

단일 비트 ADC 기반 다중입출력 시스템에서 우도 확률의 분산 추정

김태경*

Variance Estimation of Likelihood Probability for MIMO Systems Using One-Bit ADCs

Tae-Kyoung Kim*

요약

본 논문에서는 단일비트를 사용하는 다중안테나 시스템에서의 강화학습 검출기를 고려한다. 강화학습 검출기는 우도 확률 추정에 데이터 샘플들의 입출력을 이용할지를 판단한다. 판단 과정에서, 최적의 정책 계산을 수행하기 위해서는 우도 확률의 분산 값이 필요하다. 이를 위해, 본 논문에서는 우도 확률의 분산 하한을 수식적으로 유도한다. 우선 다중안테나를 사용하는 단일비트 시스템에서의 채널 추정 오류를 모델링한다. 그 후에, 채널 추정 오류를 우도 확률에 대해 평균화하여 우도 확률의 분산을 구한다. 제안한 우도 확률의 분산 하한은 낮은 복잡도로 기존 방식과 비슷한 성능을 가지는 것을 확인하였다.

Key Words : massive MIMO systems, one-bit ADCs, likelihood probability, reinforcement-learning.

ABSTRACT

This paper considers a reinforcement-learning-aided detector(RLD) in multiple-input multiple-output (MIMO) systems using one-bit analog-to-digital converters(ADCs). The RLD learns the likelihood probability by determining whether the input-output samples of data are exploited or not to develop the

likelihood probability. In its determination, the variance of the likelihood probability is required to calculate the optimal policy. For this, a lower bound of variance for the likelihood probability is derived in this letter. First, the channel error model is derived in MIMO systems using one-bit ADCs. Then, the lower bound of variance for the likelihood probability is derived by averaging over these errors. Simulations results show that the proposed method provides similar performance to the conventional method with lower overhead.

1. 서론

밀리미터파 시스템은 넓은 대역폭을 사용하여 높은 데이터 율을 충족시키기 적합하다. 하지만 대역폭이 증가함에 따라 전력 사용량도 증가한다. 전력 사용량을 효과적으로 줄이기 위해 소수의 비트를 사용하는 양자화 시스템(Quantized system)이 소개되었다^[1]. 특히 단일 비트(one-bit)를 사용한 시스템이 크게 관심받고 있다. 하지만 단일비트를 사용하는 시스템은 수신기의 비선형성(non-linearity)으로 인한 채널 추정 성능이 크게 저하된다.

이를 극복하기 위해, 채널 추정보다는 검출에 필요한 우도 확률(likelihood probability)을 직접적으로 구하는 방식이 연구되었다. 우도 확률은 파일럿 구간에서 훈련을 거쳐 구한다. [2]에서는 지도 학습(supervised learning)을 이용하여 우도 확률을 구하는 방식이 소개되었다. 하지만 이 방식은 충분한 성능을 얻기 위해 많은 수의 파일럿이 필요하다. [3]에서는 강화 학습(reinforcement learning)을 이용하여 데이터 구간의 샘플들을 활용하는 방식을 제안하였다. 하지만, 이 방식을 이용하기 위해서는 우도 확률의 평균, 분산 정보가 필요하다. [3]에서는 우도 확률의 평균 정보는 채널 추정으로부터 얻은 우도 확률을 이용하였고, 분산정보는 수도(pseudo) 채널을 생성하여 우도 확률 추정들의 제곱 오차(mean-squared error, MSE)를 이용하는 방식을 제안하고 있다. 하지만 이를 위해서는 채널의 통계적 정보 및 채널 생성기가 필요하고, 채널 및 우도 확률을 재추정을 위한 복잡도가 추가적으로 발생한다.

