

단일 비트 ADC를 사용하는 다중입출력 시스템의 채널 용량 하계에 관한 연구

민 문 식*

A Lower Bound on the Capacity of MIMO Channels with One-Bit ADCs

Moonsik Min*

요 약

단일 비트 ADC는 5G이후의 이동통신 핵심 요소 기술인 대용량 다중입출력 시스템과 mmWave대역 통신을 실현하기 위한 핵심 기술 중 하나로 널리 연구되고 있다. 하지만 단일 비트 ADC를 사용하는 다중 입출력 시스템의 채널 용량은 이론적으로 정확히 밝혀져 있지 않으며 대신에 상계와 하계들이 연구된 바 있다. 본 연구에서는 zero-forcing 기법을 기반으로 하는 알고리즘을 제시하여 기존의 하계 보다 정확히 채널용량을 근사하는 새로운 하계를 제안하고자 한다.

Key Words : One-bit ADC, MIMO, channel capacity, zero-forcing beamforming, mutual information

ABSTRACT

One-bit ADC has been studied as a useful solution to resolve inherent problems in massive multiple-input and multiple-output (MIMO) systems and mmWave communications in 5G and beyond 5G standards. However, the capacity of a MIMO channel using one-bit ADCs is not known in an explicit form. As an alternative, upper and lower bounds have been derived in the literature. In this study, we consider a zero-forcing-based algorithm to provide a closer lower bound for the capacity of a MIMO

channel with one-bit ADCs.

I. 서 론

대용량 다중입출력(MIMO: multiple input and multiple output)시스템과 mmWave대역의 활용은 5G 이후의 이동통신 시스템의 핵심 요소 기술로 각광받고 있다. 하지만 해당 기술들은 방대한 신호 처리량과 하드웨어 코스트, 그리고 파워 소모 등, 상용화를 위해 해결되어야 할 많은 문제들을 지니고 있다¹⁾. 이러한 문제를 해결하기 위해 finite resolution analog-to-digital converter (ADC)의 사용이 고안되고 있다^{1),2)}. 특히, MIMO 채널에 단일비트(one-bit) ADC를 적용한 시스템의 경우가 하나의 예시로서 다수의 중요한 논문에서 연구되고 있지만 해당 시스템의 채널 용량은 이론적으로 정확히 밝혀진 바 없다. 대신에 기존의 연구²⁾에서는 채널 용량에 대한 상계(upper bound)와 하계(lower bound)를 제안한 바 있다. 특히 상계는 이론적인 값이 유도되었지만 제안된 하계와의 차이(gap)가 비교적 큰 편이다. 단일 비트 ADC의 주요 타겟이 낮은 SNR 영역인 것을 고려하여 최근에는 낮은 SNR에서 채널용량을 근사하는 연구가 이뤄진바 있다³⁾. 이전 연구²⁾에서 제안한 하계는 zero-forcing beamforming (ZFBF)을 통해 MIMO 채널을 독립적인 복수의 채널로 분리시킴으로써 얻을 수 있으며 실제로 쉽게 구현 가능하다는 장점이 있다(여기서 ZFBF은 채널의 역행렬을 활용하여 복수의 독립된 채널을 만드는 기법이다^{4,5)}). 해당 하계²⁾는 가용한 rank를 모두 활용하며 full multiplexing을 지원하도록 ZFBF을 수행하고 있다.

한편 단일 비트 ADC를 사용하지 않는 기존의 MIMO 채널의 경우, 단순히 채널 용량을 최대화하는 관점에서는 주어진 eigen 채널들을 모두 활용하는 것이 항상 좋은 결과로 이어지진 않는다(MIMO 채널의 용량을 최대화하는 파워 분배가 water filling algorithm으로 나타난다는 점을 보면 명확하다). 이는 MIMO 채널의 용량이 $1+\text{SNR}$ 의 logarithm의 형태로 주어지기 때문이다. 본 논문에서는 단일 비트 ADC를 활용하는 경우에도 이와 같은 개념이 동일하게 유지됨을 보이고자 한다. 즉, 단순히 MIMO 채널이 내재하는 모든 rank를 기계적으로 활용하는 것은 바람직하지 않으며, ZFBF을 활용하더라도 적절한 개수의 수신

* 이 성과는 정부(과학기술정보통신부)의 재원으로 한국연구재단의 지원을 받아 수행된 연구임(No. 2020R1F1A1071649)

