \dots, \mathbf{u}_D]$ 과 잡음 부공간  $\mathbf{U}_{NN} = [\mathbf{u}_{D+1}, \mathbf{u}_{D+2}, \dots, \mathbf{u}_N]$ 으로 분리할 수 있다. 이때, 공분산 행렬이 에르미트 행렬 (Hermitian matrix)이고 고유벡터가 직교 (orthogonal)하므로 신호 부공간은 잡음 부공간 벡터와 직교하는 특성을 가진다. 결과적으로 신호 부공간에 신호의 조향벡터가 포함되어 잡음 부공간은 조향벡터와 직교하게 된다. MUSIC 알고리즘은 이러한 성질을 이용하여 공간 스펙트럼을 식 (6)과 같이 나타낸다. 공간 스펙트럼의 첨두치(peak)를 검출하여 입사 신호의 도래각을 추정한다.

$$P(\theta) = \frac{1}{|\mathbf{a}^H(\theta)\mathbf{U}_{NN}|^2} \quad (6)$$

마찬가지로 beamspace MUSIC의 공분산 행렬을 원신호 및 조향 벡터 행렬로 나타내면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \mathbf{R}_y &= \frac{1}{K} \sum_{n=1}^K \mathbf{y}_{bs}(n)\mathbf{y}_{bs}^H(n) \\ &= \mathbf{B}_{bs}^H \mathbf{R}_x \mathbf{B}_{bs} = \mathbf{B}_{bs}^H \mathbf{A} \mathbf{R}_s \mathbf{A}^H \mathbf{B}_{bs} + \sigma_n^2 \mathbf{I}_{N_b} \end{aligned} \quad (7)$$

MUSIC과 비교하여 beamspace MUSIC에서 공분산 행렬의 연산량은  $O(N_b^2 K)$ 로, 공분산 행렬의 크기는  $N_b \times N_b$ 로 크게 감소하는 효과를 얻을 수 있다. 이를 고유치 분해하여 잡음 부공간을  $\mathbf{U}_{bs,NN} = [\mathbf{u}_{D+1}, \mathbf{u}_{D+2}, \dots, \mathbf{u}_{N_b}]$ 라 하면 beamspace MUSIC의 공간 스펙트럼에 대한 식은 아래와 같이 나타낼 수 있다.

$$P_{bs}(\theta) = \frac{1}{|\mathbf{a}^H(\theta)\mathbf{B}_{bs}\mathbf{U}_{bs,NN}|^2} \quad (8)$$

식 (8)을 살펴보면 MUSIC 알고리즘의 공간 스펙트럼 식 (6)에  $\mathbf{B}_{bs}$ 의 곱 연산이 추가됨을 볼 수 있다. 하지만 연산량은  $O(NN_b)$ 로서 공분산 행렬의 연산량보다 매우 적으므로 전체적인 연산량에는 거의 영향을 미치지 않는다.

Beamspace MUSIC은 빔형성 기술을 이용해서 사용자가 원하는 방향으로 공간 필터링하여 신호를 획득한다. 획득한 출력신호의 모델은 형성하는 빔의 개수에 의해 행렬 크기가 MUSIC보다 축소되어 공간 스펙트럼을 도출하는 과정 또한 연산 복잡도가 감소한다. 특히, 사용자의 목적에 따라 빔의 개수, 빔의 지향각을 임의로 설정할 수 있어 효율적인 도래각 추정이 가능하다.

2.2 TMA MUSIC

TMA에서도 beamspace MUSIC과 마찬가지로 빔을 형성하여 신호를 수신한다. 하지만 위상천이기가 디지털 기법이 아닌 RF 스위치를 제어함으로써 빔을 형성한다는 큰 차이가 있다. RF 스위치의 시간상으로 주기적인 동작이 위상천이기 대신 각 안테나에서의 가중치 역할을 하여 빔을 형성한다. 도래각 추정을 목적으로 할 경우 주기  $T_p$ 를 가지는 RF 스위치가  $N$ 개의 안테나에 대해 순차적으로 하나씩  $\Delta\tau = T_p/N$  시

