

# MIMO-HARQ 시스템을 위한 칼만 필터 기반 터보 등화기

박 상 준\*

## Kalman Filter Based Turbo Equalizer for MIMO-HARQ Systems

Sangjoon Park\*

### 요 약

본 논문에서는 MIMO-HARQ 시스템을 위한 칼만 필터 기반 터보 등화기를 제안한다. 제안 기법은 각 HARQ 과정의 신호들에 대한 순차적인 칼만 필터 과정을 통해 터보 등화 동작을 수행한다. 칼만 필터 기반 결합기법이 심볼레벨 결합기법 대비 낮은 복잡도로 동일한 검출 결과를 달성할 수 있으므로, 제안 기법은 재전송 수가 커짐에 따라 심볼레벨 결합기법 기반 터보 등화기 대비 보다 낮은 연산량으로 동일한 검출 결과를 달성할 수 있다. 모의실험 결과 제안 기법이 비트레벨 결합기법 기반 터보 등화기 대비 크게 우수하며 심볼레벨 결합기법 기반 터보 등화기와 동일한 오류 성능을 달성함을 확인하였다.

**Key Words** : MIMO, HARQ, Kalman Filter, Combining, Turbo Equalizer

### ABSTRACT

In this letter, a Kalman filter based turbo equalizer is proposed for MIMO-HARQ systems. The proposed scheme performs the turbo equalization procedure by sequential Kalman filtering operations on transmitted signals of each HARQ round. Because the Kalman filter based combining has the identical estimate to the high-complexity symbol-level combining, the proposed scheme requires a less complexity compared to the symbol-level combining based turbo equalizer, while their estimates are

identical. Simulation results show that the proposed scheme outperforms the bit-level combining based turbo equalizer and has the identical error performance to the symbol-level combining based turbo equalizer.

## I. 서 론

터보 등화기 (turbo equalizer)는 반복 검출 과정을 통해 MIMO (Multiple-Input Multiple-Output) 시스템에서 준최적 성능을 달성할 수 있는 검출 방식이다.<sup>[1,2]</sup> 만약 신호 재전송을 위한 HARQ (Hybrid Automatic Repeat reQuest) 기법이 적용된다면, 재전송에 대한 결합기법이 터보 등화기의 동작 과정에 반영 되어야 한다. 이러한 결합기법 중 HARQ 과정 동안의 채널 및 수신 신호를 결합하여 검출하는 SLC (Symbol-Level Combining, 심볼레벨 결합기법)은 각 재전송 단계에서 검출된 LLR (Log-Likelihood Ratio) 등을 단순 결합하는 BLC (Bit-Level Combining, 비트레벨 결합기법) 대비 우수한 성능을 거둘 수 있으나, 결합된 신호를 검출하는 방식으로 인해 BLC 대비 높은 연산량을 요구한다.<sup>[3,4]</sup> 따라서 SLC 기반 터보 등화기는 HARQ가 적용된 MIMO 시스템에서 우수한 검출 성능을 달성할 수 있는 반면, 결합된 신호에 대한 터보 등화 과정으로 인해 매우 높은 연산량을 요구하게 된다.

이러한 SLC 기반 터보 등화기의 연산량을 낮추기 위해, 본 논문에서는 칼만 필터 기반 터보 등화기를 제안한다. 근대 SLC 대비 낮은 복잡도로 동일한 검출 결과를 얻는 칼만 필터 기반 결합기법이 제안된 바 있다.<sup>[4]</sup> 이를 응용하여, 제안 기법은 각 HARQ 과정의 신호들에 대해 순차적으로 칼만 필터 동작을 수행하여 터보 등화 과정을 진행한다. 이를 통해 제안 기법은 SLC 기반 터보 등화기 대비 보다 낮은 연산량만을 가지고 동일한 검출 결과를 얻을 수 있다.