* 본 논문은 2019년도 목포대학교 교내연구과제 지원에 의하여 연구되었음

* First and Corresponding Author : (ORCID:0000-0002-9629-7413) Mokpo University, Department of Electronics, Information and Communication Engineering, tk415kim@gmail.com, 조교수, 정회원

논문번호 : 202004-091-A-LU, Received April 16, 2020; Revised May 1, 2020; Accepted May 1, 2020

본 논문에서는 이에 대응하는 강화학습 검출기의 복잡도를 개선한다. 복잡도를 개선하기 위해 본 논문에서는 우도 확률의 분산 하한을 수식적으로 유도한다. 단일 비트 시스템의 비선형성으로 우도 확률의 분산을 직접적으로 구하기 힘들기 때문에 하한값을 이용한다. 이를 위해 우선 단일 비트 시스템에서의 채널 추정 방식과 이에 대응하는 채널 추정 에러를 모델링한다. 우도 확률의 분산은 이 채널 추정 에러를 평균화하여 얻는다. 유도한 우도 확률 분산은 강화학습 검출기에 적용했을 때 기존 [3]에서 제시한 채널 생성을 통한 오프라인 방식을 적용했을 때와 비슷한 에러 오류 성능을 보이는 것을 확인하였다.

II. 시스템 모델

본 논문에서는 N_t 개의 전송 안테나와 N_r 개의 수신 안테나를 가지는 다중입출력 시스템을 고려한다. 전송 프레임은 T_p 길이의 1개 파일럿과 T_d 길이의 D개 데이터로 구성된다. 송신단에서는 정보 비트가 M-QAM 심볼 $s_k \in C^{N_t \times 1}$ 에 맵핑된다. 심볼 s_k 은 총 K 개 중 하나로 맵핑되고 $k \in \{1, 2, \dots, K\}$, 채널 $H \in C^{N_r \times N_t}$ 로 전송된다. 이때, 수신 신호 $r \in C^{N_r \times 1}$ 는 아래와 같이 표현된다.

$$r = Hs_k + n. \tag{1}$$

본 논문에서는 레일리(Rayleigh) 페이딩 및 전송 동안에는 채널이 변하지 않는다고 가정한다. $n \in C^{N_r \times 1}$ 은 복소수 가우시안 잡음으로 평균은 0이고 분산은 σ_n^2 이다. 수신 신호의 실수부와 허수부에는 단일 비트 ADC를 각각 적용하여 양자화된 수신 신호 y 를 얻는다.

$$y = Q(r), \tag{2}$$

여기서 $Q(\cdot)$ 은 양자화 함수로 1보다 크면 1, 그 외 -1로 대응되는 함수이다.

III. 단일 비트 시스템에서의 채널 추정

이 단원에서는 단일비트 시스템에서 Busgang decomposition을 사용한 채널 추정 방법을 설명하고, 이를 이용하여 실수 채널 함수에서의 채널 추정 에러를 모델링한다. 모델링한 채널 추정 에러는 우도 확률의 분산을 유도하는데 사용된다.

채널 추정은 파일럿 구간에서 T_p 개의 파일럿 시퀀스를 이용한다. 파일럿 전송 후의 수신 신호 행렬 $R_p \in C^{N_r \times T_p}$ 는 다음과 같다.

$$R_p = H\Phi^T + N_p, \tag{3}$$

여기서 $(\cdot)^T$ 는 전치 변환이다. $\Phi \in C^{T_p \times N_t}$ 는 파일럿 행렬로 각 열에 해당하는 파일럿 시퀀스들이 직교한다고 가정한다. 즉 $T_p \geq N_t$ 으로 $\Phi^T \Phi^* = T_p I_{N_t}$ 를 만족한다. 여기서 $(\cdot)^*$ 공액변환이고 I_n 은 크기가 $n \times n$ 인 단위행렬이다. 또한 양자화 과정을 간단히 하기 위해 $T_p = N_t$ 인 DFT 파일럿을 가정한다^[1]. 파일럿 수신 신호를 벡터 형태로 표현하면 다음과 같다.

$$r_p = v(R) = \bar{\Phi}h + n_p, \tag{4}$$

여기서 $v(\cdot)$ 는 벡터화 함수이다. $\bar{\Phi} = \Phi \otimes I_{N_r}$ 이고 \otimes 는 크로네커 곱(kronecker product)이다. 채널 및 잡음 행렬은 벡터화 함수에 의해 각각 $h = v(H)$, $n_p = v(N_p)$ 으로 표현되어 진다. 수신 신호는 단일 비트 ADC를 적용하여 양자화 되는데, Busgang decomposition^[11]을 이용하여 표현하면 아래와 같다.

