

최소오차 엔트로피 학습법의 새로운 커널폭 적응조절

김 남 용*

A New Kernel-Width Adaptation Method for Minimum Error Entropy

Namyong Kim*

요 약

정보 이론적 학습법의 최소 오차 엔트로피 (MEE)는 가우시안 또는 비가우시안 잡음환경의 채널 등화, 기계학습, 자동제어 등 많은 응용에 효과적으로 적용되었다. 그러나 커널폭 선택이 매우 민감하여 시스템 성능에 중대한 영향을 미치고 있다. 오차 분포 추정의 최적화를 기반으로 커널폭을 조절하는 기존 방법은 커널폭이 오차분산 $\times 2$ 의 제곱근 (정상상태에서 매우 작은 커널값)으로 수렴하게 되어 백색잡음 상황에서는 오차전력 증가를 만들며, 충격성 잡음 상황에서는 커널폭 급상승이 발생한다. 이 논문에서는 커널폭에 대한 오차전력의 평균변화율을 도입하여 오차전력을 직접적으로 줄이는 커널폭 갱신 방식을 제안하였다. 통신채널의 적응 등화 실험에서 제안된 적응 커널폭은 잡음 환경이 백색이든 충격성이든 동일하게 안정된 수렴 특성을 보였으며, MEE 응용분야에 커널폭 선택의 여유도를 크게 향상시켰다.

키워드 : MEE, 적응커널폭, 백색잡음, 충격성잡음, 평균변화율, 등화

Key Words : MEE, Adaptive kernel width, White noise, Impulsive noise, Average rate of change, Equalization

ABSTRACT

Minimum error entropy (MEE) as a method of information theoretic learning has been effectively used in many applications such as channel equalization, machine learning and automatic control in Gaussian or non-Gaussian noise environments. The choice of kernel width is very sensitive and has important effects on system performance. The conventional kernel width adaptation methods based on optimization of error probability density estimation lead the kernel width to converge to the square root of 2 times of error variance (a very small value in the steady state), therefore, the error power increases in white noise situations and the width can have sudden rises in impulsive noise environments. In this paper, by applying average rate of change of error power over the small width interval to kernel width adjustment, a new kernel width adjustment method directly controlling system error is proposed. In the experiment of channel equalization, the proposed method shows the same stable learning convergences in both noise environments and yields significantly widened ranges of kernel width selection for the applications of MEE.

* First Author : Kangwon Univ., Department of Electronic, Information & Communication Engineering, namyongong@kangwon.ac.kr, 종신회원
논문번호 : 202102-029-A-RN, Received January 31, 2021; Revised April 1, 2021; Accepted April 12, 2021

I. 서론

최소자승평균오차 (MMSE, minimum mean squared error)는 가우시안 잡음 환경의 통신 채널 Equalization, 적응 신호처리 등에 성능 기준으로 널리 사용되었다^{1,2}. 한편, 정보 이론적 학습법 ITL (information theoretic learning)의 하나인 최소오차 엔트로피 (MEE, minimum error entropy) 성능 기준은 오차 엔트로피가 가지는 고차 통계 정보까지 활용하므로 비가우시안 잡음 환경, 비선형 신호처리 그리고 기계학습 등에 응용되어 탁월한 성능을 보이고 있다³⁻⁵. 또한 인공지능의 뉴럴 학습, 자동제어의 칼만 필터링, 다중경로 채널 등화 등에도 응용되어 성능의 우수성이 입증되었다⁶⁻⁸.

그러나 MEE의 고정 커널폭 (kernel-width)은 시변 오차 통계 정보를 적절히 반영하지 못한다. ITL의 하나인 MCC (maximum correntropy criterion)에 대한 커널폭 조절 기법들은 연구되었으나 성능이 더 우수하다고 알려진 MEE에 대한 커널폭 적응 조절 연구는 논문 [9]외에 발견되지 못하고 있다¹⁰. 그러나 논문 [9]가 가지는 문제점들이 이 연구에서 발견되어 이 논문에서는, 시스템 오차의 평균 전력을 직접적으로 줄이도록 하는 새로운 커널폭 갱신 방법을 제안하고자 한다.

