논문 21-46-08-04 The Journal of Korean Institute of Communications and Information Sciences '21-08 Vol.46 No.08
https://doi.org/10.7840/kics.2021.46.8.1251

MIMO 시스템을 위한 QR 분해 기반 MMSE 반복 등화기

팽 대 원•, 기 지 연*, 임 아 름*, 박 상 준°

QR Decomposition Based MMSE Iterative Equalizer for MIMO Systems

Daewon Paeng•, Jiyeon Ki*, Areum Lim*, Sangjoon Park°

요 약

본 논문에서는 MIMO 시스템을 위해 QR 분해에 기반을 둔 MMSE 반복 등화기를 제안한다. 기존 MMSE 반복 등화기의 복잡도 감소를 위해, 제안 기법에서는 채널 행렬에 대한 QR 분해를 통해 얻어진 유니타리 행렬을 이용한 선형 변환을 통해 새로운 시스템 모델을 생성한 후 해당 시스템 모델을 통한 MMSE 반복 등화 과정을 진행한다. 이 때 선형 변환된 시스템 모델의 유효 채널 행렬은 송신 안테나의 수에 따라 크기가 결정되는 상삼각 행렬이므로, 제안 기법은 MIMO 시스템의 수신 안테나의 수가 증가할수록 MMSE 필터 행렬 계산 과정에서 보다 많은 복잡도 절감을 기대할 수 있다. 모의실험 결과 제안 기법이 송수신 안테나의 수에 관계없이 기존 기법과 동일한 비트 오율 성능을 달성함을 확인하였다.

Key Words : MIMO, MMSE, Iterative Equalizer, QR Decomposition, Linear Transformation

ABSTRACT

In this letter, we propose an MMSE iterative equalizer based on QR decomposition for MIMO systems. To reduce the complexity of existing MMSE iterative equalizer, the proposed scheme generates a new system model through linear transformation by a unitary matrix obtained from QR decomposition of the original channel matrix, and then performs the MMSE iterative equalization procedure based on the new system model. Because the effective channel matrix is an upper-triangular matrix whose size is determined by the number of transmit antennas, the proposed scheme can expect more complexity savings for the MMSE filter matrix calculation as the number of received antennas increases. Simulation results show that the proposed scheme achieves the identical BER performance to the conventional MMSE iterative equalizer regardless of the numbers of transmit and receive antennas.

Ⅰ. 서 론

공간 다중화 (spatial multiplexing) 방식이 적용된 MIMO (Multiple-Input Multiple-Output) 시스템에서는 복수개의 송신 안테나로부터 동시에 전송된 신호들을 분리하여 검출하여야 한다.[1-5] MMSE (Minimum Mean-Square-Error) 등의 선형 검출 기법은 낮은 복잡도를 요구하는 반면 오류 성능이 크게 열화되며, 반면 ML (Maximum Likelihood) 검출 기법은 최적의 오류 성능을 달성하는 한편 송신 안테나의 수 및 변조 지수에 따라 지수적으로 증가하는 복잡도를 요구한다. 따라서 MIMO 시스템을 위한 다양한 준최적 검출 기법들이 연구되어 왔다.

MMSE 반복 등화기는 반복적인 연판정 간섭 제거를 통해 최적의 ML 검출 대비 낮은 복잡도로 준최적 오류 성능을 달성할 수 있는 검출 기법으로 알려져 있다.[2,3] 하지만 이러한 MMSE 반복 등화기 또한 MMSE 필터 행렬 계산 과정에서 수신 안테나 수의 제곱에 비례하는 복잡도가 필요하여, 따라서 송신 안테나 수 이상의 수신 안테나 수를 요구하는 공간 다중화 MIMO 시스템에서 매우 높은 복잡도를 요구하게 된다.

