

CRC 길이에 따른 극부호의 연속제거 리스트 복호 성능 분석

주효상*, 박지상*, 윤찬호**, 조원철**, 김상호°

On the Performance of Successive Cancellation List Decoding for Polar Codes with Various CRC Lengths

Hyosang Ju*, Jisang Park*, Chanho Yoon**, Woncheol Cho**, Sang-Hyo Kim°

요약

초고신뢰 저지연 통신(ultra-reliable and low latency communications: URLLC)은 짧은 데이터의 송수신 및 오류마루 없는 10^{-5} 이하의 매우 낮은 블록 오류율을 지원해야 한다. 극부호(polar codes)는 짧은 길이에서 다른 채널 부호들에 비해 우수한 복호성능을 가져 URLLC 시나리오를 위한 채널부호로 고려되고 있다. 극부호의 복호 성능은 순환중복검사(cyclic redundancy check: CRC) 부호를 연결하고 연속제거 리스트 복호를 수행함으로써 크게 개선될 수 있다. 하지만 현재까지는 최적의 복호 성능을 지원할 수 있는 적합한 CRC 길이 및 구조에 대한 연구가 부족하며, 특히 짧은 데이터 길이 대비 CRC 부호의 상대적 비중이 증가하므로 CRC 길이의 복호 성능에 미치는 영향에 대한 분석이 필수적이다. 본 논문에서는 다양한 부호길이, 리스트 크기 및 CRC 길이에 따른 복호성능을 분석하고, 최적화된 CRC 길이를 제시한다.

키워드 : 초고신뢰 저지연 통신, 극부호, 순환중복검사 부호, 연속제거 리스트 복호, 최소거리

Key Words : Ultra-reliable and low-latency communications, polar codes, cyclic redundancy check codes, successive cancellation list decoder, minimum distance

ABSTRACT

For the ultra-reliable and low-latency communications (URLLC) scenario, we must support a very low block error-rate of less than 10^{-5} without error floor. The polar code is considered as a candidate code of URLLC scenario as they have superior decoding performance especially at short code-lengths. The performance of polar codes can be greatly improved by concatenating the cyclic redundancy check (CRC) codes and adopting successive-cancellation list decoding. However, researches on optimal CRC length and the structure is lacking. Since the relative redundancy of CRC is large when the code-length is short, it is essential to analyze the effect of CRC length on decoding performance. In this paper, we analyze the error-rate performance with various length, list size, CRC length and propose a practically good CRC length for the given parameters.

※ 본 연구 논문은 과학기술정보통신부 및 정보통신기획평가원의 출연금으로 수행하고 있는 한국전자통신연구원 ETRI 공간-주파수 다이버시티 활용 채널 부호화 기술 연구 및 시뮬레이션 시간 단축 기법 연구 (2018-0-00218) 위탁연구과제의 연구결과입니다.

• First Author : Department of Electrical and Computer Engineering, Sungkyunkwan University, johoo1120@skku.edu, 학생회원

° Corresponding Author : Department of Electrical and Computer Engineering, Sungkyunkwan University, iamshkim@skku.edu, 종신회원

* Department of Electrical and Computer Engineering, Sungkyunkwan University, js.p@skku.edu

** Telecommunications & Media Research Laboratory, Electronics and Telecommunications Research Institute (ETRI), {chyoon, woncheol}@etri.re.kr

논문번호 : 202105-105-A-RE, Received May 11, 2021; Revised June 29, 2021; Accepted June 29, 2021

I. 서론

5G (5th Generation) 표준에서 초고신뢰 저지연 통신 (ultra-reliable low-latency communications: URLLC)은 신뢰도가 매우 높고 지연시간(latency)이 짧은 통신 서비스들을 일컫는 명칭으로, 산업용 IoT (Internet of Things), 스마트 그리드(smart grid), 무인항공기 (unmanned aerial vehicle) 등이 대표적인 서비스들이다. 현재 5G 표준에서는 URLLC 시나리오의 요구사항으로 상향링크(uplink), 하향링크(downlink)의 1ms 이하의 사용자 평면(user plane) 지연시간 및 수백비트 이내의 짧은 데이터 전송 시 오류마루(error floor) 없이 블록오율(block error rate: BLER) 10^{-5} 달성 등을 논의하고 있다^[1].

2009년 Arian에 의해 제안된 극부호(polar codes)는 짧은 길이에서의 우수한 복호 성능을 바탕으로 초광대역 통신(enhanced mobile broadband: eMBB)을 위한 제어용 채널 부호로 채택되었으며, URLLC 시나리오를 위한 강력한 채널부호 후보로 고려되고 있다^[1]. 극부호의 복호 방법으로 최초 제안되었던 연속제거(successive cancellation: SC) 복호를 기반으로^[2], 연속제거 리스트(SC-List: SCL)^[3] 및 순환중복검사(cyclic redundancy check: CRC) 부호를 이용한 연속제거 리스트(CRC-aided SCL: CA-SCL)^[4]와 같은 개선된 복호 알고리즘이 잇달아 제안되었다. 특히 CRC 부호의 활용은, 극부호의 SCL 복호 상에서 유효하지 않은 부호어들을 효과적으로 제거해주어 부호의 거리스펙트럼(distance spectrum)을 개선하고 복호 성능을 향상시켰다. CRC 부호를 활용한 SCL 복호기의 효과는 논문^[4-5]에 자세히 기술되어 있다.