* First and Corresponding Author : (ORCID:0000-0002-1206-3805)Kyungpook National University, School of Electronics Engineering, mmin@knu.ac.kr, 조교수, 정회원

논문번호 : 202105-111-A-LU, Received May 26, 2021; Revised June 2, 2021; Accepted June 2, 2021

안테나를 효율적으로 선택하여 송신 파워를 집중하는 것이 높은 성능을 얻을 수 있음을 보이고자 한다. 이는 상기한 바와 같이 단일 비트 ADC를 사용하지 않는 기존의 MIMO 채널에서와 유사한 현상이며, 낮은 SNR에서는 다중 채널을 활용하여 공간다중화를 수행하는 것보다 일부의 채널에 송신 파워를 집중함으로써 array 이득을 획득하는 것이 유리한 점과 상통한다. 단일 비트 ADC를 사용하였을 때의 단일입출력(SISO: single input and single output) 채널 용량의 함수가 단일 비트 ADC가 없는 SISO 채널의 그것과 다름에도 유사한 해석이 가능함은, 해당 함수의 성질이 기존의 것과 일부 같은 성질을 내포하므로 해석할 수 있다.

II. 시스템 모델

본 논문에서는 하나의 송신기가 하나의 수신기와 통신하는 point-to-point 다중안테나 시스템을 고려한다. 송신부는 M 개, 수신부는 N 개의 안테나를 각각 보유한다. 송수신기 사이의 채널은 단일 탭으로 가정한다. 따라서 수신기의 N 개의 안테나에 도착하는 복소 신호는

$$\mathbf{y} = [y_1, \dots, y_N]^T = \mathbf{H}\mathbf{x} + \mathbf{w} \quad (1)$$

로 주어지고, 여기서 \mathbf{H} 는 송수신기 사이의 채널 행렬이다(문제를 간단히 하기 위해 $M \geq N$ 으로 가정하고, 채널 행렬은 full rank를 가진다고 가정한다). \mathbf{x} 는 송신벡터를 뜻하며, \mathbf{w} 는 각 원소가 독립이고 평균 0, 분산 1을 가지는 complex additive Gaussian noise 벡터이다.

각 수신안테나 별 수신 신호의 실수부와 허수부는 각각 독립적인 단일 비트 양자화기(quantizer)에 연결된다. 본 논문에서는 대칭형(symmetric) 양자화기를 사용한다. 양자화 된 수신 신호는

$$\mathbf{r} = [r_1, \dots, r_N]^T = T(\mathbf{y}) \quad (2)$$

로 표기할 수 있으며, 여기서 $T()$ 는 각 원소별로 동작하는 signum 함수를 뜻한다. 따라서 r_i 는 y_i 가 0보다 크면 1, 그렇지 않으면 -1의 값을 가진다. 송신부가 채널정보를 완벽히 알 수 있다고 가정하면 채널의 용량(channel capacity)은

$$C = \sup_{\Pr(\mathbf{x}) : \text{tr}(\mathbb{E}(\mathbf{x}\mathbf{x}^*)) \leq P_t} I(\mathbf{x}; \mathbf{r}) \quad (3)$$

로 주어지며^[2], 상호정보(mutual information)는 다음과 같이 정의 된다:

$$I(\mathbf{x}; \mathbf{r}) = \int_{\mathbf{x}} \sum_{\mathbf{r}} \Pr(\mathbf{x}) \Pr(\mathbf{r}|\mathbf{x}) \log_2 \frac{\Pr(\mathbf{r}|\mathbf{x})}{\Pr(\mathbf{r})} d\mathbf{x} \quad (4)$$

여기서 P_t 는 평균 송신 파워를 뜻한다.

III. 채널 용량 분석

본 논문에서는 기존에 제안된 ZFBF 기반의 하계를(특히 낮은 SNR에서) 보다 채널용량에 가까운 값을 가질 수 있도록 향상시키는 방법을 제안한다. 기존의 연구^[2]에서는 단순히 모든 안테나를 ZFBF에 활용하여 송신신호를

$$\mathbf{x} = \sqrt{\frac{P_t}{\text{tr}((\mathbf{H}\mathbf{H}^H)^{-1})}} \mathbf{H}^H (\mathbf{H}\mathbf{H}^H)^{-1} \mathbf{s} \quad (5)$$

