

# MIMO 시스템을 위한 그룹 기반 MMSE 반복 등화기

임아름\*, 팽대원\*, 기지연\*, 박상준\*

## Group Based MMSE Iterative Equalizer for MIMO Systems

Areum Lim\*, Daewon Paeng\*,  
 Jiyeon Ki\*, Sangjoon Park\*

### 요약

본 논문에서는 MIMO 시스템을 위한 저복잡도 MMSE 반복 등화기를 제안한다. 제안 기법에서는 송신 심볼들을 각 그룹으로 나누어 심볼 그룹 단위의 Soft IC 및 MMSE 검출 과정을 진행한다. 이를 통해 개별 송신 심볼들에 대한 Soft IC 및 MMSE 검출 과정을 모두 진행하는 기존 반복 등화기 대비 각 Iteration에서의 Soft IC 및 MMSE 검출 과정 수를 절감하여 연산량을 감소시킬 수 있다. 모의실험 결과 제안 기법이 보다 높은 복잡도의 기존 기법에 근접하는 오류 성능을 달성할 수 있음을 확인하였다.

**Key Words** : MIMO, MMSE, Iterative Equalizer, Symbol Group, Low Complexity

### ABSTRACT

We propose a low complexity MMSE iterative equalizer for MIMO systems. In the proposed scheme, the transmitted symbols are classified into symbol groups, and the soft IC and MMSE detection are performed for each symbol group. Therefore, compared to the conventional scheme with symbol based processing, the proposed scheme has a less number of soft IC and MMSE detection operations, which contributes to the complexity reduction.

Simulation results verify that the error performance of the proposed scheme can be close to that of the conventional scheme with a higher complexity.

### I. 서론

MMSE (Minimum Mean-Square-Error) 반복 등화기는 MIMO (Multiple-Input Multiple-Output) 시스템을 위한 준최적 등화 방식으로 알려져 있다.<sup>[1-3]</sup> 이러한 MMSE 반복 등화기의 Iteration 중에는 Soft IC (Interference Cancellation) 과정 및 이를 반영한 MMSE 검출 과정이 각 송신 심볼별로 순차적으로 진행된다. 하지만 이 때 모든 심볼마다 행렬 곱셈 및 역행렬 연산을 포함하는 MMSE 필터 행렬의 계산이 요구되어 특히 송신 심볼의 수가 커짐에 따라 매우 높은 연산량을 요구할 수 있다.<sup>[1,2]</sup>

이러한 기존 심볼 단위 MMSE 반복 등화기의 연산량 절감을 위해, 본 논문에서는 심볼 그룹 기반 MMSE 반복 등화기를 제안한다. 제안 기법에서는 송신 심볼들을 여러 그룹으로 나눈 후 각 그룹들에 속한 여러 심볼들을 동시에 검출하기 위한 Soft IC 및 MMSE 검출 과정을 진행한다. 매 Iteration에서 송신 심볼의 수만큼 Soft IC 및 MMSE 검출 과정을 진행하는 기존 기법과 비교할 때, 제안 기법은 정해진 심볼 그룹의 수만큼 Soft IC 및 MMSE 검출 과정을 진행한다. 이를 통해 제안 기법은 매 Iteration마다 수행되는 Soft IC 및 MMSE 검출 과정의 수를 감소시켜 반복 등화 과정의 연산량을 절감할 수 있다. 따라서 제안 기법은 특히 송신단 안테나의 수가 매우 커지는 Massive MIMO 환경에서 효율적인 준최적 검출 과정을 진행할 수 있다.

### II. 시스템 모델

본 논문에서는 송신단 및 수신단의 안테나 수를 각각  $N_T$  및  $N_R$ 로 가정한다. 송신단에서는 변조 과정을 거쳐  $N_T \times 1$  송신 심볼 벡터  $\mathbf{s} = [s_1, \dots, s_{N_T}]^T$ 를 전송하며, 이에 대한  $N_R \times 1$  수신 심볼 벡터

\* 이 논문은 2019년도 과학기술정보통신부의 재원으로 한국연구재단의 지원을 받아 수행된 연구임(No. NRF-2019R1C1C1003202).