간 동안 켜지고, 한 주기의 나머지 시간 동안 꺼지는 동작을 반복하여 수행한다. 그림 4에 8개의 안테나를 사용할 경우 한 주기 동안의 스위치 동작을 도시하였다. TMA의 가중치는 주기적인 시간 함수이므로 푸리에 급수에 의해 가중치를 기본 주파수와 하모닉 주파수의 합으로 나타낼 수 있는데, 이때 유한한 하모닉 주파수에서 서로 다른 지향각을 가지는 빔을 형성하고, 지향각은 안테나 개수  $N$ 에 의해 결정된다<sup>[16]</sup>. 그림 4의 동작을 가지는 TMA에서 형성되는 빔 패턴의 일부를 그림 5에 도시하였다. 본 절에서는 TMA로 수신한 신호의 출력신호 모델을 기술하고 MUSIC 알고리즘에 적용한다.

2.2.1 출력신호 모델

일반 선형배열안테나의 수신 신호 모델은 식 (1)과 같이 안테나 개수만큼 1차원 벡터가 확장된 행렬로 나타낸다. 하지만 TMA에서는 시간 순차적으로 각 안테나에서 신호를 획득하기 때문에 출력신호 모델은 시간에 대한 1차원 벡터가 된다. 또한, TMA에서의 수신 신호는 여러 하모닉 주파수 성분들의 합으로 나

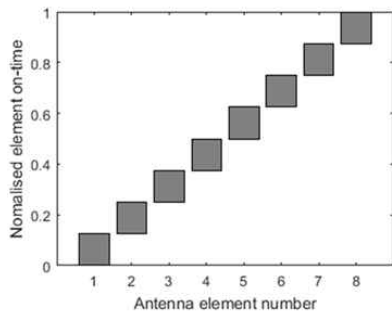


그림 4. N개의 안테나 선형배열 수신 단의 TMA 스위치 동작  
Fig. 4. Switching sequence of 8-element linear TMA.

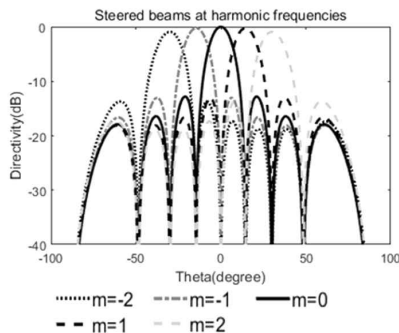


그림 5. 그림 4의 스위치 동작으로 형성된 빔 패턴  
Fig. 5. Beam pattern produced by the switching pattern of Fig. 4.

타난다. 따라서 TMA의 출력신호를 MUSIC 알고리즘에 적용하기 위해서는 각 하모닉 성분을 분리하는 과정이 필요하다<sup>[14]</sup>. 본 절에서는 앞서 설명한 TMA 기법으로 공간 필터링하여 수신한 신호 모델에서 TMA의 출력신호 모델을 도출하고, MUSIC 도래각 추정 기법에 적용하여 그 결과를 분석한다.

선형배열안테나에서 TMA의 수신 신호 모델을 푸리에 계수를 이용하여 각  $m$  차수 하모닉 주파수 성분들로 나타내면 식 (9)와 같다<sup>[14]</sup>.

$$x_{tma,m}(t) = \sum_{i=1}^D \sum_{k=1}^N b_{m,k} \cdot \left[ s_i(t) e^{jm\omega_p t} e^{j(k-1) \frac{d}{\lambda} \sin\theta_i} + n_k(t) \right]. \tag{9}$$

여기서  $w_p = 2\pi/T_p$ 이고, 푸리에 계수  $b_{m,k}$ 는 다음과 같다.

$$b_{m,k} = \frac{1}{T_p} \int_{(k-1)T_p/N}^{kT_p/N} w_k(t) e^{-jm\omega_p t} dt = \frac{\sin(\pi m \frac{1}{N})}{\pi m} e^{-j\pi m \frac{1}{N}(2k-1)}. \tag{10}$$

여기서  $w_k(t)$ 는 스위치의 동작을 나타내는 함수로, 스위치가 켜진 상태를 1, 꺼진 상태를 0으로 정의한다. 식 (9)에서 원신호  $s_i(t)$ 는 TMA의 하모닉 주파수들에 실려 있는 형태이다. TMA 수신 신호 모델의 각 하모닉 주파수 성분들은 서로 다른 각도로 형성된 공간 빔이라는 것에 근거하여, 대역(bandpass) 필터링을 통해 각 하모닉 주파수 성분들을 분리한다. 이를 모두 같은 중간 주파수 (intermediate frequency, IF)로 변환하면 TMA의 출력신호인 식 (11)을 얻을 수 있다.