II절에서 MEE 학습법과 관련된 커널폭 조절 방식을 소개하고 III절에서 기존 방식의 문제점을 분석하였다. 분석된 문제점을 극복하는 새 커널폭 조절 방식이 IV 절에서 제안되었고 두 방식간 성능비교를 V절에서 다루었으며 분석 및 실험결과로부터 입증된 제안 방식의 우수성을 결론에서 기술하였다.

II. 최소오차 엔트로피 학습법과 커널폭 조절

시간 k에서 선형결합기의 가중치 \mathbf{W}_k 는 채널을 통과하고 잡음과 더해져 들어온 입력벡터 $\mathbf{X}_k = [x_k, x_{k-1}, \dots, x_{k-N+1}]^T$ 에 대해 출력 $y_k = \mathbf{W}_k^T \mathbf{X}_k$ 를 만든다고 할 때, $d_k - y_k = e_k$ 로 정의되는 오차 e_k 는 시스템의 가중치 갱신에 활용된다. N개의 오차 샘플들과 커널폭 σ 로 추정된 오차확률밀도 $\hat{f}_{E,\sigma}(e)$ 와 Renyi 엔트로피 $H(e)$ 는 다음과 같다^{4,11}.

$$\hat{f}_{E,\sigma}(e) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{(e-e_i)^2}{2\sigma^2}\right] \quad (1)$$

$$H(e) = -\log\left(\int \hat{f}_{E,\sigma}(e)^2 de\right) \quad (2)$$

(2)를 최소화하고 가중치 수렴 파라미터 μ_{MEE} 를 도입하여 아래 MEE 알고리즘을 얻게 된다⁴⁻⁶.

$$\mathbf{W}_{k+1} = \mathbf{W}_k + \frac{\mu_{MEE}}{4N^2\sqrt{\pi}} \frac{1}{\sigma^3} \sum_{i=k-N}^{k-1} \sum_{j=k-N}^{k-1} (e_j - e_i) \cdot \exp\left[-\frac{(e_j - e_i)^2}{4\sigma^2}\right] [\mathbf{X}_j - \mathbf{X}_i]. \quad (3)$$

식(3)의 분모의 고정값 σ^3 는 커널폭 선택에 어려움을 주며 변하는 오차의 통계적 정보에 대응할 수 없다. 이에 A. Singh 등에 의해 MEE를 위한 커널폭 적응 추정 방법이 제안되었다⁹. 이 방법은 추정 오차확률밀도 $\hat{f}_E(e)$ 와 실제 확률분포 $f_E(e)$ 사이의 차이 (KL divergence, D_{KL})을 최소화시키는 최적 커널폭을 구하며 전개과정에서 커널폭과 무관한 $f_E(e)$ 를 제거하고 - 부호를 뺀 식(4)를 최대화하고 있다.

$$\begin{aligned} D_{KL}^{\wedge} &= E[\log \hat{f}_{E,\sigma}(e)] \\ &= E\left[\log \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{(e-e_i)^2}{2\sigma^2}\right)\right] \end{aligned} \quad (4)$$

시간 k에서 오차 e_k 와 커널폭 σ_k 의 비용함수(4)에 대해 순시 기울기는 다음과 같이 표현된다.

$$\begin{aligned} \partial D_{KL}^{\wedge}(\sigma_k) / \partial \sigma &= \frac{\sum_{i=k-N}^{k-1} \exp\left(-\frac{(e_k - e_i)^2}{2\sigma_k^2}\right) \left(\frac{(e_k - e_i)^2}{\sigma_k^3} - \frac{1}{\sigma_k}\right)}{\sum_{i=k-N}^{k-1} \exp\left(-\frac{(e_k - e_i)^2}{2\sigma_k^2}\right)} \end{aligned} \quad (5)$$

충격성 잡음의 영향으로 (5)는 크게 변동할 수 있으므로 $N = 1$ 을 적용하고 수렴상수 η 를 도입하여 안정하면서 간단한 커널폭 갱신 방정식 (6)을 얻을 수 있다⁹. 이 방식의 (6)과 (3)을 편의상 MEE-Sing라고 하겠다.

$$\sigma_{k+1} = \sigma_k + \eta \left[\frac{(e_k - e_{k-1})^2}{\sigma_k^3} - \frac{1}{\sigma_k} \right] \quad (6)$$

