

# 제한된 피드백 기반 블록 다중화의 정규화 파라미터에 관한 연구

민 문 식\*

## On Regularization Parameter for Block Diagonalization with Limited Feedback

Moonsik Min\*

요 약

하향링크 다중사용자 시스템에서 블록 대각화의 성능은 정규화를 통해 더욱 높아질 수 있으며, 송신부가 하향링크 채널을 완벽히 알 수 있다면 최적의 정규화 파라미터의 값을 이론적으로 구할 수 있다. 하지만 제한된 피드백을 기반으로 블록 대각화를 수행하는 경우에는 정규화 파라미터에 다중사용자 간섭으로 인한 영향이 보정되어야 한다. 본 연구에서는 수신 안테나 수가 1보다 큰 경우 고려되어야 할 보정치에 대해 분석해보고자 한다.

**Key Words** : MIMO, limited feedback, block diagonalization, regularization parameter, multiuser interference

### ABSTRACT

In downlink multiple antenna systems, the performance of block diagonalization is improved by using an appropriate regularization parameter. The optimal value of the parameter can be obtained by an explicit form if the transmitter has a perfect channel state information. However, with limited feedback, the regularization parameter should be shifted reflecting the effect of the multiuser interference. This study investigates the behavior of

the regularization parameter with limited feedback, when the number of receive antennas is greater than one.

### I. 서 론

블록 대각화(BD: block diagonalization)는 구조가 간단한 반면 높은 주파수 효율을 가져 제한된 피드백 기반 하향링크 다중입출력(MIMO) 시스템에서 널리 활용되는 기법이다<sup>1-3</sup>. BD(수신안테나 수가 1이면 zero-forcing beamforming (ZFBF))의 성능은 정규화를 통해 더욱 높아질 수 있다<sup>4,5</sup>. 정규화된 BD (RBD: regularized BD)의 성능은 정규화 파라미터의 값에 따라 변하며, 송신부가 완벽한 하향링크 채널 정보를 가진 경우에는 이론적인 유도가 가능하다. 반면 채널이 부정확한 경우에는 채널 부정확도에 의한 값이 정규화 파라미터에 보정되어야 함이 밝혀졌다<sup>4</sup>. 하지만 해당 결과는 채널의 부정확도를 단순한 가우시안 잡음으로 표현하고 수신안테나 수( $N$ )를 1로 가정한 ZFBF 상황에 한정되어 얻어진 결과이다.

본 논문에서는  $N$ 이 1보다 큰 보다 일반적인 상황에서 제한된 피드백 기반의 RBD를 사용할 때 보정되어야 할 정규화 파라미터의 수치에 관해 분석한다.  $N=1$ 을 가정한 기존 연구<sup>4</sup>에서의 관측을 참조하여,  $N$ 이 1보다 큰 경우에도 노이즈의 평균값에 제한된 피드백으로부터 발생하는 다중사용자 간섭의 기댓값을 더한 형태의 보정치를 가정할 수 있다(이를 주 가정이라고 하자). 다만  $N$ 이 1보다 큰 경우, 다중 사용자 간섭은 양자화에 사용되는 거리 척도에 따라 변한다. [6]에서는 양자화 에러 행렬의 최대 eigenvalue 값을 거리척도로 사용하면, BD기반의 다중사용자 간섭의 확률적 분포를 분석하기가 용이함이 밝혀진바 있으며, 이를 통해 정규화 없는 BD 시스템을 사용했을 때의 양자화 정확도를 점근적으로 분석한 바 있다. 본 연구에서는 관점을 바꿔, 해당 결과를 RBD의 정규화 파라미터의 보정에 활용하고자 한다. 즉, 먼저 양자화 에러 행렬의 최대 eigenvalue를 거리척도로 가정하고, 이때의 정규화 파라미터에 적합한 보정치를 이론적으로 구한다(주 가정에 따르면 보정치는 사용자 간섭의 기댓값으로 예상되며, 해당 기댓값을 이론적으로 유도하기 위해 [6]의 일부 결과를 활용한다).

\* 이 성과는 정부(과학기술정보통신부)의 재원으로 한국연구재단의 지원을 받아 수행된 연구임(No. 2020R1F1A1071649)

• First and Corresponding Author : (ORCID:0000-0002-1206-3805)Kyungpook National University, School of Electronics Engineering, msmin@knu.ac.kr, 조교수, 정회원

논문번호 : 202103-073-A-LU, Received March 30, 2021; Revised April 16, 2021; Accepted April 17, 2021

이어서 이론적으로 구한 보정치를 사용하여 상기한 주 가정이 성립함을 실험을 통해 보일 수 있다.