로 구성하였다. ZFBF은 역행렬을 곱해줌으로써 MIMO 채널 행렬을 대각행렬로 만들어 주는 방법이므로, 결과적으로는 (full rank를 가정하였을 때) $k = \min(M, N)$ 개의 독립된 SISO 채널이 만들어진다. 이 때, 각 SISO 채널의 용량은 다음과 같다^[2]:

$$C_{\text{SISO}} = 2 \left(1 - \mathcal{H}_b(Q(|h|\sqrt{P_t})) \right) \quad (6)$$

여기서 \mathcal{H}_b 는 binary entropy 함수, $Q()$ 는 표준정규분포의 tail probability를 의미하는 Q-함수이며, $|h|$ 는 채널의 이득이다. (6)을 활용하면, 송신신호가 (5)일 때, (1)과 (2)로 정의된 단일비트 ADC기반의 MIMO 채널의 용량은 다음과 같이 유도 된다:

$$R^{\text{ZFBF}} = 2N \left(1 - \mathcal{H}_b \left(Q \left(\sqrt{\frac{P_t}{\text{tr}((\mathbf{H}\mathbf{H}^H)^{-1})}} \right) \right) \right) \quad (7)$$

(7)의 식은 채널 행렬 \mathbf{H} 가 잠정적으로 확보할 수 있는 대각 행렬($\mathbf{H}^H (\mathbf{H}\mathbf{H}^H)^{-1}$) 내의 모든 채널을 고르게 사용한다는 가정 하에 얻을 수 있는 데이터 율(data rate)이다.

Algorithm 1 Proposed ZFBF scheme

```

1: Initialize  $R_{max} = 0$ ;
2: for  $m = 2 : N$  do
3:    $n_{max} = \binom{N}{m}$ ;
4:   Set  $\mathcal{S}$  consists of  $m$ -combinations from  $\{1, \dots, N\}$ ;
5:   Thus, each element of  $\mathcal{S}$  is an  $m$ -tuple selected from  $\{1, \dots, N\}$ ;
6:   for  $n = 1 : n_{max}$  do
7:     Let  $(i_1, \dots, i_m)$  be  $n$ -th element of  $\mathcal{S}$ ;
8:     Construct  $m \times M$  matrix  $\mathbf{H}$  whose  $j$ -th row is equal to  $(i_j)$ -th row of  $\mathbf{H}$ ;
9:     Using  $\mathbf{H}$  as an effective channel, ZFBF achieves:
       
$$R = 2m \left( 1 - \mathcal{U}_b \left( Q \left( \sqrt{\frac{P_i}{\text{tr}(\mathbf{H}\mathbf{H}^H) - 1}} \right) \right) \right)$$

10:    if  $R > R_{max}$  then
11:      Update  $R_{max}$  as  $R_{max} \leftarrow R$ 
12:    end if
13:  end for
14: end for
    
```

알고리즘 1. 제안하는 ZFBF 기법
Algorithm 1. Proposed ZFBF scheme

한편, 전통적인(단일 비트 ADC가 없는) MIMO 채널의 경우 가용한 채널을 모두 활용하는 것이 항상 높은 데이터 율을 가져오지는 않는다. 예를 들어, 채널 정보를 완벽히 알 수 있을 경우의 MIMO 채널 용량은 비교적 쉽게 유도할 수 있으며, $\sum_{i=1}^k \log_2(1 + P_i |h_i|^2)$ 의 형태로 주어진다(여기서 P_i 는 i 번째 채널의 송신파워, h_i 는 i 번째 채널의 이득이다). 이때, 각 채널의 P_i 의 최적 분포는 water filling 방식을 통해 구할 수 있으며, 해당 값은 채널의 이득 $|h_i|$ 가 일정값 이하인 채널에는 0으로 유도되며, 이는 좋은 성능이 기대되지 않는 채널에는 신호를 실지 않음을 뜻한다. 같은 논리로 단일 비트 ADC를 사용하는 본 논문의 MIMO 시나리오의 경우도 단순히 모든 단일 채널들을 활용하기 보다는 적절한 채널을 선택하고 송신 파워를 집중하는 것이 높은 성능을 보일 수 있다. 본 연구에서는 송신부가 채널 정보를 완벽히 알 수 있는 상황을 가정하므로 알고리즘 1과 같은 방법을 사용해 이를 실현할 수 있다. 알고리즘 1의 기본 동작원리는 가용한 N 개의 수신 안테나 중 일부인 $m \leq N$ 개의 안테나만을 사용해서 ZFBF를 수행했을 때 얻을 수 있는 데이터 율을 구하고, 이를 가능한 모든 조합에 대해 반복한 후 그 중 가장 큰 데이터 율을 계산하는 것이다. 즉, 주어진 모든 단일 채널을 막연히 활용하는 대신, 그 중 일부를 선택적으로 활용하여 거기에 주어진 송신 파워를 집중함으로써 채널환경에 따라 보다 높은 성능을 얻을 수 있다.