$$y_p = Q(r_p) = \tilde{\Phi}h + A_p n_p + q_p, \tag{5}$$

여기서 $\tilde{\Phi} = A_p \bar{\Phi}$ 이고, A_p 는 선형 행렬로 양자화 잡음을 최소화 하도록 한다. q_p 는 양자화 잡음으로 선형 행렬 A_p 에 의해 y_p 와 무상관(uncorrelated)이다. 선형 행렬 A_p 는 DFT 파일럿을 가정했을 때 아래와 같이 표현된다.

$$A_p = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{1}{N_t + \sigma_n^2} I_{N_r T_p} = \alpha_p I_{N_r T_p}. \tag{6}$$

식 (5)의 수신신호를 이용하면, LMMSE (linear minimum MSE) 채널 추정은 아래와 같이 유도된다^[3].

$$\hat{h} = \tilde{\Phi}^H y_p, \tag{7}$$

여기서 $(\cdot)^H$ 는 공액전치변환이다. 우도 확률의 분산을 얻기 위해서는 채널 추정 에러를 모델링해야 한다. 이를 위하여 LMMSE 채널 추정 식 (7)에 식 (5)의 y_p 를 대입하면 아래와 같이 표현된다.

$$\hat{h} = \tilde{\Phi}^H \tilde{\Phi} h + \tilde{\Phi}^H A_p n_p + \tilde{\Phi}^H q_p. \tag{8}$$

여기서, $\tilde{\Phi}^H \tilde{\Phi} = \alpha_p^2 I_{N_r T_r}$ 이므로 실제 채널 \underline{h} 는 채널 추정 $\hat{\underline{h}}$ 와 다음의 관계가 성립한다.

$$\underline{h} = \frac{1}{\alpha_p} \left(\hat{\underline{h}} - \alpha_p \tilde{\Phi}^H \underline{n}_p - \tilde{\Phi}^H \underline{q}_p \right), \quad (9)$$

이를 식 (1)의 채널 행렬 H 와 채널 추정 행렬 \hat{H} 사이의 관계로 바꾸기 위해 벡터 표현으로 바꾸면 아래와 같다.

$$\begin{aligned} v(H) &= \frac{1}{\alpha_p} \left(v(\hat{H}) - \alpha_p^2 \tilde{\Phi}^H v(N_p) - \alpha_p \tilde{\Phi}^H v(Q_p) \right) \\ &= \frac{1}{\alpha_p} \left(v(\hat{H}) - \alpha_p^2 (\Phi^H \otimes I_{N_r}) v(N_p) \right. \\ &\quad \left. - \alpha_p (\Phi^H \otimes I_{N_r}) v(Q_p) \right) \quad (10) \\ &= \frac{1}{\alpha_p} \left(v(\hat{H}) - \alpha_p^2 v(N_p \Phi^*) - \alpha_p v(Q_p \Phi^*) \right) \\ &= \frac{1}{\alpha_p} v(\hat{H} - \alpha_p^2 N_p \Phi^* - \alpha_p Q_p \Phi^*), \end{aligned}$$

여기서, Q_p 는 $q_p = v(Q_p)$ 를 만족한다. 이를 이용하면, 채널 행렬 H 와 채널 추정 행렬 \hat{H} 사이의 관계를 아래와 같이 표현할 수 있다.

$$H = \frac{1}{\alpha_p} \left(\hat{H} - \alpha_p^2 N_p \Phi^* - \alpha_p Q_p \Phi^* \right), \quad (11)$$

단일 비트에서의 검출은 식 (11)의 실수 행렬 표현이 필요하다. 복소수 채널의 실수 행렬은 아래와 같이 표현한다.

$$H^{re} = \begin{bmatrix} \text{Re}\{H\} & -\text{Im}\{H\} \\ \text{Im}\{H\} & \text{Re}\{H\} \end{bmatrix}, \quad (12)$$

여기서 $\text{Re}()$, $\text{Im}()$ 는 복소수의 실수, 허수를 각각 의미한다. 식(12)의 관계식을 이용하여 식 (11)을 실수 행렬 방식으로 표현하면 아래와 같다.

$$H^{re} = \frac{1}{\alpha_p} \left(\hat{H}^{re} - \alpha_p^2 N_p^{re} (\Phi^{re})^* \right. \\ \left. - \alpha_p Q_p^{re} (\Phi^{re})^* \right), \quad (13)$$

여기서 N_p^{re} , Q_p^{re} , Φ^{re} 는 각각 식 (12)를 이용한 N_p , Q_p , Φ 의 실수 행렬이다. 최종적으로 H^{re} 의 i 번째 열 $(h_i^{re})^H$ 은 아래의 관계식을 가진다.