하지만 이러한 이론적 보정치는 해당 거리 척도를 사용했을 때만 보장된 값이며, 다른 일반적인 거리 척도를 사용하거나 채널 추정 등이 고려되는 상황에서는 부정확할 수 있다. 그러나 다중사용자 간섭의 기댓값을 보정치로 사용할 수 있다는 주 가정 자체는 거리 척도에 무관하게 유효함을 실험을 통해 보일 수 있다 (일반적인 거리 척도에 대한 보정치의 이론적 유도는 어렵기 때문에 실험을 통해 보인다). 즉, 기댓값은 일반적으로 short-term으로 변하는 파라미터가 아니기 때문에, 실제 상황에서는 다중사용자 간섭을 수신부에서 측정하고, 그 기댓값을 long-term으로 피드백 하는 방법을 활용할 수 있다.

## II. 시스템 모델

하나의 기지국이  $M$ 개의 송신안테나를 통해  $K$ 명의 유저와 동시에 통신하는 시스템을 고려한다. 각 유저는  $N$ 개의 수신안테나를 가지며, 수신안테나의 총합,  $KN$ 은  $M$ 보다 작다고 가정한다. 각 유저의 수신 신호는

$$\mathbf{y}_k = \mathbf{H}_k^H \mathbf{x} + \mathbf{n}_k \quad (1)$$

로 주어지고, 여기서  $\mathbf{H}_k$ 는 유저  $k$ 와 기지국 사이의 채널 행렬이며, 각 원소가 독립적인 평균 0, 분산 1의 complex Gaussian 분포를 가진다. 송신 벡터  $\mathbf{x}$ 는  $\mathbf{x} = \sum_{i=1}^K \mathbf{V}_i \mathbf{s}_i$ 로 주어진다.  $\mathbf{n}_k$ 는 각 원소가 독립이고 평균 0, 분산 1을 가지는 complex additive Gaussian noise 벡터이다.  $\mathbf{V}_i$ 는 프리코딩 행렬이며,  $\mathbf{s}_i$ 는 유저  $i$ 를 위해 준비된 송신 신호 벡터이다. 송신 파워는  $E[\|\mathbf{x}\|^2] = P$ 로 제한되고, 각 유저에게 동일하게 분배된다. 각 유저는 자신의 채널을  $2^B$  사이즈의 코드북을 통해 양자화하여 피드백한다.

채널행렬의 특이값 분해(SVD: singular value decomposition)를  $\mathbf{H}_k = \bar{\mathbf{H}}_k \boldsymbol{\Sigma}_k \mathbf{U}_k^H$ 라 하면, 각 사용하는 제한된 피드백을 활용하여  $\bar{\mathbf{H}}_k$ 를 양자화 후 피드백 한다. 양자화 과정은 다음과 같다.

$$\hat{n}_k = \underset{j \in \mathcal{J}}{\operatorname{argmin}} d(\mathbf{W}_{k,j}, \mathbf{H}_k), \quad \hat{\mathbf{H}}_k = \mathbf{W}_{k,\hat{n}_k} \quad (2)$$

여기서  $\mathbf{W}_{k,j}$ 는 유저  $k$ 의  $j$ 번째 코드워드를 뜻하며 집합  $\mathcal{J} = \{1, \dots, 2^B\}$ 는 인덱스 집합이다. 또한,  $d(\cdot)$ 는 양자화에 사용되는 거리척도이다. 각 유저는 양자화 인덱스  $\hat{n}_k$ 를 송신부로 피드백 하며 송신부는 인덱스로부터 양자화 된 행렬  $\hat{\mathbf{H}}_k$ 를 구한다. 프리코딩 행렬은 피드백을 기반으로 RBD를 통해 구성 된다. 반복적인 최적화가 없는 RBD의 생성과정(논문 [5]의 Section II-B 참조)은 다음과 같다.