• First Author : Kyonggi University, Department of Electronic Engineering, dkfma4915@naver.com, 학사과정, 학생회원

◦ Corresponding Author : (ORCID:0000-0002-6684-9803)Kyonggi University, Department of Electronic Engineering, sj.park@kgu.ac.kr, 조교수, 정회원

\* Kyonggi University, Department of Electronic Engineering, {fora22, rlwldus305}@naver.com, 학사과정

논문번호 : 202103-056-A-LU, Received March 10, 2021; Revised March 22, 2021; Accepted March 22, 2021

$\mathbf{r} = [r_1, \dots, r_{N_R}]^T$ 는 다음과 같다.

$$\mathbf{r} = \mathbf{H}\mathbf{s} + \mathbf{n} \quad (1)$$

식 (1)에서  $\mathbf{H} = [\mathbf{h}_1, \dots, \mathbf{h}_{N_T}]$ 는  $N_R \times N_T$  채널 행렬로  $\mathbf{h}_n$ 은  $\mathbf{H}$ 의  $n$ 번째 열이다. 또한 식 (1)에서  $\mathbf{n}$ 은  $E[\mathbf{n}\mathbf{n}^H] = \sigma^2 \mathbf{I}_{N_R}$ 을 만족하는 평균이 0인  $N_R \times 1$  가우시안 (Gaussian) 잡음 행렬이다.

### III. 제안 그룹 기반 MMSE 반복 등화기

#### 3.1 제안 기법의 동작 과정

제안 기법에서는 심볼 그룹 단위 등화 과정을 진행한다. 이 때 서술의 편의상 각 심볼 그룹에 포함된 심볼들의 수가 모두  $L$ 로 동일하다고 가정하였다. 따라서 심볼 그룹의 수는  $G(=N_T/L)$ 이며,  $\mathbf{B}_g$ 는 매 Iteration에서  $g(1 \leq g \leq G)$ 번째로 검출 과정을 거칠 심볼 그룹에 포함되는 심볼 인덱스의 집합으로  $|\mathbf{B}_g| = L$ 이다. 이 때 매 Iteration마다 모든 송신 심볼들이 한 번의 검출 과정을 거치기 위해  $\mathbf{B}_g$ 는 다음 조건들을 만족하도록 정의된다.

$$\mathbf{B}_a \cap \mathbf{B}_b = \emptyset \text{ for } a \neq b \quad (2)$$

$$\bigcup_{g=1}^G \mathbf{B}_g = \{1, 2, \dots, N_T\} \quad (3)$$

이러한 정의를 바탕으로 제안 기법의 동작은 다음과 같이 기술된다. 이전 검출 과정에서 생성된  $n(1 \leq n \leq N_i)$ 번째 송신 심볼  $s_n$ 에 대한 연관정보를  $\bar{s}_n$ 으로, 그에 대한 잔여 간섭의 분산 추정치를  $v_n$ 으로 정의한다. 각  $\bar{s}_n$  및  $v_n$ 은 첫 번째 Iteration이 시작되기 이전 각각 0 및 1로 초기화된다. 이 때  $i$ 번째 Iteration의  $g$ 번째 심볼 그룹에 속한 송신 심볼들의 검출을 위해 제안 기법에서는 먼저 Soft IC 과정을 다음과 같이 진행한다.

$$\mathbf{r}_i^{(g)} = \mathbf{r} - \sum_{n \notin \mathbf{B}_g} \bar{h}_n \bar{s}_n \quad (4)$$

식 (4)에서  $\mathbf{r}_i^{(g)}$ 는  $i$ 번째 Iteration의  $g$ 번째 검출

과정을 위해 Soft IC 과정을 거친  $N_R \times 1$  수신 신호 벡터로,  $\mathbf{B}_g$ 에 속한 송신 심볼들을 제외한 나머지 송신 심볼들을 활용한 Soft IC 과정이 진행되었다. 따라서  $\mathbf{r}_i^{(g)}$ 에 대해  $\mathbf{B}_g$ 에 속한 송신 심볼들의 검출을 위한  $G \times N_R$  MMSE 검출 행렬  $\mathbf{F}_i^{(g)}$ 는 다음과 같이 나타낼 수 있다.<sup>[1]</sup>

$$\mathbf{F}_i^{(g)} = (\mathbf{H}^{(g)})^H (\mathbf{G}_i^{(g)})^{-1} \quad (5)$$