## II. 시스템 모델

본 문에서는 송신단 및 수신단이 각각  $N$  및  $M$  개의 안테나를 가지며 각 신호의 최대 전송 횟수가  $R$  (최대 재전송 횟수  $R-1$ )인 MIMO-HARQ 시스템을

\* 이 논문은 2019년도 과학기술정보통신부의 재원으로 한국연구재단의 지원을 받아 수행된 연구임(No. NRF-2019R1C1C1003202).

• First and Corresponding Author : (ORCID:0000-0002-6684-9803) Kyonggi University, Department of Electronic Engineering, sj.park@kgu.ac.kr, 조교수, 정회원

논문번호 : 202109-248-A-LU, Received September 19, 2021; Revised October 27, 2021; Accepted October 28, 2021;

고려한다. HARQ 방식으로는 단일 ARQ 프로세스를 갖는 체이스 결합 (Chase combining) 방식이 고려되었다. 따라서 매  $r(1 \leq r \leq R)$  번째 전송을 위한 송신 신호 벡터는 모두 동일하다. 즉, HARQ 전송 단계  $r$ 에 관계없이 송신 신호 벡터는  $\mathbf{x} = [x(1), \dots, x(N)]^T$ 으로 나타낼 수 있으며, 이 때  $N \times N$  단위행렬 (identity matrix)  $\mathbf{I}_N$ 에 대해  $E[\mathbf{x}\mathbf{x}^H] = \mathbf{I}_N$ 을 만족한다. 이 때  $r$ 번째 전송에서의 수신 신호 벡터  $\mathbf{y}_r = [y_r(1), \dots, y_r(M)]^T$ 은 다음 식 (1)과 같이 나타낼 수 있다.

$$\mathbf{y}_r = \mathbf{H}_r \mathbf{x} + \mathbf{n}_r \quad (1)$$

이 때  $\mathbf{H}_r$ 는  $M \times N$  채널 행렬을 나타내며,  $\mathbf{n}_r = [n_r(1), \dots, n_r(M)]^T$ 은  $M \times 1$  백색 가우시안 (white Gaussian) 잡음 벡터로 각 원소들은 평균이 0 이고 분산이  $\sigma^2$ 이다.

### III. 제안 터보 등화기

제안 터보 등화기의 설명을 위해 먼저 시스템 모델에 대한 상태 공간 모델(state-space model)을 정의한다. 상태 공간 모델의 프로세스 방정식 (process equation)은 다음과 같이 정의된다.<sup>[4]</sup>

$$\mathbf{x}_r = \mathbf{F}_r \mathbf{x}_{r-1} + \mathbf{w}_r \quad (2)$$

이 때  $\mathbf{F}_r$ 는 상태 천이 행렬 (state transition matrix),  $\mathbf{w}_r$ 은 프로세스 잡음 벡터 (process noise vector)를 나타낸다. 재전송 시 항상 첫 전송과 동일한 송신 심볼 벡터  $\mathbf{x}$ 가 전송되므로,  $1 \leq r \leq R$ 까지  $\mathbf{x}_r = \mathbf{x}$ 이며,  $\mathbf{x}_0$ 는 영벡터 (all-zero vector)로 놓을 수 있다. 따라서  $\mathbf{F}_1 = \mathbf{I}_N$  및  $\mathbf{w}_1 = \mathbf{x}$ 이며,  $2 \leq r \leq R$ 까지  $\mathbf{F}_r$ 은 영행렬 (all-zero matrix),  $\mathbf{w}_r$ 은 영벡터이다. 다음으로, 상태 공간 모델의 관측 방정식 (observation equation)은 식 (1)과 동일하다.