하지만, CRC 부호를 외부부호로 연결한 극부호의 SCL 복호 성능은 필연적으로 CRC 부호의 길이와 생성다항식(generator polynomial)에 영향을 받게 된다^[6]. 현재까지의 국내외 연구는 CRC 부호길이나 구조(structure)에 관한 연구 자체가 부족하다. 특히 URLLC를 지원하기 위해 수백비트 이하의 짧은 부호 길이를 사용한 데이터 전송을 고려하는 경우, CRC 길이가 길어짐에 따라 부호길이 대비 CRC 부호의 상대적 잉여율(redundancy)이 높아지므로 연결 부호의 전반적인 효율성이 감소할 수 있다. 예컨대 부호길이 대비 CRC 길이가 필요 이상으로 긴 경우 높은 신호 대 잡음(signal-to-noise ratio: SNR) 영역에서의 검출 효율성(detecting efficiency)은 우수하지만, 낮은 신호 대 잡음 비(signal-to-noise ratio: SNR) 영역에서 부호

율 손실로 인한 오율 성능 저하가 심할 수 있다.

따라서 본 연구에서는 극부호의 SCL 복호 시 리스트의 크기와 CRC 길이에 따른 복호 성능을 광범위한(extensive) 시뮬레이션을 통해 분석하고, 관심 오율 영역에서 어떤 CRC 길이가 가장 합리적인 선택일 수 있는지 결과를 제시한다. 특히 일반적인 부호의 목표 BLER이 10^{-3} 인 것과는 다르게, URLLC 시나리오에서는 BLER= 10^{-5} 까지 안정적인 오율 성능을 지원해야 함에 따라 다양한 타겟 BLER에서 CRC 길이에 따른 복호 성능을 비교 및 분석한다. 실험 결과, 수백비트 이내의 짧은 부호길이를 고려할 때 관심 오율 영역에서 부호율 손실로 인한 성능 저하와 CRC의 검출 효율성 간 절충 관계가 있음을 확인하였으며, 6비트 및 8비트 CRC의 사용이 최적의 선택임을 확인하였다.

본 논문은 다음과 같이 구성된다. II장에서는 극부호를 소개하고, III장에서는 극부호의 최소거리 및 CRC 부호와 복호 성능 간 연관성에 대해 분석한다. IV장에서는 CRC 길이에 따른 극부호의 SCL 복호 성능 시뮬레이션 결과를 제시하며, 마지막으로 V장에서 평가 및 결론을 내린다.

II. 극부호 소개

2.1 극부호 소개

극부호(polar codes)는 2009년 Arian에 의해 최초로 제안된 오류정정부호로^[2], 이진-입력 이산 무기억 채널(binary-input discrete memoryless channel: BI-DMC)에서 대칭 채널 용량(symmetric channel capacity)을 낮은 복호 복잡도로 달성한다. 극부호는 채널 합성(combining)과 분리(splitting)로 구성되는 ‘채널 양극화(channel polarization)’에 기반해 부호를 설계한다. 이 과정을 통해 동일한 퀄리티를 가지는 N 개의 독립적인 채널 W 는 서로 다른 채널용량(channel capacity)을 가지는 비트채널 $W_N^{(i)}$ ($i = 0, \dots, N-1$)로 변형되고, 이들 중 신뢰도가 높은 K 개의 비트채널을 선택하여 데이터를 전송하는 과정을 ‘부호설계(code construction)’라 한다. 비트채널들의 퀄리티를 평가 및 근사하기 위해 다양한 방법들이 제안되었으며, 밀도진화(density evolution)^[6], 가우시안 근사(Gaussian approximation)^[7], 양극화 가중치(polarization weight)^[8]와 같은 방법이 대표적이다. 부호율이 $R = K/N$ 인 (N, K) 극부호는 정보집합(information set)이라 불리는 인덱스 집합 I 에 의해 정의되며, 나머지 비트들은 고정된 값 (일반적으로 0)

을 전송하고 이들의 비트 인덱스 집합은 F 라 표기한다.

구체적으로 극부호가 적용된 송신 모델에서는, 이진 소스벡터 $u_0^{N-1} = (u_0, u_1, \dots, u_{N-1})$ 가 극부호의 생성행렬(generator matrix) $G_N = G_2^{\otimes n}$ ($n = \log_2 N$, \otimes 는 크로네커(Kronecker) product)과의 곱을 통해 부호어벡터 $x_0^{N-1} = u_0^{N-1} G_N$ 가 된다. 이후 변조(modulation)를 통해 변조신호 s_0^{N-1} 이 생성되고, 평균과 분산이 각각 0과 σ_N^2 인 부가 백색 가우시안 잡음(additive white Gaussian noise: AWGN) 채널을 통과해 수신신호 y_0^{N-1} 가 얻어지게 된다. SC 복호기는 소스비트 벡터 $\hat{u}_0^{N-1} = (\hat{u}_0, \hat{u}_1, \dots, \hat{u}_{N-1})$ 를 1비트씩 순차적으로 추정하게 되며, 이 값은

$$\hat{u}_i = \begin{cases} 0, & i \in F, \\ h_i(y_0^{N-1}, \hat{u}_0^{i-1}), & \text{otherwise,} \end{cases} \quad (1)$$

이고, 결정함수(decision function) $h_i(y_0^{N-1}, \hat{u}_0^{i-1})$ 는

$$h_i(y_0^{N-1}, \hat{u}_0^{i-1}) = \begin{cases} 0, & \ln \frac{W_N^{(i)}(y_0^{N-1}, \hat{u}_0^{i-1} | u_i = 0)}{W_N^{(i)}(y_0^{N-1}, \hat{u}_0^{i-1} | u_i = 1)} \geq 0 \\ 1, & \text{otherwise} \end{cases} \quad (2)$$

와 같이 표현된다. SC 복호는 복호 시에 단 한 개의 복호 경로만을 고려하며, 기 결정된 비트값(i.e., \hat{u}_0^{i-1})을 수정하지 않는다.