III. MEE-Singh의 문제점 분석

정상상태에서 $E[\sigma_{k+1}] = E[\sigma_k]$ 이고 오차샘플들 끼리, 그리고 커널폭과 오차가 서로 uncorrelated 하다고 가정하고 오차의 분산을 σ_E^2 로 정의하면 식(6)으로부터 $E[\sigma_k^2] = E[(e_k - e_i)^2]$ 을 얻게 된다. 따라서

$$E[\sigma_k^2] = E[(e_k - e_{k-1})^2] = 2\sigma_E^2 \quad (7)$$

기울기(5)의 통계적 평균을 0으로 놓으면 다음과 같이 최적 커널폭 제곱을 얻게 된다.

$$\sigma_{k,opt}^2 = E\left[\frac{\sum_{i=k-N}^{k-1} (e_k - e_i)^2 \exp\left(\frac{-(e_k - e_i)^2}{2\sigma_k^2}\right)}{\sum_{i=k-N}^{k-1} \exp\left(\frac{-(e_k - e_i)^2}{2\sigma_k^2}\right)}\right] \quad (8)$$

여기서 $(e_k - e_i)^2$ 을 $\nabla_{k,i} = (e_k - e_i)^2$ 로 대체하면 정상상태 (steady state)에서 $\nabla_{k,j}$ 는 매우 작은 값이 된다. 따라서

$$\begin{aligned} \sigma_{k,opt}^2 &= E\left[\frac{\sum_{i=k-N}^{k-1} \nabla_{k,i} \left(1 - \frac{\nabla_{k,i}}{2\sigma_k^2}\right)}{\sum_{i=k-N}^{k-1} \left(1 - \frac{\nabla_{k,i}}{2\sigma_k^2}\right)}\right] \\ &= \frac{1}{N} \sum_{i=k-N}^{k-1} E[(e_k - e_i)^2] \end{aligned} \quad (9)$$

$$\sigma_{k,opt}^2 = 2\sigma_E^2 \quad (10)$$

(7)과 (10)으로부터 정상상태에서 MEE-Singh의 커널폭이 수렴하는 최적 커널폭은 $\sigma_{k,opt} = \sqrt{2}\sigma_E$ 이며 매우 작은 값이 됨을 알 수 있다. 식(6)을 다음과 같이 순시 기울기 $\nabla_{\sigma,k}^{Singh}$ 로 다시 쓰면

$$\sigma_{k+1} = \sigma_k + \eta \cdot \nabla_{\sigma,k}^{Singh} \quad (11)$$

$$\nabla_{\sigma,k}^{Singh} = \frac{1}{\sigma_k^3} [(e_k - e_{k-1})^2 - \sigma_k^2] \quad (12)$$

충격과가 입력되는 순간, $(e_k - e_{k-1})^2$ 는 매우 큰

값이 되며 식 (12)도 양의 큰 값을 산출하므로 식(11)은 갑자기 크게 증가한 커널폭을 만든다. 이런 커널폭의 갑작스런 증가 현상은 충격과 잡음을 만날 때마다 발생하여 백색잡음 시간 구간에서도 $\sigma_{k,opt} = \sqrt{2}\sigma_E$ 에 이르지 못하게 한다. 만약 큰 η 로 이 문제를 해결하려 할 경우, 커널폭의 갑작스런 증가폭은 더욱 커진다. 따라서 충격과 발생율이 큰 상황에서 적절한 커널폭에 이르지 못하고 보다 큰 값을 중심으로 엇다운(up-down)을 반복할 수 있다.

충격과 발생율이 매우 작은 또는 백색잡음만 존재하는 경우 초기 상태의 큰 오차에 대해 커널폭은 큰 값을 유지하여 MEE 알고리즘의 수렴을 안정적으로 이끌어갈 수 있다^[12]. 그러나 정상상태로 갈수록 커널폭은 최적 커널폭 $\sigma_{k,opt} = \sqrt{2}\sigma_E$ 에 다가가며 작은 오차분산에 의해 이 커널값이 지나치게 작아진다는 점을 이 방식은 간과하고 있다. 이 최적 커널폭이 백색잡음하의 MEE 가중치 최적 수렴을 위한 커널폭과 어떤 관계인지 밝히는 이론적 분석이 필요하겠지만 차기 연구과제로 남기로 한다.