- $\Phi_k = [\hat{\mathbf{H}}_1 \cdots \hat{\mathbf{H}}_{k-1} \hat{\mathbf{H}}_{k+1} \cdots \hat{\mathbf{H}}_K]^H$
- $\Phi_k = \mathbf{E}_{k,0} \mathbf{D}_{k,0} (\mathbf{G}_{k,0})^H$  (SVD)
- $\mathbf{F}_{k,0}^{\text{RBD}} = \hat{\mathbf{H}}_k^H \mathbf{G}_{k,0} (\mathbf{D}_{k,0}^H \mathbf{D}_{k,0} + \alpha_{\text{BD}} \cdot \mathbf{I})^{-\frac{1}{2}}$
- $\mathbf{F}_{k,0}^{\text{RBD}} = \mathbf{E}_{k,2} \mathbf{D}_{k,2} (\mathbf{G}_{k,2})^H$  (Compact SVD)
- $\mathbf{F}_{k,1}^{\text{RBD}} \triangleq \mathbf{G}_{k,0} (\mathbf{D}_{k,0}^H \mathbf{D}_{k,0} + \alpha_{\text{BD}} \cdot \mathbf{I})^{-\frac{1}{2}} \mathbf{G}_{k,2}$ .
- $\mathbf{V}_k = \sqrt{\frac{N}{\operatorname{tr}(\mathbf{F}_{k,1}^{\text{RBD}})^H \mathbf{F}_{k,1}^{\text{RBD}}}} \cdot \mathbf{F}_{k,1}^{\text{RBD}}$ .

송신부의 채널 정보가 완벽하다고 가정하면, 정규화 파라미터는  $\alpha_{\text{BD}} = KN/P \equiv \alpha_1$ 으로 주어진다.

## III. 정규화 파라미터의 분석

$\alpha_1$ 은 송신부가 완벽한 채널 정보를 알고 있다고 가정했을 때의 최적값이며, 제한된 피드백을 사용할 경우에는 달라진다. [4]에서는 수신 안테나의 수가 1일 때(ZFBF), 채널 정보 에러로 인한 부정확도를 다음과 같이 보정해줘야 함을 보였다.

$$\alpha = M/P + z^2, \quad (3)$$

여기서  $z^2$ 은 채널의 부정확도에 의해 발생하는 오차의 파워값으로 볼 수 있다. 즉, 식 (3)은 기존의 열잡음에 채널 부정확도로 인한 노이즈를 추가로 보상해 준 정규화 파라미터로 해석할 수 있다. 식 (3)의 우변 첫 항에 곱해지는  $M$ 값을 BD에 사용되는 stream의 수라고 가정하고, (3)을  $N > 1$ 로 확장시키면 다음과 같이 가정할 수 있다.

$$\alpha_{\text{BD}} = NK/P + z_{\text{BD}}^2. \quad (4)$$

본 연구에서는 [4]의 연구를 참조하여,  $z_{\text{BD}}^2$ 의 값을 BD를 사용했을 때 각 스트림별로 발생하는 간섭 항의 기댓값으로 가정한다. 한편 RBD 행렬의 정규화 과정

( $\mathbf{D}_{k,0}^H \mathbf{D}_{k,0} + \alpha_{BD} \cdot \mathbf{I}$ )에서, 앞쪽의  $\mathbf{D}_{k,0}$  행렬들에는 채널의 이득이 반영되어 있지 않다(피드백 정보에 방향 정보행렬  $\bar{\mathbf{H}}_k$ 만 포함되어있기 때문). 따라서 본 연구에서는 보정치에 사용되는 오차로써 다중 사용자 간섭항을 채널 이득 행렬  $\Sigma_k$ 로 정규화한 아래의 평균값을 고려한다.

$$\bar{I}_U \triangleq \frac{1}{K-1} \sum_{m \neq k} \bar{\mathbf{H}}_k^H \mathbf{V}_m \mathbf{V}_m^H \bar{\mathbf{H}}_k \quad (5)$$

즉, 양자화로 인한 추가 오차를 반영하는  $\bar{I}_U$ 의 기댓값을 구하여 정규화 파라미터에 보정해 줌으로써 RBD의 성능을  $N > 1$ 인 경우에도 안정화 시킬 수 있을 것이라 예상할 수 있다.

다중 사용자 간섭  $\bar{I}_U$ 의 분포는 시스템의 양자화 과정에서 사용되는 거리척도에 따라 달라진다. 본 논문에서는 우선 기존 연구<sup>[6]</sup>에서 활용된 바 있는 양자화 에러 행렬의 최대 eigenvalue를 거리척도로 가정하여  $\bar{I}_U$ 의 파워를 구한다. 구한 파워를 바탕으로 식 (4)와 같이 정규화 파라미터를 보정하여, 제한된 피드백을 기반으로 BD를 활용할 때의 최적 정규화 파라미터를 찾고자 한다.  $\mathbf{W}_{k,j}$ 의 양자화 에러 행렬은

$$\bar{\mathbf{H}}_k^H (\mathbf{I}_{N_t} - \hat{\mathbf{H}}_k \hat{\mathbf{H}}_k^H) \bar{\mathbf{H}}_k \stackrel{ED}{=} \mathbf{E}_k \mathbf{\Lambda}_k \mathbf{E}_k^H \quad (6)$$