2.2 극부호의 연속제거 리스트 복호 방법[3]

하지만 SC 복호기의 복호 성능은 동일 부호길이에 서 저밀도 패리티 검사(low-density parity check: LDPC) 및 터보(turbo) 부호에 비해 낮은 복호 성능을 보인다. SC 복호기[2]의 성능을 개선하기 위해, SCL 복호 방법이 논문 [3-4]에서 제안되었다. SCL 복호기는 SC 복호와 달리 복호 과정에서 최대 L 개의 복호 경로를 동시에 관리한다. 그림 1은 $F = \{0\}$ 인 (4,3) 극부호의 복호트리(decoding tree)를 나타낸 것이다. 고정비트인 u_0 의 경우 통상 0으로 고정된다 (i.e., $\hat{u}_0 = 0$). 반면 정보비트의 SCL 복호 시, 복호경로는 각각 $\hat{u}_i = 0$ 과 $\hat{u}_i = 1$ 의 두 갈래로 나뉘어 확장된다. 만약 전체 경로의 수가 L 개를 초과하면, SCL 복호기는 가장 신뢰도가 높은 L 개의 복호 경로를 선택하고

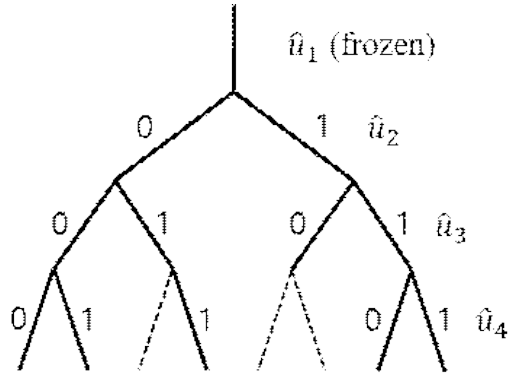


그림 1. $F = \{0\}$ 인 (4,3) 극부호의 복호트리
Fig. 1. Decoding tree of (4,3) polar codes ($F = \{0\}$)

나머지는 버린다. LLR 기반 SCL 복호의 경우 통상 경로 메트릭(path metric: PM)은 각 경로에 누적된 페널티로 설정되며, 각 경로의 신뢰도를 평가하기 위한 메트릭으로 사용된다. 즉, PM이 낮을수록 경로의 신뢰도가 높다. i 번째 비트의 복호 시 l 번째 복호경로의 PM인 PM_i^l 은

$$PM_i^l = \sum_{j=0}^i \ln(1 + e^{-(1-2\hat{u}_j)\alpha_j^l}) \quad (3)$$

과 같이 계산되며 l 은 경로 인덱스 ($l \in \{1, 2, \dots, L\}$), \hat{u}_j, α_j^l 은 각각 j 번째 비트의 복호 시 l 번째 복호 경로의 추정치(estimate)와 로그 우도 비(log-likelihood ratio: LLR)를 의미한다. SCL 복호기는 복호 마지막 단계에서 최종적으로 살아남은 L 개의 경로들 중 가장 PM이 낮은 경로에 해당하는 부호어를 최종 선택한다. SCL 복호기는 SC 복호기 대비 성능이 개선되고 L 이 커짐에 따라 최대우도(maximum likelihood: ML) 성능에 도달 가능하나, 여전히 최소거리 특성이 좋지 못해서 높은 SNR 영역에서 오류마루(error floor)로부터 자유롭지 못하다. 또한, PM이 가장 낮아 선택된 최종 경로에 해당하는 부호어가 실제 전송된 부호어인지 보장할 수 없다.

2.3 순환중복검사(CRC) 부호가 연결된 극부호의 SCL 복호 방법[4]

논문 [4]에서는 송신단에서 극부호에 CRC 부호를 외부부호로 연결하고, 수신단에서 SCL 복호 후 CRC 검사를 통해 부호어의 유효성을 검증하는 복호 알고리즘을 제안하였다. 구체적으로, 먼저 길이가 K 인 정보비트들이 CRC 부호화기(encoder)에 의해 외부 부

호화되어 길이가 $K' = K+r$ 인 비트열이 생성된다. 이 때 CRC 길이는 r (i.e., CRC- r)이며, 생성다항식(generator polynomial) $g_r(x)$ 은 $g_r(x) = g_r x^r + \dots + g_1 x^1 + g_0 x^0$ 와 같이 표현할 수 있다. 또한 이를 벡터 형태로 표현하면 $\mathbf{g} = [g_r, \dots, g_1, g_0]$ 와 같다. 이 출력 시퀀스(i.e., CRC 부호어)는 극 부호화에 의해 내부 부호화되어 길이가 N 인 극부호어(polar codeword)로 변형된다. 수신단에서는 극부호의 SCL 복호 후 최종 생존한 L 개의 복호 경로에 해당하는 추정 부호어들에 대해 CRC 검사를 수행한다. 이 때 CRC 검사를 통과한 복호경로(혹은 복호경로들)중 가장 PM이 낮은 경로에 해당하는 부호어를 최종 부호어로 선택한다. 만약 모든 경로들이 CRC 검사를 통과하지 못했다면, 복호 실패로 판단한다. 그림 2는 AWGN 채널에서 리스트 크기에 따른 SC, SCL 및 CA-SCL 복호기의 BLER 성능을 비교한 것이다. 이 때 부호 파라미터는 $N=128, R=0.5$ 및 BPSK(binary phase shift keying) 변조를 고려하였으며, $L \in \{4, 16\}$, 8비트 CRC를 고려하였다. CRC를 활용한 SCL 복호기는 낮은 SNR 영역에서는 부호율 손실에 의해 SC, SCL 복호기에 비해 다소 성능이 저하되나, 유효하지 않은 부호어들을 효과적으로 걸러줌으로써 높은 SNR 영역에서 기존 SC, SCL 복호 대비 큰 성능 이득을 가짐을 확인할 수 있다. CRC 부호의 활용을 통해 극부호의 SCL 복호 성능은 짧은 길이에서 LDPC 및 터보 부호에 비해 우수한 복호 성능을 가졌으며, 이를 기반으로 극부호는 5G eMBB 통신을 위한 제어용(control) 채널부호로 채택되었다¹²⁾.