이러한 식 (1) 및 (2)에 대한 상태 공간 모델에 따라,  $r$ 번째 HARQ 전송 수에서 제안 터보 등화기의  $i$ 번째 반복 과정 (iteration)은 다음과 같이 진행된다. 먼저 이전 반복 과정의 복호기 출력으로부터 계산되어  $i$ 번째 반복 과정에 제공되는  $\mathbf{x}$ 의 사전 정보 (a-priori information) 및 잔여 간섭 분산을 각각

$N \times 1$  벡터  $\bar{\mathbf{x}}_i$  및  $\mathbf{v}_i$ 로 나타낸다. 이 때 1번째 반복 과정에서는 이전 반복 과정에서의 복호기의 출력이 없으므로  $\bar{\mathbf{x}}_1$  및  $\mathbf{v}_1$ 은 각각 영벡터 및 일벡터 (all-one vector)이다. 또한  $\bar{\mathbf{x}}_i^n$  및  $\mathbf{v}_i^n$ 은 각각  $\bar{\mathbf{x}}_i$  및  $\mathbf{v}_i$ 의  $n$ 번째 원소가 0과 1로 바뀐 벡터들이다.

이를 이용하여 제안 터보 등화기에서  $\mathbf{x}$ 의  $n$ 번째 원소  $x(n)$ 은 다음과 같이 추정된다. 먼저 예측 단계 (prediction step)를 통해  $\mathbf{x}$ 에 대한 연관정 정보를 다음과 같이 반영한다.

$$\hat{\mathbf{x}}_{i,0}^n = \bar{\mathbf{x}}_i^n \quad (3)$$

$$\mathbf{P}^{n_{i,0}} = \text{diag}(\mathbf{v}_i^n) \quad (4)$$

$\hat{\mathbf{x}}_0^n$ 은 이전 반복 과정에서 얻어진 사전 정보를 이용한  $x(n)$ 에 대한  $i$ 번째 반복 과정에서의  $\mathbf{x}$ 의 예측 추정치 (predicted estimate)이며,  $\mathbf{P}^{n_{i,0}}$ 은 그에 대한 오류 공분산 행렬 (error covariance matrix)이다. 또한  $\text{diag}(\cdot)$ 함수는 특정 벡터를 대각 원소 (diagonal element)로 갖는 대각 행렬 (diagonal matrix)의 생성 함수를 나타낸다.

예측 단계가 종료된 이후,  $1 \leq k \leq r$ 까지 다음의 수정 단계 (correction step)를 순차적으로 반복한다. 본래는 항상 해당 상태 벡터  $\mathbf{x}_k$ 에 대한 수정 단계에 앞서 예측 단계가 수행되어야 하나, 현재 상태 공간 모델에서  $\mathbf{F}_k$  ( $k \geq 1$ )는 항상 영행렬이므로 식 (3) 및 (4) 이외의 예측 단계는 생략될 수 있다.

$$\hat{\mathbf{x}}_{i,k}^n = \hat{\mathbf{x}}_{i,k-1}^n + \mathbf{K}_{i,k}^n (\mathbf{y}_k - \mathbf{H}_k \hat{\mathbf{x}}_{i,k-1}^n) \quad (5)$$

$$\mathbf{P}^{n_{i,k}} = \mathbf{P}^{n_{i,k-1}} - \mathbf{K}_{i,k}^n \mathbf{H}_k \mathbf{P}^{n_{i,k-1}} \quad (6)$$

이 때  $N \times M$  칼만 이득 행렬 (Kalman gain matrix)인  $\mathbf{K}_{i,k}^n$ 은 다음과 같이 계산된다.

$$\mathbf{K}_{i,k}^n = \mathbf{P}_{i,k-1}^n \mathbf{H}_k^H (\mathbf{H}_k \mathbf{P}_{i,k-1}^n \mathbf{H}_k^H + \sigma^2 \mathbf{I}_M)^{-1} \quad (7)$$

$1 \leq k \leq r$ 까지 식 (5)-(7)의 수정 단계가 순차적으로 진행된 이후, 최종 출력인  $\hat{\mathbf{x}}_{i,r}^n$ 의  $n$ 번째 원소가  $x(n)$ 에 대한  $i$ 번째 반복 과정에서의 추정치가 되며,  $\mathbf{P}_{i,r}^n$ 의  $n$ 번째 대각 원소가  $\hat{\mathbf{x}}_{i,r}^n$ 의  $n$ 번째 원소에 남

아있는 잔여 간섭 및 잡음에 대한 분산을 나타낸다. 이들은 모든  $1 \leq n \leq N$ 에 대한 연산이 종료된 후 복호기의 입력 LLR (Log-Likelihood Ratio)를 만드는 데 사용된다.