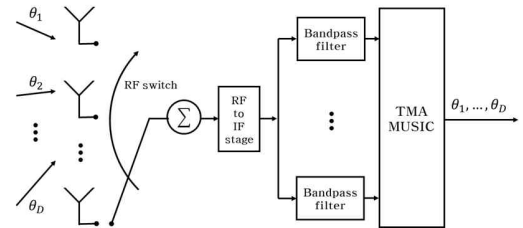


그림 6. TMA MUSIC 알고리즘 구조  
Fig. 6. Algorithmic structure of TMA MUSIC.

$$y_m(t) = \sum_{i=1}^D \sum_{k=1}^N b_{m,k} \cdot \left[ s_i^{IF}(t) e^{j(k-1) \frac{d}{\lambda} \sin \theta_i} + n_k(t) \right]. \quad (11)$$

이때,  $s_i(t)^{IF}$ 는  $s_i(t)$ 의 중간 주파수 신호를 의미한다. 식 (11)을 모든  $m$ 에 대한 벡터로 확장하면 식 (12)로 정의할 수 있다.

$$\mathbf{Y}_{tma}(n) = \mathbf{B}_{tma}^T [\mathbf{A}\mathbf{S}^{IF}(n) + \mathbf{N}(n)], \quad (12)$$

$$(n = 0, 1, \dots, K-1).$$

여기서  $\mathbf{Y}_{tma}(n)$ ,  $\mathbf{S}^{IF}(n)$ ,  $\mathbf{N}(n)$ ,  $\mathbf{B}_{tma}$ 는 아래 식 (13)~(16)과 같이 정의한다.

$$\mathbf{Y}_{tma}(n) = [y_{-Q}(n), y_{-Q+1}(n), \dots, y_Q(n)]^T. \quad (13)$$

$$\mathbf{S}^{IF}(n) = [s_1^{IF}(n), s_2^{IF}(n), \dots, s_D^{IF}(n)]^T. \quad (14)$$

$$\mathbf{N}(n) = [n_1(n), n_2(n), \dots, n_N(n)]^T. \quad (15)$$

$$\mathbf{B}_{tma} = \begin{bmatrix} b_{-Q,1} & b_{-Q+1,1} & \dots & b_{Q,1} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ b_{-Q,N} & b_{-Q+1,N} & \dots & b_{Q,N} \end{bmatrix}, \quad Q \leq N/2 \quad (16)$$

TMA 출력신호  $\mathbf{Y}_{tma}(n)$ 은 기존 안테나 수신 신호 모델 식 (1)에서 푸리에 계수 행렬  $\mathbf{B}_{tma}^T$ 의 곱 연산이 추가된 형태이며, 그림 6의 TMA 수신 신호 모델에서 출력신호  $\mathbf{Y}_{tma}(n)$ 을 얻는 과정을 도시하였다. 즉,  $\mathbf{Y}_{tma}(n)$ 은 RF 스위칭을 통해 수신한 1차원 벡터의 수신 신호에서 각 하모닉 주파수에 해당하는 대역필터를 통과하여 빔 공간을 분리한 행렬로 나타낸 신호이다.

### 2.2.2 공간 스펙트럼

TMA의 출력신호  $\mathbf{Y}_{tma}(n)$ 의 공분산 행렬을 원신호의 공분산 행렬  $\mathbf{R}_{TT}$ 로 나타내면 다음과 같다.

$$\mathbf{R}_{TT} = \frac{1}{K} \sum_{n=0}^{K-1} \mathbf{Y}_{tma}(n) \mathbf{Y}_{tma}^H(n) \quad (17)$$

$$= \frac{1}{K} \sum_{n=0}^{K-1} \mathbf{B}_{tma} \mathbf{A} \mathbf{R}_s \mathbf{A}^H (\mathbf{B}_{tma}^T)^H + \delta^2 \mathbf{B}_{tma}^T (\mathbf{B}_{tma}^T)^H.$$

마찬가지로 TMA 공간 스펙트럼 식 또한 기존

MUSIC 공간 스펙트럼 식 (6)에  $\mathbf{B}_{tma}^T$ 의 연산이 추가된 식 (18)로 나타난다.