※ 이 논문은 2019년도 과학기술정보통신부의 재원으로 한국연구재단의 지원을 받아 수행된 연구임(No. NRF-2019R1C1C1003202).
• First Author : Kyonggi University, Department of Electronic Engineering, fora22@naver.com, 학사과정, 학생회원
° Corresponding Author : (ORCID:0000-0002-6684-9803) Kyonggi University, Department of Electronic Engineering, sj.park@kgu.ac.kr, 조교수, 정회원
* Kyonggi University, Department of Electronic Engineering, rlwldus305@naver.com, 학사과정; dkfma4915@naver.com, 학사과정, 학생회원
논문번호 : 202105-094-A-LU, Received May 1, 2021; Revised May 10, 2021; Accepted May 14, 2021

이러한 기존 MMSE 반복 등화기의 MMSE 필터 행렬 계산 과정의 복잡도 절감을 위해, 본 논문에서는 QR 분해 기반의 선형 변환을 적용한 MMSE 반복 등화기를 제안한다. 제안 기법에서는 채널 행렬에 대한 QR 분해를 통해 얻어진 유니타리 행렬을 이용한 선형 변환을 수행하여 새로운 시스템 모델을 생성하고, 이를 바탕으로 MMSE 반복 등화 과정을 진행한다. 이때 선형 변환된 시스템 모델의 유효 채널 행렬은 송신 안테나의 수에 따라 크기가 결정되므로, 제안 기법은 MIMO 시스템에서 수신 안테나의 수가 증가할수록 보다 많은 복잡도 절감을 기대할 수 있다.

Ⅱ. 시스템 모델

본 논문에서는 N개의 송신 안테나 및 $M(\geq N)$개의 수신 안테나를 가진 MIMO 시스템을 가정한다. 송신단에서는 매 전송 시간마다 $N\times 1$ 송신 신호 벡터 $\boldsymbol{x}=[x_1,\cdots,x_N]^T$를 생성하여 전송한다. 이러한 $\boldsymbol{x}$의 전송에 따른 $M\times 1$ 수신 신호 벡터 $\boldsymbol{y}$은 다음과 같이 나타난다.

$$\boldsymbol{y}=\boldsymbol{Hx}+\boldsymbol{n} \tag{1}$$

식 (1)에서 $\boldsymbol{H}$는 송수신단 사이의 $M\times N$ 채널 행렬이며 $\boldsymbol{n}$은 $M\times 1$ 가우시안 (Gaussian) 잡음 벡터로 각 원소들은 평균이 0이고 분산이 σ^2이다.

Ⅲ. 제안 QR 분해 기반 MMSE 반복 등화기

제안 기법은 반복 등화 과정의 시작에 앞서 우선 채널 행렬에 대한 QR 분해를 수행하고 이를 바탕으로 시스템 모델에 대한 선형 변환을 진행한다. 구체적으로 $\boldsymbol{H}$에 대한 QR 분해를 통해 $M\times M$ 유니타리 행렬 $\boldsymbol{Q}$를 얻었을 때, $(M-N)\times N$ 크기의 영행렬 (all-zero matrix) 0에 대해서 $\boldsymbol{H}=\boldsymbol{Q}[\boldsymbol{R}^T 0^T]^T$의 관계가 성립한다. 따라서 $\boldsymbol{Q}^H$를 곱하여 선형 변환된 후 영행렬에 해당하는 부분을 제외한 시스템 모델은 다음과 같다.[4,5]

$$\boldsymbol{y}'=\boldsymbol{Rx}+\boldsymbol{n}' \tag{2}$$

식 (2)에서 $\boldsymbol{y}'$ 및 $\boldsymbol{n}'$는 각각 선형 변환 이후의 새로운 시스템 모델에 대한 수신 신호 벡터 및 잡음 벡터이다. 또한 $\boldsymbol{R}$은 $N\times N$ 상삼각 (upper triangular) 행렬로 선형 변환된 시스템 모델의 유효 채널 행렬이 된다.

이러한 QR 분해 기반 선형 변환에 따른 초기화 과정을 진행한 이후, $i(\geq 1)$번째 반복 과정에서 $x_n(1\leq n\leq N)$의 검출을 위한 MMSE 필터는 다음과 같이 계산될 수 있다.

$$\boldsymbol{f}_{i,n}^{proposed}=\boldsymbol{r}_n^H(\boldsymbol{RD}_{i,n}\boldsymbol{R}^H+\sigma^2\boldsymbol{I}_N)^{-1} \tag{3}$$

식 (3)에서 $\boldsymbol{r}_n$는 선형 변환된 시스템의 유효 채널 $\boldsymbol{R}$의 n번째 열이며, $\boldsymbol{I}_N$은 $N\times N$ 단위 행렬 (identity matrix)이다. 또한 $\boldsymbol{D}_{i,n}$는 n번째 주대각 원소 1을 제외하고 이전 검출 과정에서 계산된 다른 심볼들 $x_{n'}(n'\neq n)$들의 추정 분산치만 포함하는 $N\times N$ 대각 행렬 (diagonal matrix)이다.