즉, 제안 기법은 결합 채널 (예:  $[\mathbf{H}_1^T, \dots, \mathbf{H}_r^T]^T$ ) 등의 결합 시스템 모델을 이용하여 연관성 정보의 반영 및 검출을 진행하는 SLC 기반 터보 등화기의 과정을, 칼만 필터 기반 결합기법을 이용하여 각 HARQ 전송 과정에서의 수신 벡터에 대한 과정을 순차적으로 나누어 진행하는 것과 같다.<sup>[4]</sup> 칼만 필터 기반 결합기법이 SLC와 동일한 출력을 생성할 수 있으므로, 제안 터보 등화기는 SLC 기반 터보 등화기와 동일한 검출 성능을 얻을 수 있다.

다음으로는 BLC 및 SLC 기반 터보 등화기와 제안 터보 등화기의 검출 과정에 필요한 연산량을 계산하였다. 먼저 BLC 기반 터보 등화기는 현재 HARQ 전송 단계  $r$ 에 대한 채널 및 수신 신호를 이용한 터보 등화 과정의 진행 후 LLR을 생성하고 이를 이전 전송에서 계산된 LLR들과 결합한다.<sup>[2]</sup> 즉, 선형 MMSE (Minimum Mean-Square-Error) 필터 행렬  $\mathbf{H}_r^H (\mathbf{H}_r \mathbf{H}_r^H + \sigma^2 \mathbf{I}_M)^{-1}$ 에 기반을 둔 연산을 반복하게 되며, 따라서 각 터보 반복 과정에서 한 심볼의 검출을 위한 연산량은  $O(M^3 + 2NM^2)$ 이다. 한편, SLC 기반 터보 등화기의 경우  $M \times N$  채널 행렬 대신  $rM \times N$  결합 채널 행렬을 이용하며, 따라서  $O(r^3 M^3 + 2r^2 NM^2)$ 의 연산량을 요구한다. 마지막으로, 제안 기법의 경우  $M \times N$  채널 행렬에 대한 식 (5)-(7)의 칼만 필터 과정을  $r$ 번 수행하므로  $O(r(M^3 + 2NM^2 + 2N^2M))$ 의 연산량을 요구한다. 제안 기법의 경우 BLC 기반 터보 등화기 대비 높은 연산량을 요구하며, 이는 칼만 필터의 이용에 따른 오류 공분산 행렬의 계산으로 인한 추가적인 연산량이 발생하기 때문이다. 하지만 SLC 기반 터보 등화기의 연산량은  $r$ 에 따라 지수적으로 증가하는 반면, 제안 기법의 연산량은  $r$ 에 따라 선형적으로 증가함을 확인할 수 있다. 따라서  $r$ 이 커짐에 따라, 즉 재전송 횟수가 증가함에 따라 제안 기법은 SLC 기반 터보 등화기 대비 보다 낮은 연산량을 요구하게 된다. 특히 식 (5)-(7)의 마지막  $k=r$ 번째 수정 단계에서는  $\mathbf{P}_{i,k}^n$ 의  $n$ 번째 대각 원소만이 필요하므로, 이를 반영할 경우 연산량을 추가적으로 감소시킬 수 있다.

#### IV. 모의실험 결과

모의실험을 위해  $N=M=3$ 이며  $R=3$ 인 환경을 가정하였으며, QPSK (Quadrature Phase Shift Keying) 변조를 사용하는 독립적 레일리 감쇄 채널을 고려하였다. 부호율 0.5 및 길이 1152의 LDPC (Low-Density Parity-Check) 부호를 고려하였으며, 수신단에서 최대 반복 복호의 수는 60번으로 설정하였다.