$$P_{tma}(\theta) = \frac{1}{|\mathbf{a}^H(\theta)(\mathbf{B}_{tma}^T)^H \mathbf{U}_{T,NN}|^2}. \quad (18)$$

여기서  $\mathbf{U}_{T,NN}$ 은 TMA MUSIC의 잡음 부공간으로 식 (17)을 고유치 분해하여 얻은 고유벡터  $v_j$ , ( $j = 1, 2, \dots, 2Q+1$ )로 나타내면  $\mathbf{U}_{T,NN} = [v_{D+1}, v_{D+2}, \dots, v_{2Q}, v_{2Q+1}]$ 이다.

## III. BeamSpace & TMA MUSIC

### 3.1 출력신호 모델

본 논문에서 제안하는 시스템은 우선 beamSpace MUSIC으로 공간 필터링하여 신호를 축소된 행렬로 수신하고 TMA를 적용하여 신호를 1차원 벡터로 출력한다. 단일 RF chain으로 신호처리를 거친 후 대역 필터링 과정을 통해 1차원 벡터를 행렬로 다시 확장한다. 도출된 최종 출력신호 행렬에 고유치 분해를 이용하여 도래각을 추정한다. 이러한 알고리즘의 도식도를 그림 7에 나타내었다. 또한, beamSpace & TMA MUSIC에서의 최종 출력신호를 기본 안테나 배열 행렬로 나타내면 다음과 같다.

$$\mathbf{X}_{tma,bs} = \mathbf{B}_{tma}^T \mathbf{B}_{bs} \mathbf{X}. \quad (19)$$

이때,  $\mathbf{X}_{tma,bs}$ 는 대역 필터를 통과한 신호로 ( $2Q_0 +$

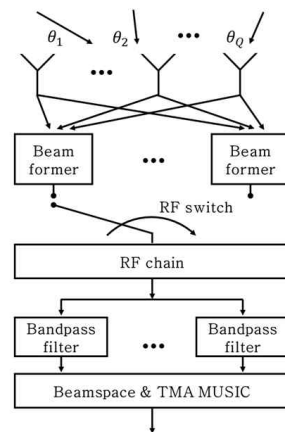


그림 7. beamSpace&TMA MUSIC 알고리즘 구조  
Fig. 7. Algorithmic structure of beamSpace & TMA MUSIC.

1)  $\times K$ 의 크기를 가진다. 여기서  $Q_b$ 는 beamspace MUSIC의 빔의 개수  $N_b$ 에 의해 정해지는 TMA의 최고 하모닉 차수이고  $Q_b \leq N_b/2$ 이다.

### 3.2 공간 스펙트럼

Beamspace & TMA MUSIC에서의 최종 출력신호  $X_{tma,bs}$ 의 공분산 행렬은 식 (20)과 같다.

$$R_{\mathbf{x}_{tma,bs}} = \mathbf{X}_{tma,bs} \mathbf{X}_{tma,bs}^H / K \quad (20)$$

앞선 방법들과 마찬가지로 공분산 행렬  $R_{\mathbf{x}_{tma,bs}}$ 를 고유치 분해하여 잡음 부공간  $\mathbf{U}_{tma,bs,NN}$ 을 얻을 수 있다. 이때,  $\mathbf{U}_{tma,bs,NN}$ 은  $(2Q_b + 1) - D$ 개의 벡터를 포함한다. 최종적으로 beamspace & TMA MUSIC의 공간 스펙트럼은 다음 식으로 표현할 수 있다.

$$P(\theta) = \frac{1}{|\mathbf{a}^H(\theta) \mathbf{B}_{bs}^H (\mathbf{B}_{tma}^T)^H \mathbf{U}_{tma,bs,NN}|^2} \quad (21)$$

## IV. 모의 실험

본 장에서는 두 개의 신호가 각각 다른 방향으로 동시에 선형배열안테나로 입사하는 상황에서 beamspace & TMA MUSIC 알고리즘의 도래각 추정 성능을 확인하는 모의실험 결과를 제시한다. 우선 공간 스펙트럼을 도시하여 기존의 MUSIC 및 beamspace MUSIC의 공간 스펙트럼과 비교하여 분석하고, 최종적으로 SNR에 따른 추정 정확도를 기존 알고리즘과 비교하여 살펴본다. 모의실험의 환경은 표 1과 같으며, beamspace MUSIC의 빔 개수와 지향각은 TMA와 동일하게 설정하였다.