그리고 식(11)에서 수렴한 매우 작은 커널폭이 식 (3)의 커널폭 세제곱 σ^3 에 사용되면서 가중치 갱신이 크게 불안정해질 수 있다. 다음 절에서 보였듯이 (11)을 위한 커널폭과 (3)을 위한 커널폭이 실험에서는 완전히 서로 다른 값을 가짐을 관찰하였다. 따라서 MEE 가중치 수렴을 위한 커널폭은 달리 구해져야 한다.

IV. MEE가중치 갱신을 위한 새로운 커널폭 추정법

이 절에서는 시스템 오차의 평균 전력을 직접적으로 줄이도록 하는 커널폭 갱신 방법을 제안하고자 한다. 아래 그림 1에 기저대역 통신 모델과 제안한 커널폭 갱신 구조를 나타냈다. 가중치 $\mathbf{W}_{o,k}$ 와 커널폭 $\sigma_{o,k}$ 의 MEE 알고리즘으로 구성된 주필터 (main filter), 가중치 $\mathbf{W}_{\Delta,k}$ 와 $\sigma_{\Delta,k}$ 의 MEE 알고리즘으로 작동하는 부필터(sub-filter), 두 병렬 필터에 수신 신호가 동일하게 입력된다. 부필터를 위한 커널폭 $\sigma_{\Delta,k}$ 는 주필터의 $\sigma_{o,k}$ 와 간격 Δ 의 차이를 가진다.

$$\sigma_{\Delta,k} = \sigma_{o,k} + \Delta \quad (13)$$

주필터의 오차 $e_{o,k}$ 와 부필터의 오차 $e_{\Delta,k}$ 의 순시전력은 샘플평균에 의해 평균전력, $\varepsilon(e_{o,k})$ 와 $\varepsilon(e_{\Delta,k})$ 로 계산된다.

$$\varepsilon(e_{o,k}) = \frac{1}{N} \sum_{i=k-N}^{k-1} e_{o,i}^2 \quad (14)$$

$$\varepsilon(e_{\Delta,k}) = \frac{1}{N} \sum_{i=k-N}^{k-1} e_{\Delta,i}^2 \quad (15)$$

두 오차의 평균전력 (14)와 (15)를 비교하여 더 작은 오차전력 방향으로 주필터의 커널폭 $\sigma_{o,k}$ 를 갱신하는 것이 핵심이다. 미소한 간격 Δ 에 대해 오차의 평균전력 차이는 $\varepsilon(e_{\Delta,k}) - \varepsilon(e_{o,k})$ 이므로 현재 커널폭 $\sigma_{o,k}$ 에 대한 평균변화율을 구할 수 있다. 이 평균변화율을 순시 기율기로 활용하여 steepest descent 방법에 적용한다. 여기에 스텝 사이즈 μ_σ 를 도입하여 다음과 같이 커널폭을 갱신하고자 한다.

이 접근법은 오차 평균전력이 커널폭에 대해 concave 함수 형태라는 가정하에 전개하였다.

$$\sigma_{o,k+1} = \sigma_{o,k} - \mu_\sigma \frac{\varepsilon(e_{\Delta,k}) - \varepsilon(e_{o,k})}{\Delta} \quad (16)$$

이렇게 갱신된 $\sigma_{o,k+1}$ 와 Δ 차이를 가지는 $\sigma_{\Delta,k+1} = \sigma_{o,k+1} + \Delta$ 가 다음 샘플시간 $k+1$ 에 주필터의 MEE 가중치 갱신과 부필터의 MEE 가중치 갱신에 사용된다. 두 필터의 가중치 갱신은 동일하게 (3)의 MEE 알고리즘에 의한다. 제안 방식을 요약하면, 미소 커널폭 차이에 따른 오차전력의 평균변화율을 활용하여 MEE의 커널폭을 갱신한다.

V. 실험 결과 및 고찰

그림 1의 equalization 실험환경에서 MEE 학습법을 위한 커널폭 적응 추정 성능과 시스템 오차전력 (MSE)의 수렴 성능을 평가하였다. 송신단 심볼 집합 $\{-3, -2, 1, 3\}$ 에서 무작위 값 d_k 가 송신되며, $H(z) = 0.26 + 0.93z^{-1} + 0.26z^{-2}$ 을 다중 경로 채널로 사용하였다^[2]. 채널 출력은 비가우시안 충격성 잡음과 더해져 입력되며, 충격성 잡음 발생은 논문[13]에서