그림 1 및 2는 각각  $r=2$  및 3일 때 각 터보 등화기들의 터보 반복 과정의 수에 따른 평균 BER (Bit Error Ratio)을 보여주고 있다. 그림 1 및 2에 보여지는 것처럼 HARQ 전송 단계  $r$  및 터보 반복 과정의 수와 관계없이 제안 터보 등화기와 SLC 기반 터보 등화기는 동일한 평균 BER을 달성함을 확인할 수 있다. 한편, 주어진  $r$  및 터보 반복 과정 수에서 제안 터보 등화기 및 SLC 기반 터보 등화기는 BLC 기반 터보

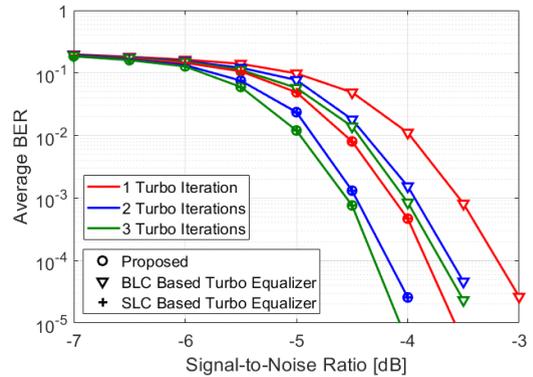


그림 1.  $r=2$ 일 때의 평균 BER 성능  
Fig. 1. Average BER performance when  $r=2$

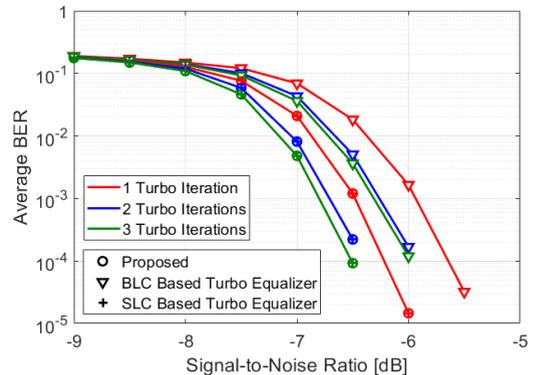


그림 2.  $r=3$ 일 때의 평균 BER 성능  
Fig. 2. Average BER performance when  $r=3$

등화기 대비 크게 우수한 평균 BER 성능을 달성함을 확인할 수 있다. 이 때 제안 기법의 기본 기법 대비 연산량 측면에서의 이득은  $r$ 이 커질수록 증가하며,  $r$ 이 작은 경우에는 앞선 연산량 분석과 같이 기존 기법 대비 보다 높은 연산량을 요구할 수 있다.

## V. 결 론

본 논문에서는 MIMO-HARQ 시스템을 위한 칼만 필터 결합기법 기반 터보 등화기를 제안하였다. 모의 실험을 통해 제안 기법이 재전송에 따라 상대적으로 더욱 높은 연산량을 요구하는 SLC 기반 터보 등화기와 동일한 성능을 달성함을 확인하였다.

제안 기법에서는 매 터보 반복 과정마다 현재까지 얻어진 모든 수신 신호를 이용하여 칼만 필터 과정을 진행하였다. 제안 기법의 복잡도를 보다 낮추기 위해 현재 수신 신호 등 일부 수신 신호만을 이용하여 진행하는 방식에 대한 연구가 필요하며, 이는 향후 과제로 남는다.

## References

- [1] M. Tuchler, et al., "Turbo equalization: Principles and new results," *IEEE Trans. Commun.*, vol. 50, no. 5, pp. 754-767, May 2002.
- [2] C. Baek and J. Jung, "A study on turbo equalization for MIMO systems based on LDPC codes," *J. KICS*, vol. 41, no. 5, pp. 504-511, May 2016.
- [3] D. Toumpakaris, et al., "Performance of MIMO HARQ under receiver complexity constraints," in *Proc. GLOBECOM*, pp. 1-5, New Orleans, USA, Dec. 2008.
- [4] S. Park, "Kalman filtering based combining for MIMO systems with hybrid ARQ," *IEEE Trans. Signal Process.*, vol. 69, pp. 5250-5258, Sep. 2021.