그림 8과 9는 각각 SNR이 5 dB, -5 dB인 상황에서 beamspace & TMA의 공간 스펙트럼 결과를 도시하였다. 그림에서 확인할 수 있듯이, SNR이 5 dB에서 beamspace & TMA MUSIC의 공간 스펙트럼은 beamspace MUSIC과 비교하여 5 dB의 손실을 가지고 유사한 형태가 나타난다. 하지만 SNR이 상대적으로 낮은 -5 dB에서는 공간 스펙트럼의 왜곡이 심해지고 이득 손실이 7 dB 차이로 증가하며 칩두의 형태 또한 완만해진다는 것을 확인할 수 있다. 공간 스펙트럼의 왜곡이 도래각 추정 성능에 크게 영향을 미친다는 것을 확인할 수 있다. 5 dB에서 beamspace & TMA MUSIC의 공간 스펙트럼은 beamspace MUSIC

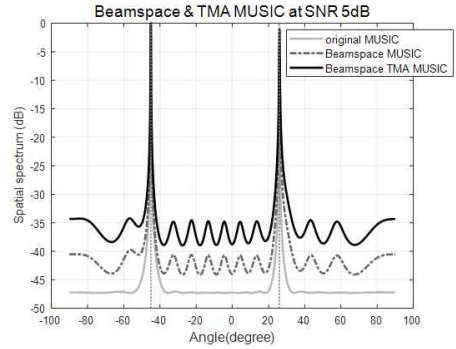


그림 8. SNR이 5 dB일 때 beamspace & TMA MUSIC의 공간 스펙트럼

Fig. 8. Spatial spectrum of beamspace & TMA MUSIC in SNR 5 dB.

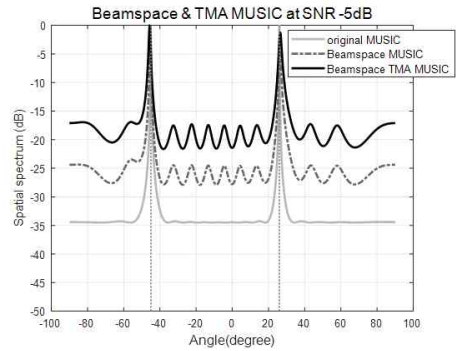


그림 9. SNR이 -5 dB일 때 beamspace & TMA MUSIC의 공간 스펙트럼

Fig. 9. Spatial spectrum of beamspace & TMA MUSIC in SNR -5 dB.

표 1. 모의실험 환경

Table 1. Simulation parameter.

Parameters	Values or variables	
	signal1	signal2
sampling rate $f_s$	100MHz	
# of samples per symbol	100	
Modulation type	BPSK	QPSK
Direction of arrival (DOA)	-45°	26°
# of sensors $N$	16	
Observation time	1.6ms	
Signal to noise ration (SNR)	-10 ~ 10 dB	
# of beams	13	
directions of beams ( $m = 1, \dots, Q$ )	8.8°, 18°, 27.6°, 38°, 50°, 67°	

과 비교하여 5 dB의 손실을 가지고 유사한 형태가 나타난다. 하지만 SNR이 상대적으로 낮은 -5 dB에서는 공간 스펙트럼의 왜곡이 심해지고 이득 손실이 7 dB 차이로 증가하며 침투의 형태 또한 완만해진다는 것을 확인할 수 있다. 공간 스펙트럼의 왜곡이 도래각 추정 성능에 크게 영향을 미친다는 것을 확인할 수 있다. 그림 10, 11에서는 입사하는 두 개의 신호를 구분하여 각각의 평균 제곱근 편차 (root mean square error, RMSE)를 SNR 환경에 따라 나타내어 도래각 추정 성능을 확인하였다. SNR 값에 따라 각 600번의 Monte-Carlo simulation을 수행하였다. 추정하고자 하는 파라미터를  $\theta$ , 총  $Z$ 번의 Monte-Carlo simulation에서  $z$ 번째 추정 결과를  $\hat{\theta}_z$ 라 할 때, RMSE는 다음 식으로부터 구할 수 있다.