식 (5)에서  $N_R \times G$  행렬  $\mathbf{H}^{(g)}$ 는  $\mathbf{B}_g$ 의 송신 심볼들에 해당하는  $\mathbf{H}$ 의 열들에 대한 부분 행렬로, 예를 들어  $\mathbf{B}_g = \{1, 2\}$ 라면  $\mathbf{H}^{(g)} = [\mathbf{h}_1, \mathbf{h}_2]$ 이다. 또한  $N_R \times N_R$  행렬  $\mathbf{G}_i^{(g)}$ 는 다음과 같다.

$$\mathbf{G}_i^{(g)} = \sum_{n \notin \mathbf{B}_g} v_n \mathbf{h}_n \mathbf{h}_n^H + \sum_{n \in \mathbf{B}_g} \mathbf{h}_n \mathbf{h}_n^H + \sigma \mathbf{I}_{N_R} \quad (6)$$

따라서  $\mathbf{B}_g$ 에 속한 송신 심볼들의 검출치는 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\hat{\mathbf{s}}_i^{(g)} = \mathbf{F}_i^{(g)} \mathbf{r}_i^{(g)} \quad (7)$$

$\hat{\mathbf{s}}_i^{(g)}$ 를 이용하여  $\mathbf{B}_g$ 에 속한 송신 심볼들 및 해당 심볼들을 구성하는 비트들의 연관정보를 갱신하여  $\mathbf{B}_g$ 에 대한 검출 과정을 마친다. 제안 기법에서는 이러한 과정들을  $1 \leq g \leq G$ 까지 반복한 후 한 번의 Iteration을 종료하게 된다.

앞선 기술과 같이 제안 기법에서는 기존 기법의 매 송신 심볼 기반 검출 과정을 매 심볼 그룹 기반 검출 과정으로 대신하여 진행한다. 즉, 기존 MMSE 반복 등화기에서는 매 Iteration마다  $N_T$ 번의 검출 과정을 진행하는 반면, 제안 MMSE 반복 등화기에서는  $G(\leq N_T)$ 번의 검출 과정 진행을 통해 연산량 절감을 도모할 수 있다. 이 때 기존 기법에서는 검출을 진행하는 해당 심볼을 제외한 나머지 모든 송신 심볼들의 간섭이 Soft IC 과정을 통해 제거되나, 제안 기법에서는 같은 그룹에 속한 심볼들의 간섭들은 제거되지 않아 이에 따른 성능 열화가 발생할 수 있다. 이 때  $G = N_T(L = 1)$ 인 경우 제안 기법의 각 심볼 그룹은 하나의 송신 심볼들로 구성되므로 기존 기법과 동

일하게 동작한다. 또한  $G = 1 (L = N_T)$ 인 경우 모든 송신 심볼들이 한 그룹에 포함되어 Soft IC 과정이 진행되지 않아 이 때 제안 기법은 선형 MMSE 검출기와 동일하다.

### 3.2 연산량 분석

다음으로는 기존 기법 및 제안 기법에서 한 번의 Iteration에 요구되는 연산량을 계산한다. 이 때 행렬 간 연산이 수행되는 식 (5) 및 (6)에서 가장 많은 연산량이 요구된다. 모든  $n (1 \leq n \leq N_T)$ 에 대해  $\mathbf{h}_n \mathbf{h}_n^H$ 이 사전에 계산되었음을 가정하면, 식 (5) 및 (6)은  $\mathbf{G}_i^{(g)}$ 의 역행렬 연산 및 행렬 곱셈  $(\mathbf{H}^{(g)})^H (\mathbf{G}_i^{(g)})^{-1}$ 을 위해  $O(N_R^3 + GN_R^2)$ 의 연산량을 요구한다. 제안 기법에서는 매 Iteration마다  $G$ 번의 검출을 진행하므로, 따라서 제안 기법은  $O(GN_R^3 + G^2N_R^2)$ 의 연산량을 요구한다. 한편 기존 기법은  $G = N_T$ 인 제안 기법과 동일하므로  $O(N_TN_R^3 + N_T^2N_R^2)$ 의 연산량을 요구한다. 따라서 제안 기법은 그룹 수  $G$ 가 감소함에 따라 역행렬 및 행렬 곱셈 연산의 수를 절감하여 기존 기법 대비 보다 낮은 연산량을 요구하여, 매우 큰  $N_T$ 를 갖는 Massive MIMO 시스템에서 보다 높은 연산량 절감 효과를 달성할 수 있다.