III. 극부호의 최소거리 분석

최소거리(minimum distance)는 서로 다른 두 부호어(codeword) 간 해밍 거리(Hamming distance)들중 가장 작은 값으로 정의된다. CRC 부호가 연결되지 않은 극부호의 최소거리는 아래와 같이 표현된다⁹⁾.

$$d_{polar} = \min_{i \in \mathcal{I}} 2^{wt(i)} \quad (0 \leq i \leq N-1) \quad (4)$$

이 때 d_{polar} 는 극부호의 최소거리, $wt(i)$ 는 비트채널의 인덱스 i 를 이진 확장(binary expansion)했을 때 1의 개수를 의미한다. 예컨대 (8,4) 극부호의 정보집합이 $\mathcal{I} = \{3, 5, 6, 7\}$ 인 경우, $wt(3) = 2, wt(5) = 2, wt(6) = 2, wt(7) = 3$ 이므로 $d_{polar} = 2^2 = 4$ 이다.

채널부호의 복호 성능은 ML 복호를 하는 경우

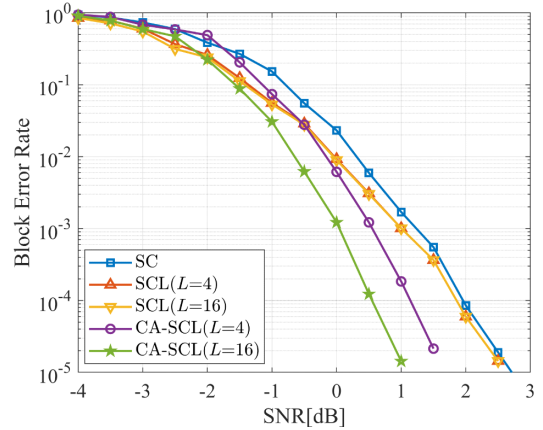


그림 2. AWGN 채널에서 (128,64) 극부호의 SC, SCL, CA-SCL 복호 성능

Fig. 2. Block error rate of (128,64) polar codes for the AWGN channel (SC, SCL, CA-SCL decoder were assumed.)

SNR 영역에서의 극부호 BLER 성능 P_e 는 최소 해밍 무게(minimum Hamming weight: MHW)를 가지는 부호어들의 수와 밀접한 관련이 있으며 아래와 같이 표현할 수 있다¹¹⁾.

$$P_e \approx N_{d_{min}} Q \left(\sqrt{2d_{min} R \frac{E_b}{N_0}} \right) \quad (5)$$

여기서 $N_{d_{min}}$ 은 MHW를 가지는 부호어들의 수, R 은 부호율, d_{min} 은 최소거리를 의미하며, 최소거리가 크거나 MHW를 가지는 부호어들의 수가 적을수록 high SNR에서의 우수한 오율 성능이 보장된다. SCL 복호는 L 이 커짐에 따라 ML 복호 성능에 근접하기 때문에, 복호 성능은 d_{min} 의 영향을 받는다.

II장에서 소개된 바와 같이 CRC 부호의 활용을 통해 검출 효율성(detecting efficiency)을 향상시켜 극부호의 짧은 최소거리 특성을 개선할 수 있다. 하지만 검출 효율을 높이기 위해 CRC 길이를 과도하게 증가시키는 경우, 오히려 부호율 손실(rate-loss)을 유발하여 관심 오율 영역에서의 복호 성능을 크게 저하시킨다. 반면, 너무 짧은 길이의 CRC를 사용하는 경우 SCL 복호 시 리스트 내의 유효하지 않은 부호어들을 거르는 능력이 약화된다. 즉, CRC 길이에 따라 극부호의 SCL 복호 성능이 크게 영향을 받는다¹³⁾. 하지만 현재까지의 국내외 연구들은 CRC 부호 자체에 관한 연구가 매우 적다. 특히 URLLC 통신과 같이 짧은 길이의 데이터 전송을 고려해야 하는 환경에서는 부호

길이 대비 CRC 비율이 더욱 커짐에 따라 이에 따른 상대적 복호 성능에 관한 연구가 필수적이다. 이에 다음 장에서는 다양한 부호길이, 부호율, 리스트 크기 및 CRC 길이에 따른 시뮬레이션 결과를 제시하고, 최적의 CRC 길이 선택을 제시한다.

IV. 실험

본 절에서는 다양한 CRC 길이와 리스트 크기에 따른 CA-SCL 복호기의 BLER 성능을 분석한다. 모든 시뮬레이션은 QPSK (quadrature phase shift keying) 변조와 AWGN 채널을 가정하였고, 극부호의 부호시퀀스(code sequence)는 양극화 가중치 기반의 부호율 호환(rate-compatible) 부호 시퀀스[8]를 사용하였다. 부호길이는 $N \in \{64, 128, 512\}$, 리스트 크기는 $L \in \{1, 8, 32\}$, CRC 비트 수는 $N \in \{64, 128\}$ 의 경우 $r \in \{4, 6, 8, 11\}$, $N = 512$ 의 경우 $r \in \{4, 6, 8, 11, 16\}$ 을 고려하였다. 구체적으로 사용된 CRC 다항식의 형태는 CRC-4는 $g_4(x) = 0x3$, CRC-6은 $g_6(x) = 0x03$, CRC-8은 $g_8(x) = 0x9B$, CRC-11은 $g_{11}(x) = 0x385$, CRC-16은 $g_{16}(x) = 0x8005$ 를 적용하였다. 물론 같은 길이의 CRC 부호를 사용하더라도 다양한 CRC 다항식을 적용할 수 있고 이에 따라 복호 성능이 달라질 수 있다. 하지만 같은 길이의 CRC 사용 시 대체로 그 성능 차이가 미비함에 따라, 본 논문에서는 ITU (International Telecommunication Union)용 (CRC-4 /CRC-6), WCDMA (Wideband Code Division Multiple Access)용 (CRC-8), FlexRay (CRC-11), IBM (International Business Machines Corporation) (CRC-16)과 같이 가장 널리 사용되고 있는 CRC 다항식을 적용하여 복호 성능을 분석하였다. 이러한 조건 하에서 타겟 BLER= 10^{-3} 및 10^{-5} 를 달성하는 요구(required) SNR[dB]을 비교하고, 더 전반적인 영역에서 낮은 요구 SNR을 가지는 CRC 길이 탐색을 목표로 한다.