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{Z} \sum_{z=0}^{Z-1} (\theta - \hat{\theta}_z)^2}. \quad (22)$$

제안하는 시스템의 도래각 성능 결과를 beamspace MUSIC과 비교하여 그림 10에 나타내고 MUSIC의 경우를 그림 11에 나타내었다. 그림 10에 제시된 결과를 통해 본 논문에서 제안하는 beamspace & TMA MUSIC의 성능은 beamspace MUSIC의 성능과 유사한 것을 확인할 수 있다. Beamspace MUSIC에서 신호의 도래각에 따른 성능 차이가 존재하는데, 이러한 경향은 제안하는 시스템에서도 동일하게 나타난다. 도래각 추정 오차가 큰 signal1의 경우 제안하는 시스템의 성능 손실이 beamspace MUSIC과 비교하여 SNR -4 dB에서부터 발생하는데 평균 0.4°로 미미하고 signal2의 경우 손실이 거의 존재하지 않는다. 즉, beamspace MUSIC에 TMA를 활용하여 하드웨어의 간소화를 이루었을 때, 이로 인한 성능 저하는 거의 발생하지 않았다. Beamspace MUSIC을 단독으로 사용할 경우, 공간 필터링을 적용하였기 때문에 MUSIC의 경우와 비교하여 성능 저하가 발생한다. SNR이 -10dB에서 signal1의 오차가 2.2°까지 증가하지만 두 신호를 충분히 구분하면서 연산량을  $O(13^2K)$ 로 줄이고 RF chain은 빔 개수인 13개가 필요하다. 그림 11의 MUSIC의 경우 SNR이 -10 dB인 상황에서도 서로

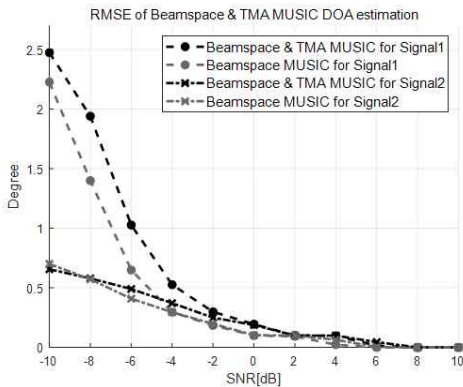


그림 10. Beamspace & TMA MUSIC 알고리즘으로 추정된 도래각의 RMSE  
Fig. 10. RMSE of beamspace & TMA MUSIC DOA estimation.

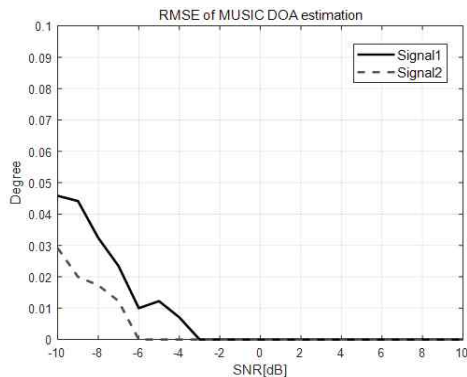


그림 11. MUSIC 알고리즘으로 추정된 도래각의 RMSE  
Fig. 11. RMSE of MUSIC DOA estimation.

표 2. 빔 개수에 따른 beamspace & TMA MUSIC의 signal1에 대한 RMSE 성능 비교  
Table 2. RMSE comparison by the number of beams of beamspace & TMA MUSIC DOA estimation for signal1.

Parameters		RMSE	
# of beams	SNR (dB)	signal1	
		Beamspace & TMA MUSIC	Beamspace MUSIC
15	5	0	0
	0	0.1	0.09
	-5	0.29	0.19
	-10	0.76	0.55
13	5	0.07	0
	0	0.2	0.1
	-5	0.72	0.39
	-10	2.53	2.2
11	5	0.07	0.07
	0	0.13	0.12
	-5	0.37	0.36
	-10	0.54	0.58



표 3. 빔 개수에 따른 beamSpace & TMA MUSIC의 signal2에 대한 RMSE 성능 비교  
 Table 3. RMSE comparison by the number of beams of beamSpace & TMA MUSIC DOA estimation for signal2.