한편, 기존 기법은 식 (3)의 $\boldsymbol{R}$ 대신 $\boldsymbol{H}$를 이용한 MMSE 필터 계산을 다음과 같이 수행한다.[2]

$$\boldsymbol{f}_{i,n}^{conventional}=\boldsymbol{h}_n^H(\boldsymbol{HD}_{i,n}\boldsymbol{H}^H+\sigma^2\boldsymbol{I}_M)^{-1} \tag{4}$$

식 (4)에서 $\boldsymbol{h}_n$는 MIMO 시스템의 채널 $\boldsymbol{H}$의 n번째 열이며, $\boldsymbol{I}_M$은 $M\times M$ 단위 행렬이다.

식 (3) 및 (4)를 비교할 때, 제안 기법은 선형 변환을 이용하여 기존 기법의 매 반복 등화 과정에서 수행되는 $M\times N$ 채널 행렬 $\boldsymbol{H}$를 이용한 연산들을 $N\times N$ 채널 행렬 $\boldsymbol{R}$을 이용한 연산으로 대신하여 진행함을 알 수 있다. 통상적인 공간 다중화 시스템에서 수신 안테나의 수 (M)가 송신 안테나의 수 (N) 이상임을 가정하면, 제안 기법을 통해 공간 다중화 시스템에서 MMSE 반복 등화기의 복잡도를 절감할 수 있다. 특히, 유니타리 행렬을 이용한 선형 변환 이후의 잡음 ($\boldsymbol{n}'$)은 선형 변환 이전의 잡음($\boldsymbol{n}$)과 동일한 전력을 가지게 된다.[4,5] 따라서 제안 기법은 $M>N$ 인 경우 기존 기법 대비 오류 성능의 열화 없이 복잡도 절감을 달성할 수 있다.

다음으로는 제안 기법과 기존 기법의 연산량을 구체적으로 계산하여 비교한다. 먼저 제안 기법의 경우 식 (3)에서 $N\times N$ 행렬 및 $N\times N$ 행렬의 곱과 $N\times N$ 행렬의 역행렬 연산이 요구되며, 이를 위해 각 반복 과정에서 매 x_n의 검출을 위해 $O(2N^3)$의 연산량을 요구한다. 또한 초기화 과정에서 QR 분해의 진행을 위해 $O(MN^2)$의 연산량이 요구된다. 따라서 $I_{\max}$번의 반복 과정을 거칠 경우, 제안 기법의 각 반복 과정에서 매 x_n의 검출을 위해 요구되는 연산량은

$O(MN^2/I_{\max}+2N^3)$이다. 반면, 기존 기법의 경우 식 (4)에 나타나듯이 해당 연산들이 각각 $M\times N$ 행렬 및 $N\times M$ 행렬의 곱과 $M\times M$ 행렬의 역행렬 연산으로 수행되므로, 매 x_n의 검출을 위해 $O(M^3+M^2N)$의 연산량이 요구된다. 송수신 안테나 수의 비율 a를 정의하여 $M=aN$으로 둘 때, 제안 및 기존 기법에서 한 번의 MMSE 필터 계산을 위한 연산량은 $O((2+a/I_{\max})N^3)$ 및 $O((a^3+a^2)N^3)$이다. 따라서 $M\geq N$인 공간 다중화 시스템에서 제안 기법은 QR 분해를 위한 선형 변환 과정에서의 추가적인 연산량을 고려하여도 수신 안테나의 수가 증가할수록 기존 기법 대비 복잡도를 크게 절감할 수 있음을 확인할 수 있다.