먼저 그림 3-5는 CRC 길이에 따라 타겟 BLER= 10^{-3} 을 달성하는 요구 SNR[dB]의 비교 결과를 나타낸 것이다. 그림 3-4의 기준(reference) 성능은 CRC-11, 그림 5의 기준 성능은 CRC-16을 적용했을 때 BLER= 10^{-3} 을 달성하는 요구 SNR[dB]이다.

X축은 정보비트 수이며, Y축은 기준 성능 대비 BLER= 10^{-3} 을 달성하는 요구 SNR[dB]의 이득으로, 0보다 크면 기준 성능 대비 우수한 복호 성능을 가지는 것을 의미한다. 예컨대 $N = 64, 128$ 일 때 CRC-6의

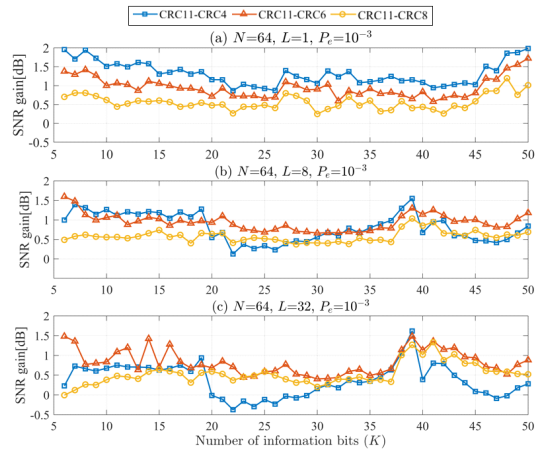


그림 3. $N = 64, P_e = 10^{-3}$ 일 때 극부호의 CA-SCL 복호 성능 비교(0보다 크면 CRC-11보다 복호 성능 우수)
Fig. 3. Performance comparison of CA-SCL decoder ($N = 64, P_e = 10^{-3}$, performance is better than CRC-11 when the value is larger than 0.)

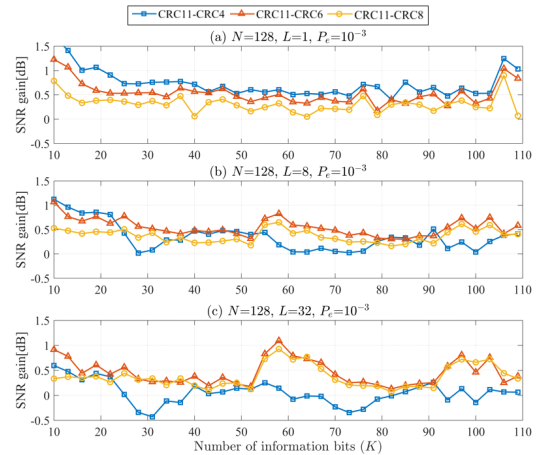


그림 4. $N = 128, P_e = 10^{-3}$ 일 때 극부호의 CA-SCL 복호 성능 비교(0보다 크면 CRC-11보다 복호 성능 우수)
Fig. 4. Performance comparison of CA-SCL decoder ($N = 128, P_e = 10^{-3}$, performance is better than CRC-11 when the value is larger than 0.)

그래프가 x축보다 위에 놓여 있는 경우, CRC-6의 성능이 CRC-11에 비해 우수하다.

그림 3은 $N = 64, P_e = 10^{-3}$ 일 때 CRC 길이 및 리스트 크기에 따른 기준 성능(i.e., CRC-11) 대비 SNR 이득을 나타낸 것이다. $L = 1$ 인 경우(그림 3(a)), 복호 성능은 전적으로 CRC 비트 수에 의한 부호율 손실에 의존적이다. 즉, $R = (K+r)/N$ 에서 CRC 비트 수 r 이 증가함에 따라 관심 오율 영역에서 복호 성능이 저하된다. 하지만, L 이 커짐에 따라 (그림 3(b),(c))

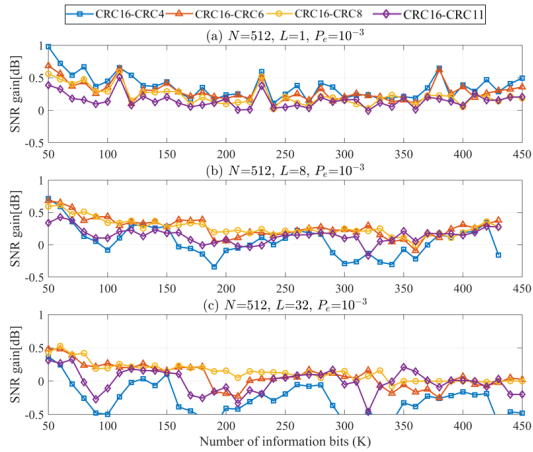


그림 5. $N=512, P_e=10^{-3}$ 일 때 극부호의 CA-SCL 복호 성능 비교(0보다 크면 CRC-16보다 복호 성능 우수)
 Fig. 5. Performance comparison of CA-SCL decoder ($N=512, P_e=10^{-3}$, performance is better than CRC-16 when the value is larger than 0.)