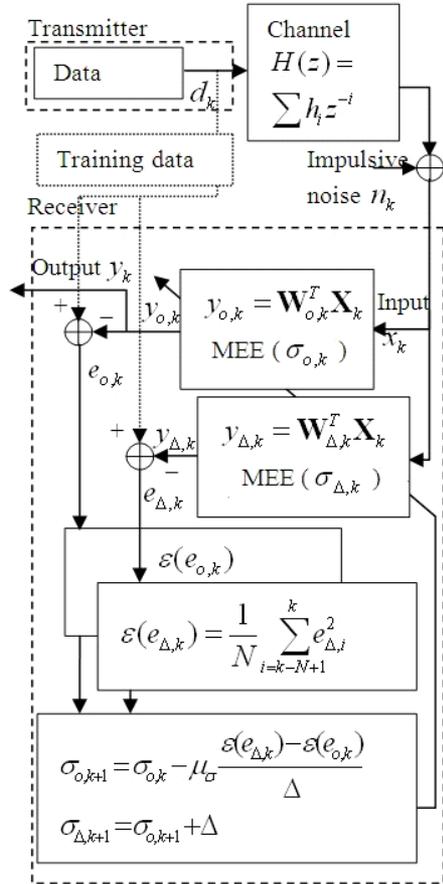


그림 1. 기저대역 통신 모델과 제한한 커널 추정 시스템
Fig. 1. Base-band communication model and proposed kernel update system.

제시한 방법으로, 백색 잡음 분산 0.001의 배경 백색 잡음에 발생율 0.03, 분산 50의 랜덤 충격과가 더해져서 만들어진다. 실험에 쓰인 충격성 잡음의 한 샘플을 그림 2에 나타냈다. Equalizer 입력 신호는 L=11개의 가중치와 선형 결합되어 출력을 만든다. 가중치 갱신을 위한 MEE 학습법에 필요한 샘플 크기 $N = 20$, $\mu_{MEE} = 0.01$, 커널폭 갱신을 위한 MEE-Singh의 $\eta = 0.0002$ (주필터에 적용), 제한한 방식의 $\mu_\sigma = 0.002$, $\Delta = 0.01$ 로 하였다. 이 변수들은 가장 낮은 MSE를 낳는 값으로 선택되었다.

먼저, 주어진 실험 조건에서 MEE 가중치 수렴의 최적 커널폭을 구하기 위해 0.6부터 1.2까지 고정 커널폭에 대한 MSE수렴 결과에서 백색잡음만 존재하는 경우의 수렴 성능은 그림3에, 충격성 잡음하의 수렴 성능은 그림4에 나타냈다. 두 경우 모두에 대해, 수렴

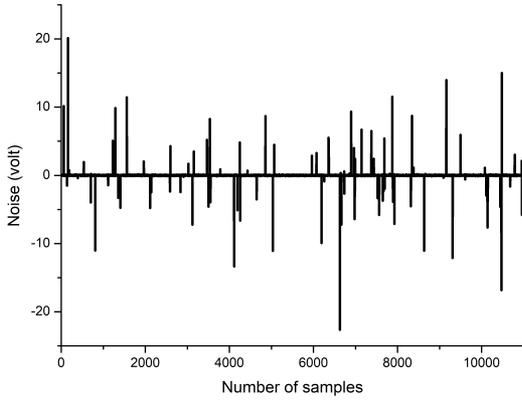


그림 2. 실험에 사용된 잡음의 한 샘플
Fig. 2. A sample of noise used in the experiment.

속도와 정상상태 MSE를 고려하면 약 1.0을 최적 커널폭으로 보아도 무난할 것이다.

그림 3의 백색잡음하 최적 커널폭 1.0에서 MEE 알고리즘의 정상상태 오차분산은 0.0044735로 나왔으며 이 경우, (6)과 (10)에 따른다면 $\sigma_{k,opt} = \sqrt{2}\sigma_E = 0.0945886$ 이 된다. 그림 3에서 커널폭 0.6의 정상상태 MSE가 커널폭 1.0 경우보다 크게 증가하고 있음을 고려하면, (6)을 채용한 MEE-Singh는 갱신 커널폭이 0.0945886을 향해 줄어들면서 오차는 다시 크게 증가하고 어느 정도 증가된 오차에 (6)은 다시 증가된 커널폭을 낮게 됨으로 MEE-Singh의 커널폭은 trade-off 값에서 머무르는 현상을 예상할 수 있다. 이 현상을 다음 그림5의 실험결과에서 확인할 수 있다. 백색잡음하에서 초기 커널폭을 1.0으로 하여 (6)의 제곱값 σ_k^2 (검은 선)과 (6)을 채용한 MEE-Singh의 2x오차분산