추가적으로, 기존 기법에서 사용하는 채널 행렬 $\boldsymbol{H}$는 모든 원소가 non-zero인 반면 제안 기법의 유효 채널 행렬 $\boldsymbol{R}$은 하삼각 (lower triangular) 부분의 원소가 모두 0인 상삼각 행렬이다. 따라서 알고리즘 구현 시 0인 부분의 연산을 제외하도록 설계시 추가적인 복잡도 절감 효과를 기대할 수 있다. 구체적으로, 식 (4)의 $M\times M$ 행렬 $\boldsymbol{HD}_{i,n}\boldsymbol{H}^H$의 각 원소 계산을 위해 $2N$번의 복소 곱셈이 요구되나, 식 (3)의 $N\times N$ 행렬 $\boldsymbol{RD}_{i,n}\boldsymbol{R}^H$의 (i,j)번째 원소 계산을 위해서는 $(2N+2-i-\max(i,j))$번의 복소 곱셈이 요구된다.

Ⅳ. 모의실험 결과 및 결론

그림 1에서는 기존 기법 및 제안 기법의 송수신 안테나 수 및 반복 과정의 수에 따른 평균 BER (Bit-Error Rate) 성능을 비교하였다. 이 때 채널 환경으로 레일리 (Rayleigh) 채널을 고려하였으며, 비부호화 시스템에서 QPSK (Quadrature Phase Shift Keying) 변조 기법이 적용됨을 가정하였다. 그림 1의 결과를 통해 제안 기법은 송수신 안테나 수 및 반복 과정의 수에 상관없이 기존 기법과 항상 동일한 BER 성능을 달성함을 확인할 수 있다. 이는 앞서 기술한 바와 같이 유니타리 행렬을 통한 선형 변환은 선형 변환 이전의 시스템 대비 잡음 전력이 동일하기 때문이다.[4,5]

이와 같이 본 논문에서는 공간 다중화 MIMO 시스템에서 MMSE 반복 등화기의 복잡도 절감을 위한 QR 분해 기반 MMSE 반복 등화기를 제안하였다. 제안 기법은 수신 안테나의 수가 증가할수록 기존 기법 대비 더욱 큰 복잡도 절감이 가능하며, 또한 송수신 안테나 및 반복 과정의 수와 관계없이 기존 기법과 동일한 오류 성능을 얻을 수 있음을 확인하였다. 이 때 제안 기법이 적용된 시스템에서 송수신 안테나의 수가 유사하거나 최대 반복 과정의 수가 작은 경우에는 기존 기법 대비 높은 복잡도를 요구할 수 있다. 이러한 제안 기법에서 유효 채널 행렬이 상삼각 구조임을 이용할 수 있는 구체적인 검출 알고리즘의 개발이 필요하며, 이에 대한 연구는 향후 과제로 남는다.

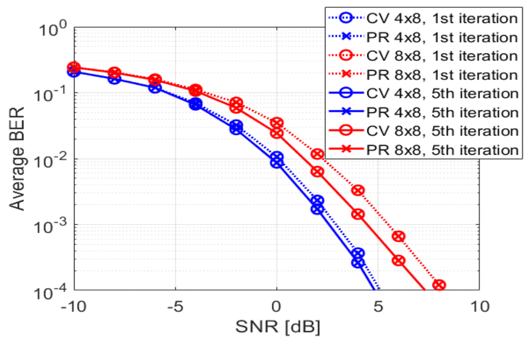

그림 1. 기존 기법 및 제안 기법의 BER 성능 비교
Fig. 1. Average BERs of the conventional and proposed schemes

References

[1] S. Yang and L. Hanzo, "Fifty years of MIMO detection: The road to large-scale MIMO," *IEEE Commun. Surv. Tuts.*, vol. 17, no. 4, pp. 1941-1988, Sep. 2015.

[2] M. Tuchler, et al., "Minimum mean squared error equalization using a priori information," *IEEE Trans. Signal Process.*, vol. 50, no. 3, pp. 673-683, Aug. 2002.

[3] M. Lee and K. Yang, "Bit-to-symbol mapping strategy for LDPC-coded turbo equalizers over high order modulations," *J. KICS*, vol. 35, no. 5, pp. 432-438, May 2010.

[4] D. Wubben, et al., "MMSE extension of V-BLAST based on sorted QR decomposition," in *Proc. 58th IEEE VTC*, Oct. 2003.

[5] S. Park and S. Choi, "QR decomposition aided belief propagation detector for MIMO systems," *Electron. Lett.*, vol. 51, no. 11, pp. 873-874, May 2015.