CRC-6의 복호 성능이 CRC-4에 비해 우수해지는 구간이 발생하며, $L=32$ 일 때는 CRC-6이 CRC-4에 비해 전반적인 부호 파라미터 영역에서 우수한 복호 성능을 가진다. 이는 부호율 손실에 의한 성능 저하 효과에 비해 긴 길이의 CRC 적용으로 인한 검출 효율성이 높아진 효과로 해석할 수 있다. 하지만, CRC-11의 경우 $P_e=10^{-3}$ 에서는 부호길이 대비 긴 길이의 CRC 부호 사용으로 인해 부호율 손실로 인한 성능 저하가 뚜렷하게 나타나며 모든 영역에서 CRC-6이나 CRC-8에 비해 저하된 복호 성능을 가진다.

위의 경향성은 $N=128, P_e=10^{-3}$ 일 때의 성능을 보여주는 그림 4에서도 찾아볼 수 있다. 다만, $N=64$ 와 달리 $L=8$ (그림 4(b))인 경우 CRC-6의 복호 성능이 CRC-4에 비해 거의 비슷하거나 항상 우수해지는데, 이는 부호길이 대비 CRC 부호가 차

지하는 비율이 낮아져서 CRC-6의 부호율 손실 영향이 적어지기 때문이다. 이와 비슷한 경향성은 CRC-6과 CRC-8의 비교에서도 찾아볼 수 있다. $N=64$ (그림 3)의 경우 모든 L 에 걸쳐 CRC-6이 CRC-8의 복호 성능에 비해 우수했는데, $N=128$ (그림 4)에서는 CRC-6과 CRC-8의 성능 격차가 줄어들어 $L=32$ (그림 4(c))에서는 거의 비슷해짐을 알 수 있다. 하지만, 여전히 CRC-11은 CRC-6 및 CRC-8에 비해 복호 성능이 저하된다.

위의 경향성은 $N=512$ 에서 더욱 두드러지며, 이는 그림 5에 나타나 있다. 우선 $L=1$ 인 경우(그림

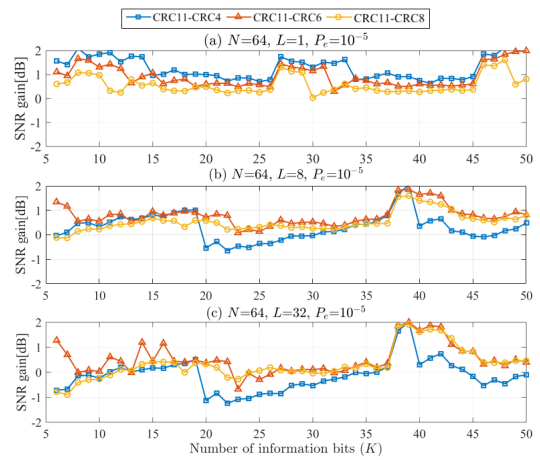


그림 6. $N=64, P_e=10^{-5}$ 일 때 극부호의 CA-SCL 복호 성능 비교(0보다 크면 CRC-11보다 복호 성능 우수)
 Fig. 6. Performance comparison of CA-SCL decoder ($N=64, P_e=10^{-5}$, performance is better than CRC-11 when the value is larger than 0.)

5(a)) CRC 길이가 작을수록 성능이 우수하다. 하지만 $L=8, 32$ 로 커질수록(그림 5(b),(c)) CRC-4는 다른 길이의 CRC 부호들에 비해 검출 효율성이 낮아진다. 또한 CRC-6에 비해 항상 비슷하거나 저하된 성능을 가졌던 CRC-8은 $N=512$ 에서는 오히려 가장 안정적인 복호 성능을 지원한다. 그림 3,4와 같이 상대적으로 짧은 부호길이에서는 CRC-8이 CRC-6 대비 부호율 손실 영향이 크게 나타났으나, $N=512$ 에서는 그 효과가 미비해 검출 효율성이 높은 CRC-8이 오히려 더 우수한 복호 성능을 가진다. 반면, 부호길이에 비해 필요 이상으로 긴 CRC의 사용(i.e., CRC-11 및 CRC-16)은 역시 복호 성능의 저하를 초래한다.

그림 6와 7은 CRC 길이에 따라 타겟 BLER= 10^{-5} 을 달성하는 요구 SNR[dB]를 비교한 결과이다. 앞에서의 실험결과와 마찬가지로 그림 6과 7의 기준 성능은 CRC-11이다. $N=64, L=8$ 일 때 $P_e=10^{-3}$ (그림 3(b))와 $P_e=10^{-5}$ (그림 6(b))인 경우를 먼저 비교한다. $P_e=10^{-3}$ 일 때 CRC-4가 CRC-6 및 CRC-8에 비해 우수한 성능을 가졌던 영역이 다수 존재했던 것과 달리, 더 낮은 오율 영역(i.e., $P_e=10^{-5}$)에서는 오히려 CRC-6 및 CRC-8이 비슷하거나 더 우수한 복호 성능을 가짐을 확인할 수 있다. 이는 낮은 오율 영역에서 더 높은 검출 효율성을 가지는 CRC-6 및 CRC-8이 CRC-4에 비해 오율 그래프의 기울기 절댓값이 커서 성능의 역전이 발생할 수 있음을 의미한다. CRC-6과 CRC-8의 관계에서도 그림 3의 경우보다 더

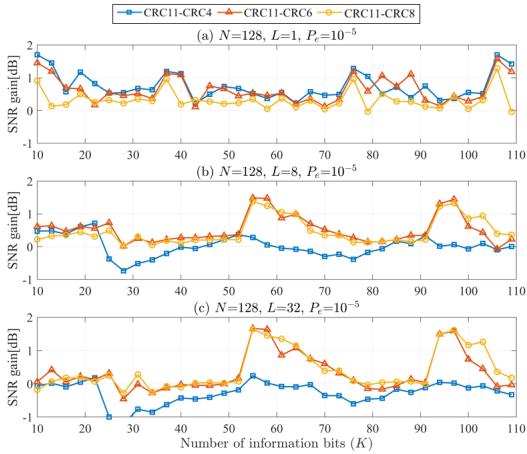


그림 7. $N=128, P_e = 10^{-5}$ 일 때 극부호의 CA-SCL 복호 성능 비교(0보다 크면 CRC-11보다 복호 성능 우수)
 Fig. 7. Performance comparison of CA-SCL decoder ($N=128, P_e = 10^{-5}$, performance is better than CRC-11 when the value is larger than 0.)