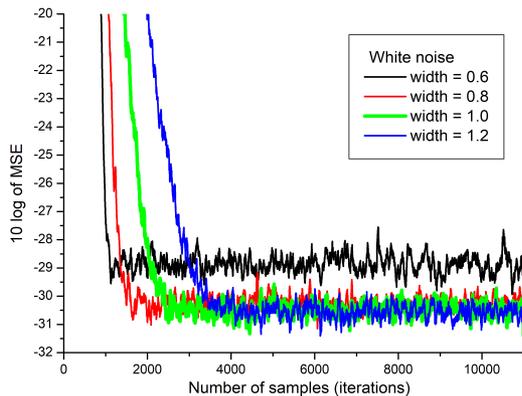


그림 3. 커널폭(width)에 따른 백색잡음하의 MEE 학습곡선
Fig. 3. MEE learning curves for various kernel widths in white noise environments.

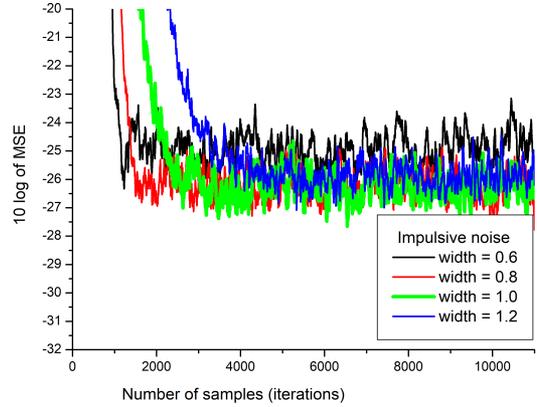


그림 4. 커널폭(width)에 따른 충격성 잡음하의 MEE 학습곡선
Fig. 4. MEE learning curves for various kernel widths in impulsive noise environments.

$2\sigma_E^2$ (회색선)을 비교하였다. 전반부 5000샘플 전까지 살펴보면, 수렴을 시작한 커널폭은 1.0을 향해 내려오며 오차 전력도 크게 감소함을 알 수 있다. 그러나 0.6 정도를 지나치면서 오차전력은 다시 증가를 시작하고 있다. 샘플수 5300 정도에서는 감소한 커널폭과 다시 증가한 오차가 서로 trade-off된 값 $\sigma_{k,opt}^2 \approx 2\sigma_E^2 = 0.2$ 근처에 정체를 하고 있어 식(10)의 이론적 분석값에 잘 부합함을 알 수 있다.

다음 그림 6은 충격성 잡음하에서 동일한 초기 커널폭 1.0에 대해 MEE-Singh의 커널폭과 오차의 추이

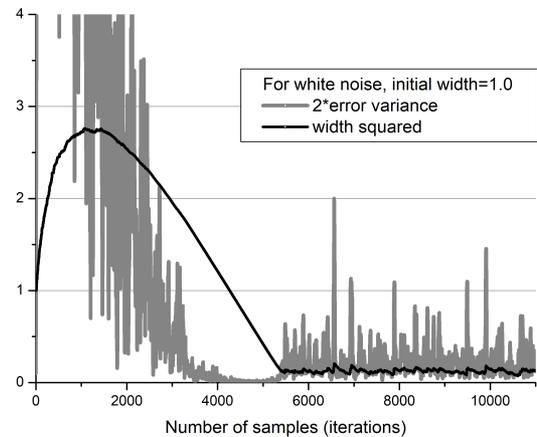


그림 5. 백색잡음하에서 MEE-Singh의 σ_k^2 (width squared)와 출력된 오차의 $2\sigma_E^2$ (2*error variance) 비교

Fig. 5. The comparison of σ_k^2 (width squared) of MEE-Singh and $2\sigma_E^2$ (2*error variance) in white noise environments.