Parameters		RMSE	
# of beams	SNR (dB)	signal2	
		BeamSpace & TMA MUSIC	BeamSpace MUSIC
15	5	0	0
	0	0.1	0.06
	-5	0.22	0.15
	-10	0.68	0.49
13	5	0.07	0
	0	0.19	0.1
	-5	0.70	0.39
	-10	2.65	2.4
11	5	0.1	0.05
	0	0.2	0.16
	-5	0.83	0.60
	-10	Not detected	2.2

다른 두 신호의 도래각 추정 오차가 모두 0.1° 미만으로 우수한 성능을 보이지만,  $O(16^2K)$ 의 연산량과 16개의 RF chain이 필요하다.

표 2와 3은 간소화의 가능성과 한계를 분석하기 위해 빔 개수를 점차 줄여 beamSpace & TMA MUSIC의 도래각 추정 성능을 beamSpace MUSIC과 비교하여 확인하는 모의실험을 앞선 실험과 동일하게 시행한 RMSE의 결과를 나타낸다. 표 2에는 signal1에 대한 RMSE, 표 3은 signal2에 대한 RMSE 결과이다. 도래각 추정 성능은 SNR, 빔의 개수, 빔의 지향각에 의해 결정된다. 표 2와 3을 살펴보면, 전체적으로 빔의 개수가 적을수록 오차가 증가하는 경향을 보이지만 1° 이내의 평균 오차가 발생하고 beamSpace MUSIC과 비교하였을 때 평균 0.15°로 미미한 성능 손실을 보인다. 하지만 표 2의 경우 빔의 개수를 11개로 크게 줄였을 때 해당 빔은 signal1의 입사각인 -45°를 지향하여 빔의 개수가 13개일 때보다 오히려 오차가 0.54로 작게 나타나지만 반대로 signal2의 입사각인 26°로는 지향하지 않아 SNR이 -10 dB로 아주 열악할 경우 signal2를 추정하지 못하였다. 이로써, beamSpace & TMA MUSIC에서 빔의 개수가 충분하지 않으면 SNR에 따른 성능 한계가 분명하게 나타난다는 것을 확인할 수 있다. 따라서, 모의실험 결과 분석을 통해 사용자의 환경에 따라 빔의 개수를 적절히 선택하여 beamSpace & TMA MUSIC를 활용하여야 한다.

## V. 결론

본 논문에서는 beamSpace MUSIC과 TMA를 결합하여 적은 데이터를 이용한 빠른 연산, 낮은 장치 복잡도를 가지는 도래각 추정 기술을 제안하였다. 모의 실험 결과를 통해 제안된 기술이 beamSpace MUSIC과 비교했을 때, SNR -10 dB에서 0.2°로 미미한 성능 손실이 존재하지만, 장치의 단가 절감과 적은 연산량의 장점을 고려하여 충분히 활용할 수 있다는 것을 확인하였다. 제안된 기술을 활용함으로써 낮은 비용으로 효율적이고 빠른 도래각 추정이 가능하여 통신 및 다양한 분야에서 산업화와 연구에 기여할 수 있을 것으로 기대된다.

## References

- [1] R. Kumaresan and Donald W. Tufts, "Estimating the angles of arrival of multiple plane waves," *IEEE Trans. Aerospace and Electronic Syst.*, AES-19, pp. 134-139, Jan. 1983.
- [2] R. Schmidt, "Multiple emitter location and signal parameter estimation," *IEEE Trans. Ant. and Propag.*, AP-34, no. 3, pp. 276-280, Mar. 1986.
- [3] H. B. Lee and Michael S. Wengrovitz, "Resolution threshold of beamSpace MUSIC for two closely spaced emitters," *IEEE Trans. Acoustics, Speech, and Sign. Process.*, vol. 38, no. 9, pp. 1545-1559, Jul. 1990.
- [4] M. D. Zoltowski, G. M. Kautz, and S. D. Silverstein, "BeamSpace root-MUSIC," *IEEE Trans. Signal Process.*, vol. 41, no. 1, pp. 344-364, Jan. 1993.
- [5] D.-J. Yeom, et al., "Performance analysis of beamSpace MUSIC with beamforming angle," *8th ICSPCS*, pp. 1-5, Gold Coast, Australia, Dec. 2014.
- [6] R. Roy, A. Paulraj, and T. Kailath, "Direction-of-arrival estimation by subspace rotation methods - ESPRIT," *ICASSP'86*, vol. 11, pp. 2495-2498, Apr. 1986.
- [7] R. Roy and T. Kailath, "ESPRIT-estimation of signal parameters via rotational invariance techniques." *IEEE Trans. Acoustics, Speech,*

and *Sign. Process.*, vol. 37, no. 7, pp. 984-995, Jul. 1989.