낮은 오류 영역을 타겟으로 했을 때 성능 격차가 더 줄어들음을 확인할 수 있다. 즉 타겟 오류 영역이 낮아질수록 CRC의 검출 효율성의 영향이 더 커진다.

이와 비슷한 경향은 그림 7에서도 나타난다. CRC-4는 부호길이가 길어질수록 그 효율성이 더 낮아진다. CRC-8은 $P_e = 10^{-3}$ (그림 4(b),(c))에서는 CRC-6에 비해 비슷하거나 저하된 복호 성능을 가졌으나, 더 낮은 오류 영역으로 갈수록 더 높은 검출 효율성을 기반으로 성능 저하를 극복한다. 하지만, 여전히 CRC-11은 타겟 오류이 10^{-5} 임에도 불구하고 부호율 손실에 의한 성능저하를 극복하지 못해 CRC-6 및 CRC-8에 비해 저하된 복호 성능을 가진다. 결과적으로, L 이 커지면 CRC-4와 같이 너무 짧은 길이의 CRC 사용은 관심 오류 영역에서 오류 검출 능력이 저하되고, 너무 긴 길이의 CRC 사용은 부호율 손실로 인해 복호 성능이 크게 저하될 수 있다. SNR에 따른 오류 성능 관점에서는, $N=64,128$ 의 경우 CRC-6 또는 CRC-8이, 비교적 긴 길이인 $N=512$ 의 경우 CRC-8의 사용이 가장 적절한 선택임을 확인할 수 있다. 위의 결과들을 통해 CRC 길이가 너무 긴 경우에는 부호율 손실에 의해 관심 오류 영역에서의 복호 성능이 저하될 수 있음을 관찰하였다. 하지만, 미검출(undetected) 오류율 관점에서 CRC 길이에 따른 성능 비교 역시 필요하다. 교차확률(crossover probability)이 p 인 이진 대칭 채널(binary symmetric channel)을 가정했을 때, 부호 C 의 미검출 오류율 P_{ud} 은

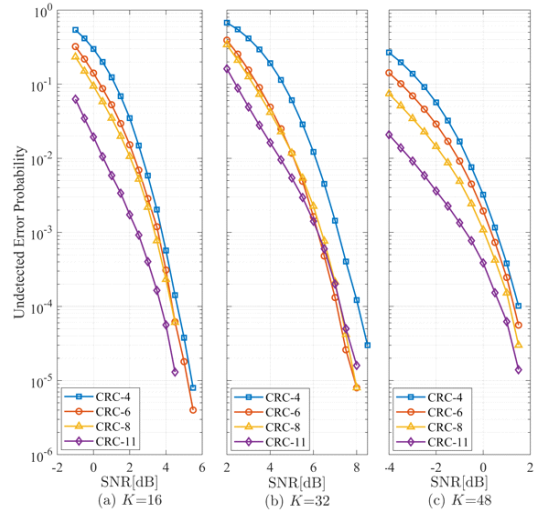


그림 8. $N=64, K \in \{16,32,48\}$ 에서 CRC 길이에 따른 극부호 CRC 연결 SCL 복호의 미검출 오류율 성능비교
 Fig. 8. Undetected error probability of CRC-aided SCL decoder with various CRC lengths. $N=64, K \in \{16,32,48\}$ were assumed.

$$P_{ud} = \sum_{i=1}^{K+r} A_i p^i (1-p)^{K+r-i} \quad (6)$$

과 같이 정의되며^[10], $A_i (1 \leq i \leq K+r)$ 은 부호의 무게 분포(weight distribution)을 나타낸다. 또한, P_{ud} 의 상계(upper bound)는

$$P_{ud} \leq \frac{1}{2^r} \quad (7)$$

로 표현된다. 즉, CRC 길이가 길어질수록 일반적으로 미검출 오류율의 상계가 낮아진다.

그림 8은 $N=64, K \in \{16,32,48\}$ 일 때 CRC 길이에 따른 CRC 연결 SCL 복호기의 미검출 오류율 성능을 비교한 것이다. 일부 파라미터에서는 무게 분포 영향으로 인해 긴 길이의 CRC (i.e., CRC-11) 사용으로도 CRC-6 혹은 CRC-8에 비해 높은 SNR 영역에서 미검출 오류율 성능이 비슷해지지만, 전반적으로는 CRC 길이가 길어질수록 SNR에 따른 미검출 오류율 성능이 우수함을 확인할 수 있다.

종합하면, 미검출 오류율이 중요시되는 시나리오에서는 긴 길이의 CRC 부호를 선택하는 것이 좋은 것에 반해, 블록 오류 성능이 중요시되는 시나리오에서는 CRC-6 또는 CRC-8이 가장 합리적인 선택이다. 즉, 중요시되는 기준에 따라 최적 CRC 길이 선택이

달라질 수 있다.