로 정의하며, 여기서  $\stackrel{ED}{=}$ 는 행렬의 eigen decomposition을 의미한다. 상기한 바대로 본 연구에서는 먼저 대각 행렬  $\mathbf{\Lambda}_{k,j}$ 의 성분 중 최대값( $\lambda_{k,j}$ 로 표기)을 (2)의 거리척도로 사용하여  $\bar{I}_U$ 의 기댓값을 구해 보고자하며, 이는 기존의 연구결과<sup>[6]</sup>를 적절히 활용하면 어렵지 않게 구할 수 있다.

예컨대, (2)의 거리척도로  $\lambda_{k,j}$ 를 사용했을 때 구한  $\lambda_{k,j}$ 의 최소값을  $\hat{\lambda}_k$ 라 하면,

$$\bar{I}_U(k) = \frac{1}{K-1} \sum_{m \neq k} \hat{\lambda}_k \bar{\mathbf{R}}_{k,m} \quad (7)$$

로 쓸 수 있다 ( $\bar{\mathbf{R}}_{k,m} = 1/\hat{\lambda}_k \cdot \bar{\mathbf{H}}_k^H \mathbf{V}_m \mathbf{V}_m^H \bar{\mathbf{H}}_k$ ). 추가로 [6]의 식 (63)의 quantization-cell 근사법을 사용하면  $\hat{\lambda}_k$ 의 평균값은  $\frac{N(M-N)\delta}{N(M-N)+1}$ 로 계산 된다

( $\delta = 2^{-B/(N(M-N))}$ ). Quantization-cell 근사법은 양자화 된 채널 정보의 확률적 분포를 이론적으로 분석하기 위해 많이 활용되는 근사법이며, 양자화 코드북을 구성하는 관점에서 점근적인 상계(upper bound)를 제공한다. 이어서 [6]의 Lemma4에 의하면  $\lambda_{k,j}$ 는  $\bar{\mathbf{R}}_{k,m}$ 와 독립임을 알 수 있다. 또한,  $\bar{\mathbf{R}}_{k,m}$ 의 평균값은 [6]의 식 (100)을 통해 아래와 같이 주어진다(이때, 본 논문의  $\bar{\mathbf{R}}_{k,m}$ 은 논문 [6]의  $\mathbf{R}_{\hat{n},m}$ 를 행렬  $\Sigma_k$ 로 정규화한 값으로 볼 수 있다):

$$\frac{N(M-N)+1}{M(M-N)} \cdot \mathbf{I} \quad (8)$$

따라서  $\bar{I}_U$ 의 평균값은  $\mathbb{E}[\bar{I}_U] = \delta N/M \cdot \mathbf{I}$ 가 된다. 요컨대, 거리 척도가  $\lambda_{k,j}$ 이면,  $\alpha_{BD}$ 는  $KN/P + \delta N/M \equiv \alpha_2$ 로 유도된다.

#### IV. 시뮬레이션 결과 및 결론

그림 1은 III절에서 구한  $\alpha_2$ 가 예상대로의 결과를 얻는지 여부를 보이고 있다. 마커가 없는 실선은 brute-force search를 사용해 numerical하게 찾은 최적의 정규화 파라미터를 사용한 결과이다. 기대한 대로 거리 척도로  $\lambda_{k,j}$ 를 사용하면  $\alpha_2$  값이 최적의 값에 근사한 결과를 얻을 수 있다. 그림 2는 [2]에서 제안된 expected SINR (eSINR)을 식 (2)의 거리척도로 사용한 경우의 sum rate이다(eSINR은 expected rate

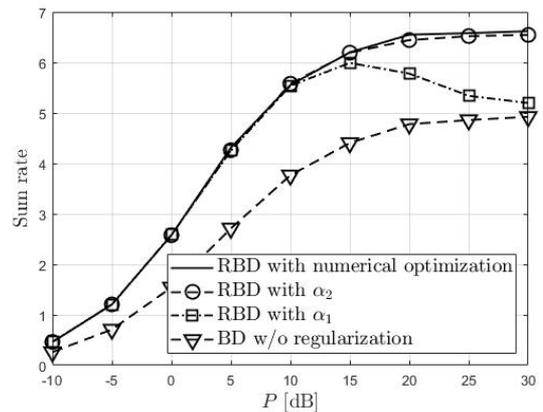


그림 1. 송신 파워 vs. Sum rate, 거리척도로  $\lambda_{k,j}$  사용,  $B=6$   
 Fig. 1. Transmit power vs. Sum rate, distance measure is  $\lambda_{k,j}$ ,  $B=6$