$$(h_i^{re})^H = \frac{1}{\alpha_p} \left((\hat{h}_i^{re})^H - \alpha_p^2 (n_{p,i}^{re})^H (\Phi^{re})^* \right. \\ \left. - \alpha_p (q_{p,i}^{re})^H (\Phi^{re})^* \right), \quad (14)$$

여기서 $n_{p,i}^{re}$, $q_{p,i}^{re}$ 는 각각 N_p^{re} , Q_p^{re} 의 i 번째 행이다. $i \in \{1, 2, \dots, 2N_r\}$ 을 만족한다.

IV. 제안하는 우도 확률의 분산 추정 방법

이 단원에서는 III에서 모델링한 채널 에러를 바탕으로 우도 확률의 분산을 구한다. 우도 확률의 분산은 강화학습을 이용한 단일 비트 검출기의 최적 정책 계산을 위한 값으로 사용된다³⁾.

단일 비트의 최적 검출기는 우도 확률을 이용하여 구한다. i 번째 수신 안테나 k 번째 송신 안테나 사이의 우도 확률은 아래와 같이 구한다.

$$p_{i,k} = \Psi \left(\sqrt{\frac{2}{\sigma_n^2}} (h_i^{re})^H s_k \right), \quad (15)$$

여기서 $\Psi(\cdot)$ 는 정규 확률 변수의 누적 분포이다. 우도 확률 $p_{i,k}$ 의 평균 $p_{i,k}^I$ 을 채널 추정으로부터 얻은 값으로 가정하면 아래와 같다³⁾.

$$p_{i,k}^I = \Psi \left(\sqrt{\frac{2}{\sigma_n^2}} (\hat{h}_i^{re})^H s_k \right). \quad (16)$$

이를 이용하면 우도 확률 분산은 아래와 같다.

$$V\{p_{i,k}\} = E\{|p_{i,k} - p_{i,k}^I|^2\}. \quad (17)$$

식 (17)에서 $p_{i,k}$ 내 $\Psi(\cdot)$ 함수의 비선형성으로 그 분산을 직접적으로 유도하기는 힘들다. 이를 위해 우도 확률 분산의 하한선을 이용한다. Jensen's 부등식을 이용하면 우도 확률 분산은 아래의 식을 만족한다.

$$V\{p_{i,k}\} \geq |E\{p_{i,k}\} - p_{i,k}^I|^2, \quad (18)$$

식 (15)에 식 (14)를 대입하면 $E\{p_{i,k}\}$ 는 아래와 같이 유도된다.

$$\begin{aligned} E\{p_{i,k}\} &= E \left\{ \Psi \left(\sqrt{\frac{2}{\sigma_n^2}} (h_i^{re})^H s_k \right) \right\} \\ &= E \left\{ \Psi \left(\frac{\left((\hat{h}_i^{re})^H - \alpha_p^2 (n_{p,i}^{re})^H (\Phi^{re})^* \right. \right. \\ &\quad \left. \left. - \alpha_p (q_{p,i}^{re})^H (\Phi^{re})^* \right)}{\alpha_p \sqrt{\sigma_n^2/2}} s_k \right) \right\}. \quad (19) \end{aligned}$$

식 (19)의 값을 구하기 위해 잡음과 양자화 잡음에 평균을 취하면 아래와 같이 구해진다.

$$E\{p_{i,k}\} = \Psi\left(\frac{(\hat{h}_i^{re})^H s_k}{\alpha_p^2 \sqrt{\sigma_n^2/2 + \sigma_q^2}}\right), \quad (20)$$

여기서,

$$\sigma_q^2 = \alpha_p^4 T_p \sigma_n^2 / 2 + \alpha_p^2 T_p \alpha_p (1 - \alpha_p) (1 + \sigma_n^2 / 2),$$

식 (19)의 기댓값을 구하기 위해 랜덤 변수 z에 대한 아래 관계식을 이용하였다^[4].

$$E_z\left\{\Psi\left(\frac{(x+z)}{\sqrt{\sigma_n^2/2}}\right)\right\} = \Psi\left(\frac{x}{\sqrt{\sigma_n^2/2 + \sigma_z^2}}\right) \quad (21)$$