VI. 시뮬레이션 결과 및 결론

그림 1은 단일 비트 ADC를 사용한 MIMO 채널에서 구한 기존^[2]의 상계와 하계를 알고리즘 1을 사용해 구한 하계와 비교하고 있다(기존의 하계는 식(7)을 구한 값이다). MIMO 채널은 각 원소가 독립적인 평균 0, 분산 1의 complex Gaussian 분포를 가지는 단일 탭 Rayleigh fading을 가정하였다. 이전 섹션에서 논의한 바대로, 제안하는 알고리즘을 활용하는 경우 낮은 SNR에서 상대적으로 높은 효율을 보임을 확인할 수 있다. 이는 기존의 단일 비트 ADC를 사용하지 않는 전통적인 통신환경에서와 유사한 결과로, 낮은 SNR에서는 다중채널을 통한 통신보다, 하나의 채널에 송신파워를 집중하는 것이 이득이 크기 때문이다. 전통적인 채널의 경우 채널 용량이 로그함수의 형태로 주어지고, 로그함수가 낮은 SNR에서는 선형으로 근사가 가능하기 때문에 이득이 높은 채널에 많은 파워를 분배하는 것이 효율이 좋다고 해석할 수 있다. 그림 1을 보면, 단일 비트 ADC를 활용한 경우에도 이와 유사한 관측이 가능함을 알 수 있다. 따라서 단일 비트 ADC 기반의 SISO 채널 용량을 묘사하는 (6)의 식이 낮은 SNR대역에서 로그함수와 유사한 성질을 가짐을 간접적으로 유추해볼 수 있다. 이는 이전연구^[2]에서 ZFBF를 사용했을 때의 데이터 율이 낮은 SNR에서 송신 파워에 대해 선형으로 증가함을 보인 것과 상통하는 결과로 볼 수 있다.

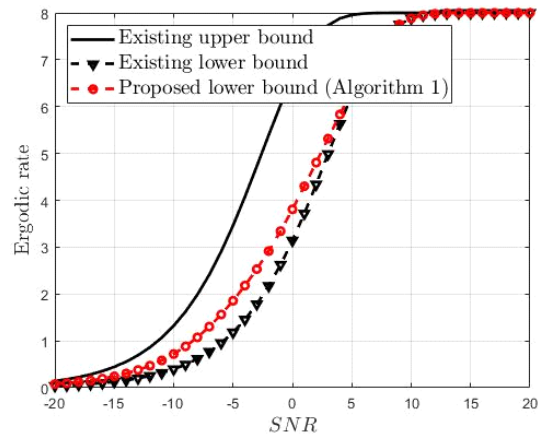


그림 1. 데이터 율 vs. SNR
Fig. 1. Ergodic rate vs. SNR

References

- [1] J. Liu, Z. Luo, and X. Xiong, "Low-resolution ADCs for wireless communication: A comprehensive survey," *IEEE ACCESS*, vol. 7, pp. 91291-91324, Jul. 2019.
- [2] J. Mo and R. W. Heath Jr., "Capacity analysis of one-bit quantized MIMO systems with transmitter channel state information," *IEEE Trans. Sig. Processing.*, vol. 63, no. 20, pp. 5498-5512, Oct. 2015
- [3] A. Mezghani, J. A. Nossek, and A. Lee Swindlehurst, "Low SNR asymptotic rates of vector channels with one-bit outputs," *Info. Theory*, 2017, arXiv:1712.05728. [Online].
- [4] M. Jung and S. Choi, "Optimal numbers of base station antennas and users in multiuser massive MIMO systems with pilot overhead," *J. KICS*, vol. 41, no. 11, pp. 1630-1638, Nov. 2016.
- [5] N. Jindal, "MIMO broadcast channels with finite-rate feedback," *IEEE Trans. Info. Theory*, vol. 52, no. 11, pp. 5045-5060, Nov. 2006.