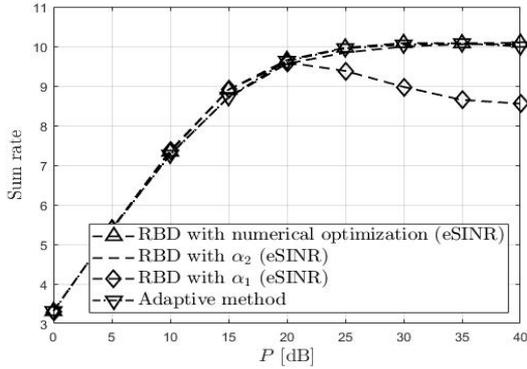


그림 2. 송신 파워 vs. Sum rate,  $B=10$   
 Fig. 2. Transmit power vs. Sum rate,  $B=10$

를 최대화 하며, 행렬간 거리척도로 널리 알려진 chordal distance보다 좋은 성능을 보인다<sup>2)</sup>. 피드백 비트 수가 지나치게 작지 않으면 잘 디자인 된 거리척도 간의 다중사용자 간섭량의 차이가 크지 않기 때문에,  $\alpha_2$ 를 사용해도, numerical 하게 최적화된 정규화 파라미터에 근사한 값을 얻을 수 있다.

본 논문에서 고려하지 않은 거리 척도를 사용하거나 채널 추정이 고려되는 경우와 같이 일반적인 환경에서는  $\alpha_2$ 가 이론적으로 보장된 최적값이 아닐 수 있다. 이러한 경우에도 본 논문의 주 가정은 여전히 성립하므로, 수신부에서 다중사용자 간섭(5)의 empirical 평균을 구한 후 피드백 하는 방법을 사용할 수 있다. 그림 2의 adaptive method가 이러한 방법의 성능을 보여주고 있으며, adaptive method가  $\alpha_2$ 를 사용했을 때보다 일부 구간에서 약간이지만 높은 성능을 보임을 확인할 수 있다. 이는  $\alpha_2$ 가 eSINR을 사용했을 때의 다중사용자 간섭을 완벽히 추정하지는 못하기 때문이다. 이러한 adaptive method를 사용할 경우, empirical 추정값을 피드백하기 위해 추가로 통신 자원을 소모하지만, 본 연구에서 보인 것처럼 정규화 파라미터는 간섭항의 기댓값(평균)으로 보상이 가능하므로 매 통신 프레임마다 피드백을 보낼 필요는 없다. 즉, 일정 프레임이 지날 때마다 long-term 피드백을 수행할 수 있으므로 상향링크의 자원소모가 비교적 크지 않다고 볼 수 있다.

## References

- [1] L. D. Nguyen, H. D. Tuan, T. Q. Duong, and H. V. Poor, "Multi-user regularized zero-forcing beamforming," *IEEE Trans. Sig. Processing.*, vol. 67, no. 11, pp. 2839-2853, Jun. 2019
- [2] M. Min, Y.-S. Jeon, and G.-H. Im, "On achievable multiplexing gain of BD in MIMO broadcast channels with limited feedback," *IEEE Trans. Wireless Commun.*, vol. 15, no. 2, pp. 871-885, Feb. 2016.
- [3] S. Jung and M. Min, "On the optimal feedback rate for BD with limited feedback in cellular networks," in *Proc. KICS Fall Conf. 2019*, pp. 0511-0512, Kookmin Univ., Korea, Nov. 2019.
- [4] Z. Wang and W. Chen, "Regularized zero-forcing for multiantenna broadcast channels with user selection," *IEEE Wireless Commun. Lett.*, vol. 1, no. 2, pp. 129-132, Apr. 2012.
- [5] V. Stankovic and M. Haardt, "Generalized design of multi-user mimo precoding matrices," *IEEE Trans. Wireless Commun.*, vol. 7, no. 3, pp. 953-961, Mar. 2008.
- [6] T.-K. Kim and M. Min, "On the accuracy of quantization cell approximation in mimo broadcast systems based on limited feedback," *IEEE ACCESS*, vol. 8, pp. 73432-73450, Apr. 2020.