를 비교하였다. 초반부 갱신된 커널폭이 1.0 을 향해 가면서 오차전력은 크게 줄어들고 있다. 그러나 충격파와 잡음이 입력되는 순간마다 갑자기 크게 증가한 커널폭이 되며 충격파가 없는 간격(백색잡음 구간) 다시 갱신을 통해 작아지는 값을 생산한다. 그러나 충격파를 만나는 순간마다 급상승 현상을 피할 수 없어 1 근방에 내려오지 못하고 있다. 결국, 충격성 잡음환경에서는 MEE-Singh의 커널폭은 증가를 거듭할 수 있고, 백색잡음 환경에서는 너무 감소하여 오히려 증가한 오차전력을 낳는다고 요약할 수 있다.

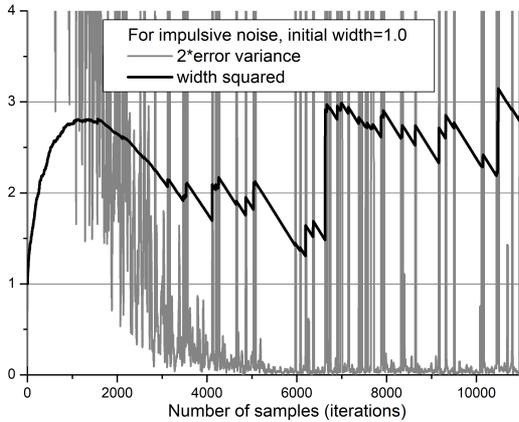


그림 6. 충격성잡음하에서 MEE-Singh의 σ_k^2 (width squared)와 출력된 오차의 $2\sigma_E^2$ (2*error variance) 비교.

Fig. 6. The comparison of σ_k^2 (width squared) of MEE-Singh and $2\sigma_E^2$ (2*error variance) in impulsive noise environments.

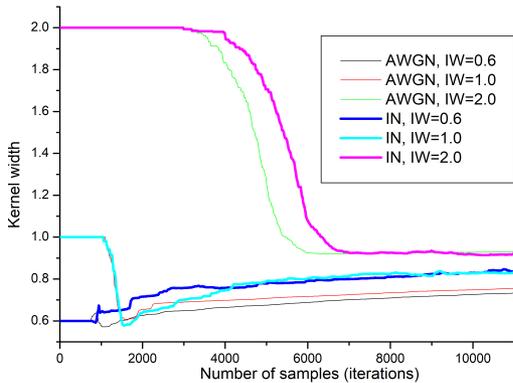


그림 7. MEE 학습법을 위해 제안한 적응 커널 추정방식의 커널폭 학습곡선(AWGN = Gaussian noise. IN = impulsive noise, IW = nitial width).
Fig. 7. Learning curves of kernel width of the proposed method (AWGN = Gaussian noise. IN = impulsive noise, IW = initial width).

다음 그림 7은 제안한 방식 (16)을 채용한 MEE 알고리즘의 커널폭 학습 곡선 결과를 나타냈다. 제안한 방식의 적응 커널폭은 첫째, 충격성 잡음의 충격파에 대한 영향을 받지 않음을 알 수 있다. 둘째, 잡음 환경이 백색이든 충격성이든 거의 같은 수렴 특성을 가진다. 셋째, 초기 커널값에 관계없이 모두 0.9 와 1.0 사이를 향해 수렴한다. 그러나 그림 8에 나타난 MEE-Singh 방법은 백색잡음하에서 0.4이하의 매우 작은 커널값으로 수렴하며 이는 그림 5의 오차분산 증가를 야기한다. 한편 충격성 잡음하에서는 모든 초기치 상황에 대해 충격과 잡음이 입력되는 순간마다 커널폭 증가를 일으켜서 적정 커널폭으로 내려오지 못하고 있음을 알 수 있다.

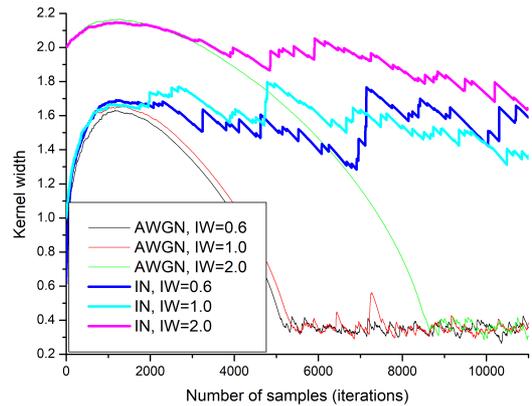


그림 8. MEE-Singh의 적응 커널폭 학습곡선(AWGN = Gaussian noise. IN = impulsive noise, IW = initial width).
Fig. 8. Learning curves of kernel width of MEE-Singh method (AWGN = Gaussian noise. IN = impulsive noise, IW = initial width).