식 (20)을 식 (18)에 다시 대입하면 우도 확률 분산의 하한선을 얻을 수 있다.

$$V\{p_{i,k}\} \geq \left| \Psi\left(\frac{(\hat{h}_i^{re})^H s_k}{\alpha_p^2 \sqrt{\sigma_n^2/2 + \sigma_q^2}}\right) - \Psi\left(\frac{(\hat{h}_i^{re})^H s_k}{\sqrt{\sigma_n^2/2}}\right) \right|^2, \quad (22)$$

본 논문에서 제안한 우도 확률의 분산 추정 방식은 식 (22)와 같이 채널 추정 후 σ_q^2 을 계산하면 분산을 바로 구할 수 있다. 이와 달리 [3]의 방식은 수도 랜덤 비트 생성기, 채널 추정의 추가적인 복잡도가 발생한다. 따라서 제안하는 방식은 이런 추정 방식이 필요없으므로 복잡도가 크게 저하 된다.

V. 결과 및 결론

이 단원에서는 제안한 우도 확률의 분산 추정 방식을 검증하기 위해 분산 추정 방식에 따른 강화 학습 수신기의 성능을 비교한다. 시뮬레이션은 $N_t = 4$, $N_r = 32$ 의 단일비트를 이용하는 다중안테나 시스템을 고려하였다. 채널은 레일리 페이딩을 이용하였다. 본 논문의 우수성을 고려하기 위해, 최적 우도 수신기 (MLD), [3]에서 제안한 $T_{train} = 1, 10$ 을 이용한 분산 추정 기법을 이용한 강화학습 수신기를 성능을 비교하였다. 또한 분산 추정값이 없을 때(zero)의 방식도 고려하였다.

그림 1에서와 같이 강화학습 검출기는 기존 최적 우도 수신기의 성능을 향상 시킨다. 하지만 우도 확률 분산의 값이 정확하지 않은 zero 경우에는 강화학습에서 얻어지는 이득을 충분히 얻지 못한다. 제안한 방식은 식 [3]에서 제안한 분산 추정 방식($T_{train} = 1, 10$)과 비교했을 때 근사한 성능을 얻을 수 있다. 이는 강화학습을 이용하지 않을 때 대비 $SER=10^{-2}$ 에서 약 1dB 향상된 성능이다. 제안한 방식은 이 향상된 성능

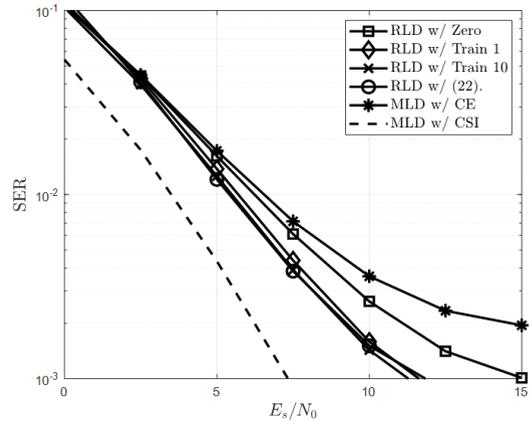


그림 1. 우도 확률 분산 값에 따른 RLD 성능 비교
Fig. 1. Performance of RLD according to the variance of likelihood probability.

을 복잡한 분산 추정 과정 없이 달성할 수 있었다.

References

- [1] Y. Li, C. Tao, G. Seco-Granados, A. Mezghani, A. L. Swindlehurst, and L. Liu, "Channel estimation and performance analysis of one-bit massive MIMO systems," *IEEE Trans. Signal Process.*, vol. 65, no. 15, pp. 4075-4089, Aug. 2017.
- [2] S. Kim and S. N. Hong, "On the machine learning detectors for multihop distributed reception systems," in *Proc KICS Winter conf.*, p. 330, Jan. 2019.
- [3] Y. S. Jeon, N. Lee, and H. V. Poor, "Robust data detection for MIMO systems with one-bit ADCs: A reinforcement learning approach," *IEEE Trans. Wireless Commun.*, vol. 19, no. 3, pp. 1663-1676, Mar. 2020.
- [4] H. Lee, Y. S. Jeon, H. Do, and N. Lee, "Concatenated MMSE estimation for quantized OFDM systems," in *Proc ICC*, Shanghai, China, May 2019.