## IV. 모의실험 결과

모의실험에서는 제안 및 기존 MMSE 반복 등화기와 함께 선형 MMSE 검출기의 평균 BER (Bit-Error Rate) 성능을 비교하였다. 비부호화 (uncoded) 시스템에서 QPSK (Quadrature Phase Shift Keying) 변조 기법 및 레일리 채널을 고려하였으며, 기존 및 제안 반복 등화기에서는 5번의 Iteration을 수행하였다. 각 심볼 그룹은 순시 SINR (Signal-to-Interference-plus-Noise Ratio)이 큰 순서대로 송신 심볼들을 포함하였다.

그림 1 및 2에서는 각각  $N_T = N_R = 8$  및  $N_T = N_R = 16$ 인 환경에서 각 기법들의 평균 BER을 비교하고 있다. 그림 1 및 2의 결과를 통해 제안 기법이 심볼 그룹 수  $G$ 가 1인 경우 (그룹별 심볼 수  $L = N_T$ )를 제외하고는 기존 MMSE 반복 등화기에 근접하는 성능을 달성할 수 있음을 확인할 수 있다.

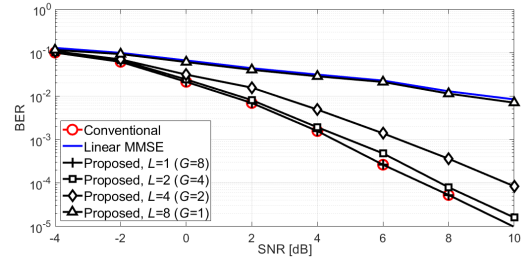


그림 1. 8x8 시스템에서 평균 BER 성능 비교  
Fig. 1. Average BER comparisons for 8x8 systems

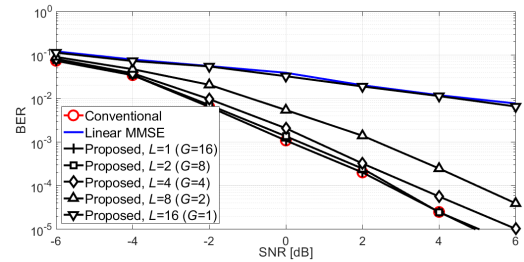


그림 2. 16x16 시스템에서 평균 BER 비교  
Fig. 2. Average BER comparisons for 16x16 systems

특히  $G = 2$ 로 매 Iteration 당 검출 과정을 2번만 수행하는 경우에는, 8x8 및 16x16 시스템에서 매 Iteration 당 각각 8번 및 16번의 검출 과정을 진행하는 기존 기법 대비 역행렬 및 행렬 곱셈 연산을 위해 대략 15.63% 및 7.03% 정도의 연산량만을 사용하여 연산량을 크게 절감하였음에도 선형 MMSE 검출기 대비 크게 우수하며 기존 기법에 근접하는 오류 성능을 달성함을 확인할 수 있다. 한편, 기 서술된 바와 같이  $G = 1 (L = N_T)$ 일 때는 선형 MMSE 검출기와 동일한 성능을 가지며  $G = N_T (L = 1)$ 일 때는 기존 MMSE 반복 등화기와 동일한 평균 BER을 달성함을 확인할 수 있다.

## V. 결론

본 논문에서는 MIMO 시스템을 위한 낮은 복잡도의 MMSE 반복 등화기를 제안하였다. 제안 기법에서는 기존의 각 송신 심볼 단위 반복 등화구조 대신 송신 심볼 그룹 단위의 등화 구조를 적용하였으며, 이를 통해 기존 기법 대비 크게 낮은 연산량으로 그에 근접하는 오류 성능을 달성할 수 있음을 확인하였다. 본 논문에서는 순시 SINR 기준의 그룹 구성 방식을 사용하였으며, 그룹 구성 방식의 최적화에 대한 연구는 향

후 수행될 수 있다.

### References

- [1] M. Tüchler, et al., "Minimum mean squared error equalization using a priori information," *IEEE Trans. Signal Process.*, vol. 50, no. 3, pp. 673-683, Aug. 2002.
- [2] S. Park and S. Choi, "An MMSE based iterative soft decision interference cancellation scheme for massive MIMO systems," *J. KICS*, vol. 39, no. 9, pp. 566-568, Sep. 2014.
- [3] C. Li, et al., "A new turbo equalizer conditioned on estimated channel for MIMO MMSE receiver," *IEEE Commun. Lett.*, vol. 21, no. 4, pp. 957-960, Apr. 2017.