VI. 결 론

기존의 MEE-Singh에 의한 커널폭 적응조절 방법은 오차 분포 추정의 최적화에 기반하여 백색잡음하에서는 커널폭은 매우 작은 값이 되어 오차전력 증가를 낮고 충격과 환경에서는 증가를 거듭하여 적정 커널폭으로 수렴되지 못한다. 이와 달리 이 논문에서 제안한 커널폭 갱신 방법은 커널폭에 대한 평균 오차전력의 평균변화율을 순시 기울기로 활용하여 steepest descent 방법으로 갱신하며 이렇게 설계된 MEE 적응 커널폭은 백색잡음과 충격성 잡음 환경 모두에 우수한 수렴 특성을 가지며 초기 커널폭 선택의 여유도를 크게 향상시킨다. 따라서 MEE 학습법을 채용하는 최근 많은 응용분야에서 난제의 하나였던 커널폭 선정

의 어려움 해소에 크게 기여할 것으로 판단된다.

References

- [1] J. Proakis, *Digital Communications*, McGraw-Hill, NY, 1989.
- [2] S. Haykin, *Adaptive Filter Theory*, Prentice Hall, Upper Saddle River, 4th Ed., 2001.
- [3] D. Erdogmus and J. Principe, "An entropy minimization algorithm for supervised training of nonlinear systems," *IEEE Trans. Signal Process.*, vol. 50, pp. 1780-1786, Jul. 2002.
- [4] J. Principe, *Information Theoretic Learning-Renyi's Entropy and Kernel Perspectives, Information Science and Statistics*, Springer, NY, 2010.
- [5] T. Hu, J. Fan, Q. Wu, and D. Zhou, "Learning theory approach to minimum error entropy criterion," *J. Mach. Learn. Res.*, vol. 14, pp. 377-397, 2013.
- [6] B. Chen, L. Xing, B. Xu, H. Zhao, and J. C. Principe, "Insights into the robustness of minimum error entropy estimation," *IEEE Trans. Neural Netw. Learn. Syst.*, vol. 29, pp. 731-737, Mar. 2018.
- [7] B. Chen, L. Dang, Y. Gu, N. Zheng, and J. Principe, "Minimum error entropy Kalman filter," *Automatica*, vol. 18, pp. 1-13, Apr. 2019.
- [8] N. Kim and A. Andanova, "Computationally efficient methods for decision feedback algorithms based on minimum error entropy," *Annu. J. Electron.*, pp. 17-19, 2014.
- [9] A. Singh and J. Principe, "Kernel width adaptation in information theoretic learning cost functions," in *Proc. ICASSP 2010*, pp. 2062-2065, Dalas, USA, Mar. 2010.
- [10] G. Wang, et al., "Adaptive filtering based on recursive minimum error entropy criterion," *Signal Process.*, vol. 179, 107836, Feb. 2021. <https://doi.org/10.1016/j.sigpro.2020.107836>
- [11] E. Parzen, "On the estimation of a probability density function and the mode," *Ann. Math. Stat.*, vol. 33, p. 1065, 1962.
- [12] D. Erdogmus and J. Principe, "Convergence

properties and data efficiency of the minimum error entropy criterion in adaline training," *IEEE Trans. Signal Process.*, vol. 50, pp. 1966-1978, Jul. 2003.

- [13] I. Santamaria, P. Pokharel, and J. Principe, "Generalized correlation function: Definition, properties, and application to blind equalization," *IEEE Trans. Signal Process.*, vol. 54, pp. 2187-2197, Jun. 2006.

김 남 용 (Namyong Kim)



1986년 2월 : 연세대학교 전자공학과 졸업
 1988년 2월 : 연세대학교 전자공학과 석사
 1991년 2월 : 연세대학교 전자공학과 박사
 1992년 2월~1998년 2월 : 카톨릭관동대학교 부교수

1998년 2월~현재 : 강원대학교 공학대학 전자정보통신공학부 교수
 <관심분야> 정보이론적 학습 (ITL), 통신신호처리
 [ORCID:0000-0003-4397-0456]