[8] V. I. Vasyiyshyn, "Antenna array signal processing with high-resolution by modified beamspace music algorithm," *6th Int. Conf. Antenna Theory and Techniques*, pp. 455-457, Sevastopol, Ukraine, Sep. 2007.

[9] R. Suleesathira and N. P. Atsawasenee, "Improved beamspace MUSIC for finding directions of BPSK and QPSK coherent arrivals," *WSES Trans. Sign. Process.*, vol. 7, no. 1, pp. 1-11, 2011.

[10] Y. Yang, et al., "DOA estimation for coherent sources in beamspace using spatial smoothing," *IEEE Fourth Int. Conf. Info., Commun. and Sign. Process., 2003 and The Fourth Pacific Rim Conf. Multimedia. Proc. 2003 Joint*, vol. 2, pp. 1028-1032, Singapore, Dec. 2003.

[11] T.-Y. Kim and S.-S. Hwang, "Cascade AOA estimation using uniform rectangular array antenna," *J. Korea Inst. Electronic Commun. Sci.*, vol. 13, no. 5, pp. 923-930, Oct. 2018.

[12] P. Stoica and A. Nehorai, "Comparative performance study of element-space and beam-space MUSIC estimators," *Cir., Syst. and Sign. Process.*, vol. 10, no. 3, pp. 285-292, 1991.

[13] N. Odachi, H. Shoki, and Y. Suzuki, "High-speed DOA estimation using beamspace MUSIC," *IEEE VTC2000-Spring*(Cat. No. 00CH37026), vol. 2, May 2000.

[14] G. Li, S. Yang, and Z. Nie, "Direction of arrival estimation in time modulated linear arrays with unidirectional phase center motion," *IEEE Trans. Ant. and Propag.*, vol. 58, no. 4, pp. 1105-1111, Apr. 2010.

[15] L. Poli, et al., "Harmonic beamforming in time-modulated linear arrays," *IEEE Trans. Ant. and Propag.*, vol. 59, no. 7, pp. 2538-2545, Jul. 2011.

[16] Y. Z. Tong, "Time modulated linear arrays," Ph.D. Dissertation, Univ. Sheffield, Sheffield, U.K., 2013.

노 헤 민 (Hea-Min Noh)



2018년 2월 : 부산대학교 전자공학과 학사 졸업  
 2020년 2월 : 부산대학교 전기전자컴퓨터공학과 석사 졸업  
 <관심분야> 레이더 신호처리, 딥러닝  
 [ORCID:0000-0003-0349-4301]

김 호 재 (Ho Jae Kim)



2015년 2월 : 부산대학교 전자전기공학부 학사 졸업  
 2017년 2월 : 부산대학교 전기전자컴퓨터공학과 석사 졸업  
 2017년 3월~현재 : 부산대학교 전기전자컴퓨터공학과 박사과정  
 <관심분야> 디지털 방송신호처리, 레이더 신호처리  
 [ORCID:0000-0002-6665-7078]

김 형 남 (Hyoung-Nam Kim)



1993년 2월 : 포항공과대학교 전자전기공학과 학사 졸업  
 1995년 2월 : 포항공과대학교 전자전기공학과 석사 졸업  
 2000년 2월 : 포항공과대학교 전자전기공학과 박사 졸업  
 2000년 5월 : 포항공과대학교 전자

자컴퓨터공학부 박사 후 연구원  
 2000년 5월~2003년 2월 : 한국전자통신연구원 무선방송연구소 선임 연구원  
 2003년 3월~2007년 2월 : 부산대학교 전자전기통신공학부 조교수  
 2007년 3월~2012년 2월 : 부산대학교 전자전기통신공학부 부교수  
 2009년 2월~2010년 2월 : Johns Hopkins Univ. Visiting Scholar  
 2015년 9월~2016년 8월 : Univ. of Southampton Visiting Professor  
 2012년~현재 : 부산대학교 전자공학과 교수  
 <관심분야> 적응신호처리, 레이더 및 소나 신호처리, 디지털 방송 신호처리, 생체 신호처리  
 [ORCID:0000-0003-3841-448X]