V. 결 론

본 논문에서는 CRC 부호가 연결된 SCL 복호 시 CRC 길이 및 리스트 크기에 따른 전반적인 오율 성능을 비교, 분석하였다. 극부호에 CRC 부호를 외부부호로 연결하는 경우 오류검출능력이 향상되지만, 부호 길이 대비 필요 이상으로 긴 길이의 CRC 부호를 사용하는 경우 부호율 손실로 인해 오율 성능이 오히려 저하될 수 있으므로 적절한 길이의 CRC 선택이 중요하다. 실험 결과, 리스트의 크기가 1인 경우는 CRC 부호의 길이가 길수록 부호율 손실로 인한 성능 저하가 크게 나타남을 확인하였다. 하지만, L 이 증가함에 따라 너무 짧은 길이의 CRC를 사용하면 오류정정능력이 저하되며, 너무 긴 길이의 CRC 사용은 관심 오율 영역에서의 부호율 손실로 말미암은 성능 저하가 여전히 크게 나타남을 확인하였다. 결과적으로 CRC-6 및 CRC-8이 수백비트의 부호길이 및 10^{-5} 정도의 블록오율을 고려할 때 복호 성능 관점에서 가장 최적의 선택임을 알 수 있었다. 반면, 미검출 오류율 성능 관점에서는 CRC 길이가 길어질수록 일반적으로 더 우수한 성능을 달성한다. 따라서, 중요시되는 기준에 따라 최적 CRC 길이의 선택은 달라질 수 있다. 추후 연구로는 CRC 다항식에 따른 해밍계 분포 및 이를 고려한 최적 CRC 다항식 설계를 고려할 수 있다.

References

[1] M. Shirvanimoghaddam, et al., "Short block-length codes for ultra-reliable low-latency communications," *IEEE Commun. Lett.*, vol. 57, no. 2, pp. 130-137, Feb. 2019.

[2] E. Arikan, "Channel polarization: A method for constructing capacity-achieving codes for symmetric binary-input memoryless channels," *IEEE Trans. Inf. Theory*, vol. 55, no. 7, pp. 3051-3073, Jul. 2009.

[3] I. Tal and A. Vardy, "List decoding of polar codes," in *Proc. IEEE ISIT*, pp. 1-5, Jul. 2011.

[4] K. Niu and K. Chen, "CRC-aided decoding of polar codes," *IEEE Commun. Lett.*, vol. 16, no. 12, pp. 2044-2047, 2012.

[5] B. Li, H. Shen, and D. Tse, "An adaptive

successive cancellation list decoder for polar codes with cyclic redundancy check," *IEEE Commun. Lett.*, vol. 16, no. 12, pp. 2044-2047, 2012.

[6] R. Mori and T. Tanaka, "Performance of polar codes with the construction using density evolution," *IEEE Commun. Lett.*, vol. 13, no. 7, pp. 519-521, Jul. 2009.

[7] P. Trifonov, "Efficient design and decoding of polar codes," *IEEE Trans. Commun.*, vol. 60, no. 11, pp. 3221-3227, Nov. 2012.

[8] G. He, et al., " β -expansion: A theoretical framework for fast and recursive construction of polar codes," in *Proc. IEEE GLOBECOM*, Singapore, Dec. 2017.

[9] D. Ryu, J. Y. Kim, J.-H. Kim, and S.-H. Kim, "Performance of list decoding of extended-minimum distance polar codes," *J. KICS*, vol. 38, no. 1, pp. 109-117, Jan. 2013.

[10] T. Murata and H. Ochiai, "Performance analysis of CRC codes for systematic and nonsystematic polar codes with list decoding," in *Proc. Wireless Commun. and Mob. Comput.*, May 2018.

[11] Z. Liu, K. Chen, K. Niu, and Z. He, "Distance spectrum analysis of polar codes," in *Proc. IEEE WCNC*, pp. 490-495, 2014.

[12] 3GPP, *NR; Multiplexing and Channel Coding*, TS 38.212, v 15.10.0, Sep. 2020.

[13] H. Ju, J. Park, and S. H. Kim, "On the performance of successive cancellation list decoding of polar codes with various CRC," in *Proc. KICS*, Feb. 2021.

주 효 상 (Hyosang Ju)



2017년 2월: 성균관대학교 전자전기공학과 학사
 2017년 2월~현재: 성균관대학교 전자전기컴퓨터공학과 석박통합과정
 <관심분야> 오류정정부호, 정보이론, 극부호

[ORCID:0000-0002-7808-086X]

박 지 상 (Jisang Park)



2019년 8월 : 한국산업기술대학교 학사
2020년 2월~현재 : 성균관대학교 전자전기컴퓨터공학과 석사과정
<관심분야> 오류정정부호, 정보이론, 극부호

[ORCID:0000-0002-6256-4632]

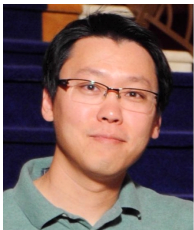
조 원 철 (Woncheol Cho)



2018년 2월 : 대구경북과학기술원 기초학부 졸업
2020년 2월 : 대구경북과학기술원 정보통신융합전공 석사
2020년 3월~현재 : 한국전자통신연구원 연구원
<관심분야> 자원분배, 채널부호

[ORCID:0000-0001-7787-1101]

윤 찬 호 (Chanho Yoon)



2003년 2월 : 고려대학교 전기전자전공공학부 졸업
2005년 2월 : 한국과학기술원 정보통신공학부 석사
2011년 8월 : 한국과학기술원 전기 및 전자공학과 박사
2005년 2월~현재 : 한국전자통신연구원 통신미디어연구소 책임연구원

<관심분야> 통신시스템, 부호화 코드, 다중안테나 시스템, 기계학습

[ORCID:0000-0001-6421-820X]

김 상 호 (Sang-Hyo Kim)



1998년 2월 : 서울대학교 전기공학부 학사
2000년 2월 : 서울대학교 전기공학부 석사
2004년 2월 : 서울대학교 전자컴퓨터공학부 박사
2004년 3월~2005년 7월 : 삼성전자 책임연구원

2006년 8월~2007년 8월 : 박사후 연구원(USC)

2007년 9월~2011년 9월 : 성균관대학교 정보통신공학부 조교수

2011년 10월~2017년 2월 : 성균관대학교 정보통신공학부 부교수

2017년 2월~현재 : 성균관대학교 정보통신공학부 교수
<관심분야> 무선통신, 정보이론, 부호이론

[ORCID:0000-0002-0660-5516]